ALGEBRA FOR SCHOOLS

BY

BARNARD SMITH, M. A.,

RECTOR OF GLASTON, RUTLAND, LATE FELLOW AND SENIOR BURSAR OF ST. PETER'S COLLEGE, CAMBRIDGE.

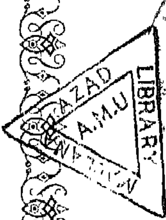
TRANSLATED INTO URDU,

BY

MUNSHI MAHAMMED ZAKA-UL-LAH,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DELHI,

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR.



جبر مقابله

مولفة

برنرڈ اسمتهه صاحب. ايم. اے.

مکتبوں کے لیئے

جسکو

منشي محمد ذکاءالله صاحب هيڈ ماسٹر نارمل اسکول دهلي

نے

بتائيد مقاصد

سين‌ٹيفک سوسيٹي عليگڈه و سين‌ٹيفک سوسيٹي صوبه بهار

اوردو ميں ترجمه کيا

اور

بمقام دهلي مطبع مرتضوي ميں باهتمام حاجي محمد عزيزالدين

کے مطبوع هوا ۞

سنه ۱۸۷۱ ع

ALGEBRA FOR SCHOOLS

BY

BARNARD SMITH, M. A.,

RECTOR OF GLASTON, RUTLAND, LATE FELLOW AND SENIOR BURSAR OF ST. PETER'S COLLEGE, CAMBRIDGE.

TRANSLATED INTO URDÚ.

BY

MUNSHI' MAHAMMED ZAKA'-UL-LA'H,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DELHI,

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR.

جبر مقابلہ

مولفہ

برنرڈ اسمتھ صاحب. ایم. اے.

مکتبوں کے لیئے

جسکو

منشي محمد ذکاءالله صاحب هیڈ ماسٹر نارمل اسکول دهلي

نے

بتائید مقاصد

سین‌ٹیفک سوسیٹي علیگڈه و سین‌ٹیفک سوسیٹي صوبہ بہار

آوردو میں ترجمہ کیا

اور

بمقام دهلي مطبع مرتضوي میں باهتمام حاجي محمد عزیزالدین

کے مطبوع هوا ۵

سنہ ۱۸۷۱ ع

جبر مقابله

حدود

(١) جو شی قابلیت کمی یا بیشی کی رکھتی ہی اوسکو علم ریاضی مین مقدار یا کمیت کہتی ہین مثلاً زر نقد
کا سرمایہ ایک مقدار ہی اسلئی کہ اوسمین گھٹنی یا بڑہنی کی قابلیت ہی اور خط کسی طول کا اور وقت
کا کوئی حصہ اور سطح کا کوئی قطعہ و علی ہذا القیاس ان سب مین سی ہر یک ایک مقدار یا کمیت ہی

(٢) پس جس علم مین ان مقادیر ریاضیہ کی تحقیقات بوساطت علامات عامہ یا حروف و نشانیون کے
ہوتی ہی اوسکا نام جبر مقابلہ ہے

(٣) جن مقادیر کی قیمت معلوم یا معین ہوجاتی ہی اوسکو اکثر اول حروف تہجی ا و ب و ج
وغیرہا سی تعبیر کرتے ہین اور جن مقادیر کی قیمت مجہول یا غیر معین ہوتی ہی اونکو زیادہ تر آخر حروف
تہجی لا دہ و ی وغیرہ سے تعبیر کرتے ہین

(٤) یہہ علامت + جمع کی جن دو مقدارون کی درمیان آتی ہی اوسکی یہہ مراد ہوتی ہی کہ وہ مقداریں
آپسمین جمع ہونی چاہئین مثلاً ا + ب + ج سی حاصل جمع ا اور ب اور ج کا مراد ہی اگر ا تعبیر ٢ کو
اور ب تعبیر ٣ کو اور ج تعبیر ٤ کو کری تو ا + ب + ج تعبیر ٢ + ٣ + ٤ یعنی ٩ کو کریگا اگر کسی مقدار
کی اول کوئی علامت نہ ہو تو وہان علامت + کی مقدار ہوتی ہی مثلاً اسی + ا سمجہا جاتا ہی
تمام مقادیر جنکی اول علامت + کی ظاہر یا مقدر ہو اونکو مقادیر مثبتہ یا موجبہ کہتی ہین

(٥) یہہ علامت − نفی کی جب کسی مقدار کی اول لکہی جاتی ہی تو اوسکی یہہ مراد ہوتی
ہے کہ اوس مقدار کو تفریق کرین مثلاً ا − ب سی وہ مقدار مراد ہی جو ا مین سی ب کی تفریق
کرنی سی حاصل ہوتی ہی اور ا + ب − ج سی یہہ مراد ہی کہ ا + ب مین سی ج کو تفریق کرین اگر ا
سی ١٠ اور ب سی ٨ اور ج سی ٣ تعبیر ہون تو ا − ب سی ١٠ − ٨ یعنی ٢ تعبیر ہونگے اور ا + ب − ج

سی ۱۰+۸-۳ یعنی ۱۵ اور ا-ب-ج-د سے یہہ مراد ہے کہ اول ا مین سی ب کو
تفریق کرین اور پہر حاصل تفریق مین سی ج کو گہٹائین اور بعد ازان اخر باقی مین سے د کو کم کرین
مثلاً اگر ا سی ۴۰ اور ب سی ۱ اور ج سی ۴ اور د سی ۱۰ تعبیر ہون تو ا-ب-ج-د سے
۴۰-۱-ج-د یعنی ۳۹-ج-د یعنی ۳۹-۴-د یعنی ۳۵-د یعنی ۳۵-۱۰ یعنی ۲۵
تعبیر ہونگی اور اگر ا سی ۱۲ اور ب سی ۵ اور ج سی ۳ اور د سی ۲ اور ر سی ۱ تعبیر ہوتے ہون تو
ا-ب-ج+د-ر تعبیر ۱۲-۵-ج+د-ر یعنی ۷-ج+د-ر یعنی ۷-۳+د-ر یعنی ۴+د-ر
یعنی ۴+۲-ر یعنی ۶-ر یعنی ۶-۱ یعنی ۵ اور یہہ بہی انسی معلوم ہوتا ہی کہ ا-ب-ج+د-ر
حاصل تفریق ا اور د کی مجموعہ اور ب اور ج اور ر کے مجموعہ کا تعبیر کرتا ہے اب اسی یہہ ظاہر معلوم
ہوتا ہی کہ حروف کی اول جو علامتین لکہی ہون اون پر خیال کرنا ایک امر ضروری ہی جن مقادیر
کے اول علامت - کی ہوتی ہی اونکو مقادیر منفیہ یا سالبہ کہتی ہین جب دو مقدارون مین
یہہ بات نہ معلوم ہو کہ کونسی مقدار بڑی ہی اور کونسی چہوٹی ہی تو اونکی حاصل تفریق کو یہہ علامت ~
اونکی بیچمین لکہکر تعبیر کیا کرتی ہین اور اوسی یہہ مطلب ہوتا ہی کہ چہوٹی مقدار بڑی مقدار مین
سی تفریق کی گئی ہی مثلاً ا~ب سی مراد ا اور ب کا حاصل تفریق ہی

(۶) جب اعداد پر علامات + اور - کا استعمال ہوتا ہی تو اونکی معنی مین فرق ہوتا ہی تو اوسکی
توضیح ہم کرتی ہین جب یہہ کہا جاتا ہی کہ فلان شخص پاس ۱۰۰۰ روپئی ہین لیکن ۴۰۰ روپئے
قرض کی ہی دینی ہین تو اسی مراد یہہ ہوتی ہی کہ اوس شخص پاس روپیہ ۱۰۰۰ روپیہ - ۴۰۰ روپیہ
یعنی ۶۰۰ روپیہ یعنی +۶۰۰ روپیہ ہی اور پہر جب یہہ کہا جاتا ہی کہ فلان شخص پاس ۱۰۰۰ روپئی
ہین اور ۱۰۰۰ ہی روپیہ اُدہار دینی ہین تو اوسی یہہ مراد ہوتی ہی کہ اوس پاس ۱۰۰۰ روپیہ - ۱۰۰۰ روپیہ
یعنی صفر روپیہ یعنی کچہہ نہین ہے اور جب یہہ کہا جاتا ہی کہ ایک ادمی پاس ۱۰۰۰
روپئی ہین لیکن ۱۶۰۰ روپئی قرض کے دینی ہین تو اوس پاس ۱۰۰۰-۱۶۰۰ یعنی ۱۰۰۰-۱۰۰۰-۶۰۰
یعنی -۶۰۰ روپیہ ہین جسکو یون ہم بیان کرتی ہین کہ اوسکے پاس کچہہ نہین ہے

بلکہ الٹی اوسکو ۶۰۰ روپیہ قرض کی دینی ہین یعنی نہ ہونی سی ہی ۶۰۰ روپیہ کم ہین اسلیئی کہ اگر اوسکی ساتہہ کوئی شخص ۶۰۰ روپیہ کا سلوک کری تو وہ قرض کو ادا کرکے خالی ہاتہہ جہاڑ بیٹہہ رہیگا گو اوسکی دولت مین ۶۰۰ روپیہ بڑہی مگر پہر بہی اوسکے پاس کچہہ نہین رہا اسیواسطے جیسی مثبت اعداد صفر سی بڑی ہین ویسی ہی منفی اعداد صفر سی کم ہین جیسی صفر سی بائین طرف اگے متواتر اعداد واحد کے زیادہ ہونی سی مرتب ہوتے جاتی ہین جیسی ۴ برابر ہی + ۳ + ۱ کے ویسی ہی صفر سی داہین طرف منفی اعداد واحد کی کم کرنے سی متواتر پیدا ہوتے جاتے ہین جیسی −۴ برابر −۳ −۱ کے

جملہ + ۲ − ۵ کی قیمت −۳ ہی وجہ اسکی یہہ ہی کہ اگر کسی شخص کے پلہ دو روپیہ ہون اور ۵ روپیہ قرض کے دینی ہون تو درحقیقت اوس پاس کچہہ نہوگا اور ۳ روپیہ قرض کے دینی رہینگے اور اسیطرح ۲ − ۷ + ۱ برابر ہی −۵ + ۱ یا −۴ کے کیونکہ اوس پاس دو روپیہ تہی اور سات روپیہ قرض کے دینی تہی تو اوسکو ۵ روپیہ قرض کے دینی رہینگی یعنی (−۵ روپیہ اوس پاس ہونگے) اور پہر اگر اوسکو ایک روپیہ مل جاے تو وہ اپنی قرض کا ایک روپیہ کم کرسکتا ہی تو پہر اوسکو ۴ روپیہ قرض کے دینی رہینگی یعنی اوس پاس −۴ روپیہ ہونگے

ایسے طریقہ استدلال سی ثابت ہوسکتا ہی کہ −۳ −۸ برابر −۱۱ کے ہے

(۷) علامت × ضرب کی جن دو مقدارون کی درمیان مین لکہی جاتی ہی اوسّی مراد یہہ ہوتی ہے کہ وہ اپسمین ضرب دئی گئی ہین اکثر علامت × کو محذوف کردیا کرتے ہین اور اوسکی جگہہ نقطہ لگا دیتے ہین بعضی اوقات دونو × اور نقطہ اُڑا دیتی ہین ا × ب × ح اور ا . ب . ح اور ا ب ح ان سبکا ایک ہی مفہوم حاصل ضرب ا اور ب اور ح کا ہی اگر ا ۵ کو اور ب ۳ کو اور ح ۲ کو تعبیر کرتا ہے تو پہر جملہ مذکور ۳۰ کو تعبیر کریگا

(۸) علامت ÷ تقسیم کی جب دو مقدارون کی درمیان لکہی جائی تو اوسّی مراد یہہ ہوتی ہے کہ اول مقدار آخر مقدار پر تقسیم کی گئی ہی مثلاً ا ÷ ب سی یہہ مراد ہی کہ ا تقسیم ب پر کیا گیا ہے

اگر ا ۶ کو اور ب ۲ کو تعبیر کریں تو ا ÷ ب تعبیر ۶ ÷ ۲ یعنی ۳ کو کریگا اور چونکہ بر کسر اوس خارج قسمت کو تعبیر کرتی ہی جو شمار کنندہ کو نسب نما پر تقسیم کرنی سی پیدا ہوتا ہی اسلئی خارج قسمت ا اور ب کا $\frac{ا}{ب}$ سے ہی تعبیر ہوتا ہے

(۹) علامت = مساوات کی ہی جب دو مقداروں کی درمیان لکہی جاتی ہی تو اوسّی مراد یہہ ہوتی ہی کہ وہ دونو مقداریں آپسمین برابر ہین مثلاً لا = ا + ب سی یہہ مراد ہی کہ لا برابر ا اور ب کے مجموعہ کی ہے

(۱۰) علامت > بڑا بہ نسبت اور علامت < چہوٹا بہ نسبت کی ہی مثلاً ا > ب سی یہہ مراد ہی کہ ا بڑا ہی بہ نسبت ب کے اور ا < ب سی یہہ مراد ہی کہ ا چہوٹا بہ نسبت ب کے ہے

(۱۱) علامت ∴ اسواسطی کی ہی اور ∵ کیونکہ اور چونکہ کی علامت ہے

(۱۲) متکافی یا مقلوب کسی مقدار کا وہ مقدار ہی جو الٹ جای یعنی واحد اوسپر تقسیم ہوجای مثلاً ا کا متکافی یا مقلوب $\frac{۱}{ا}$ ہے

(۱۳) خط عرضی ——— اور خطوط وحدانی یا مقوس یا قوسی ( ) یا { } یا [ ] کہلاتی ہین اور جتنی مقداریں خط عرضی کی نیچی اور باقی خطوط کی اندر آتی ہین اون سب پر ایکہی اثر باہر کی مقدار کا ہوتا ہی مثلاً ا (لا + د) سی یہہ تعبیر ہوتا ہی کہ مجموعہ لا + د کا ا مین ضرب دیا گیا ہی اور برخلاف اسکی اگر ا . لا + د یعنی ا لا + د سی یہہ مراد ہوگی کہ ا مین لا ضرب دیا گیا اور حاصل ضرب پر د زیادہ کیا گیا ہی اگر ا = ۲ اور لا = ۳ اور د = ۴ تو اول جملہ = ۱۴ دوسرا جملہ = ۱۰

(۱۴) جب متعدد مقادیر علامات + اور − سی یا فقط انمین سی کسی ایک علامت سی مربوط ہون تو ان مقادیر مین سی ہر یک کو رقم کہتے ہین

جب کوئی مقدار دو یا زیادہ مقادیر کے حاصل ضرب سی مرکب ہوتی ہی تو انمین سی ہر یک کو پہلی مقدار کا جز ضربی کہتے ہین مثلاً جملہ ا لا د − ب لا + ح د + ا ب ح مین چار رقمین ہین یعنی ا لا د اور − ب لا اور ح د اور ا ب ح لیکن ایک رقم ا لا د مین تین جز ضربی ا اور لا اور د ہین اور اکیلی رقم − ب لا مین تین جز ضربی ب اور لا اور لا ہین دفعہ ۷ اکو دیکہو

اور نیز جملہ (ا + ب) لا + ح مین دو رقمین ہین یعنی (ا + ب) لا اور ح اور اول رقم مین دو

جز ضربی یعنی لا اور ا + ب ہین

(۱۵) مقدار جسمین ایک رقم ہو جیسے ا اور ب اور ۳ ا ب لا اوسکو مقدار مفرد کہتی ہین یا جملہ یک رقمی

اور جس مقدار مین ایک رقم سی زیادہ رقمین ہون جیسی ا + ب اور ا + ب + ح ہین اسکو مقدار مرکب

کہتی ہین اگر اوسمین دو رقمین جیسی ا + لا اور ۲ ا – ۳ د ہین تو اونکو جملہ ثنائی کہتی ہین اور اگر تین

رقمین ہون جیسی کہ ۲ ا – ۳ لا + ۲ ح اسکو جملہ ثلاثی کہتی ہین اور جس مقدار مین بہت سی رقمین

ہون اوسکو جملہ کثیر الارقام کہتے ہین

(۱۶) عدد خواہ صحیح خواہ کسر جب کسی مقدار کی اول مضروب کی طرح لکھا جاے تو اوسکو مثال یا سر

اوس مقدار کا کہتی ہین مثلاً جملہ ۵ ا مین ۵ سر ا کا ہی اور اسیطرح جملہ – ۵ ا لا مین – ۵ ا سر

لا ء کا ہی اور – ۵ ا لا سر د کا اور ایسی ہی ا ب۲ لا مین سر لا کا ا ب۲ ہے

اگر کوئی عدد نہ لکھا ہو تو وہان سر ایک سمجھا جاتا ہی مثلاً ا سی ۱ × ا یعنی ا ایک دفعہ سمجھا جاتا ہے

مثال پہلی

جو اوپر حدود بیان ہوئی ہین اونکی توضیح نیچے کی مثالین خوب کر دینگے

(۱) اگر ا = ۱ ور ب = ۲ ور ح = ۳ ور د = ۴ ور ر = ۵ اور س = ۶

۱۴ ا + ۱۳ ب + ۱۲ ح + ۱۱ د + ۱۰ ر + ۹ س

۶×۹ + ۵×۱۰ + ۴×۱۱ + ۳×۱۲ + ۲×۱۳ + ۱×۱۴ =

۵۴ + ۵۰ + ۴۴ + ۳۶ + ۲۶ + ۱۴ =

۲۲۴ =

(۲) اگر ا = ۱ ور ب = ۲ ور ح = ۳ ور د = ۴ اور ر = ۰

ا – ۲ ب + ۳ ح + ۴ د – ۵ ر = ۱ – ۲×۲ + ۳×۳ + ۴×۴ – ۵×۰

۰ – ۱۶ + ۹ + ۴ – ۱ =

۲۲ = ۴ – ۲۶ = ۴ – ۱۶ + ۹ + ۱ =

(۳) اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۰

۷ ا ب ح − ۵ ب ح د + ۴ ح د ر + ۳ ا ح د − ۱۰ ا ح ر

= ۷×۱×۲×۳ − ۵×۲×۳×۴ + ۴×۳×۴×۰ + ۳×۱×۳×۴ − ۱۰×۱×۳×۰

= ۴۲ − ۱۲۰ + ۴۸×۰ + ۳۶ − ۳۶×۰

= ۴۲ − ۱۲۰ + ۳۶ = ۴۲ + ۳۶ − ۱۲۰ = ۷۸ − ۱۲۰ = −۴۲

(۴) اگر ا = ۱ اور ب = ۲ ور ح = ۳ و د = ۴ ور ر = ۰

۲د/ا − ۶ر/ب − ۱۵ا/ح د + ۴ب/د = ۴×۲/۱ − ۰×۶/۲ − ۱×۱۵/(۴×۳) + ۲×۴/۴

= ۸ − ۰ − ۵/۴ + ۲ = ۱۰ − ۵/۴ = ۸ ۳/۴

(۵) اگر ا = ۸ اور ب = ۶ اور ح = ۴

۵ا/(ب+ح) − ب/(ا+ح) + ا/(ب−ح) − ب/(ا−ح) + ح/(ب+۲ح)

= ۸×۵/(۶+۴) − ۶/(۸+۴) + ۸/(۶−۴) − ۶/(۸−۴) + ۴/(۶×۲×۴)

= ۴۰/۱۰ − ۶/۱۲ + ۸/۲ − ۶/۴ + ۴/۱۴

= ۴ − ۱/۲ + ۴ − ۳/۲ + ۲/۷ = ۸ + ۲/۷ − ۴/۲ = ۸ + ۲/۷ − ۲ = ۶ + ۲/۷ = ۶ ۲/۷

(۶) اگر ا = ۵ اور ب = ۱/۵

۶ا + ۲ب − (۳ا + ۲ب) − [۲ا + ۱۰۰اب − (۴ا − ب)]

= ۶×۵ + ۲×۱/۵ − (۳×۵ + ۲×۱/۵) − {۲×۵ + ۱۰۰×۱/۵ − (۴×۵ − ۱/۵)}

= ۳۰ + ۲/۵ − (۱۵ + ۲/۵) − [۱۰ + ۱۰۰/۵ − (۲۰ − ۱/۵)]

= ۳۰ + ۲/۵ − (۷۷/۵) − [۱۰ + ۱۰۰/۵ − (۹۹/۵)]

= ۳۰ + ۲/۵ − ۷۷/۵ − (۱۰ + ۱/۵) = ۳۰ + ۲/۵ − ۷۷/۵ − (۵۱/۵)

= ۳۰ + ۲/۵ − ۷۷/۵ − ۵۱/۵ = (۱۵۰ + ۲ − ۷۷ − ۵۱)/۵ = ۲۴/۵ = ۴ ۴/۵

مثالیں مشق کی واسطے

(۱) اگر ا = ۴ و ب = ۳ و ج = ۵ و د = ۶ و ر = ۱ و س = ۰ تو عددی قیمتیں ان جملوں کی دریافت کرو

(۱) ا + ۲ب + ۳ج + ۴د + ۵ج + ۶س

(۲) ۱۲اج + ۳ا − ۵ب − ۲ج + ۴ر

(۳) ۴اب + ۳جس − ۶د + ۶ر

(۴) − ۶اس + ابج − ۲جد + ر

(۵) ۸ابج + ۷اجد − ۹بجد + ۱۰اجر − ۱۲اجرس

(۶) − ۱۹اجر − ۲۳بجدس − ۲بجر + ۱۵ابر

(۲) قیمتیں دریافت کرو

(۱) ۲ + ۳ ۱/۳ + ۵ ۱/۵ + ۶ ۲/۷ + ۲/۲۱ + ۳/۳۵

(۲) (ا+ب)/ج + (ا+ج)/ب + (ب+ج)/ا + (ا+ب+ج)/(ا+ب) + (ا+ب+ج)/(ا+ج) + (ا+ب+ج)/۲۰ + ۳/۱۴

جبکہ ا = ۲ و ب = ۳ و ج = ۴ کے ہو

(۳) قیمتیں دریافت کرو

(۱) ۱۴ − ۳ ۲/۳ + ۲ ۴/۹ − ۷ ۵/۶ + ۴ ۷/۱۲ − ۹ ۳۵/۳۶

(۲) ا = ۸ و ب = ۶ و ج = ۴

ا/(ب+ج) − ب/(ا+ج) − ج/(ب+ا) + ا/(ب−ج) − ب/(ا−ج) − ب/(ا−ج) − ج/(ا−ب)

(۴) قیمتیں دریافت کرو

(۱) ۲ × ۲/۳ × ۴/۵ + ۳/۴ × ۵/۶ − ۴/۵ × ۶/۷ − ۵/۶ × ۷/۸ + ۶/۷ × ۲۳/۹

(۲) جب ا = ۲ و ب = ۳ و ج = ۴ و د = ۵

(ا+ب)/(اب) × (ج+د)/(جد) − (ا+ج)/(اج) × (ب+د)/(بد) + (ا+د)/(اد) × (ب+ج)/(بج) − (اب)/(جد) + (جد)/(اب)

(۵) قیمتیں دریافت کرو

(۱) ۳ ÷ ۹/۱۰ + ۴ ÷ ۱۲/۱۳ + ۵ ÷ ۱۵/۱۶ − ۶ ÷ ۱۸/۱۹

(۲) ھ = ۱۰ و لا = ۲۰ د ی = ۳۰ د ی = ۴۰

لا/د ÷ ھ/ی + لا/ی ÷ ھ/د − لا ÷ ھ ی − ھ د ÷ لا ی

(۳) اب ÷ ج + اج ÷ ب − ب ج ÷ ا + (ب + ۲ ج)/(ا − ۴) جبکہ ا = ۱۰ و ب = ۱۵ و ج = ۲۰

(۴) لا = ۱ و د = ۳ و ی = ۵ تو (۳ لا + ۲ د)/د − (۲ د + ۳ ی)/۷ لا + (۲ لا − ی)/لا کے

(۶) قیمتیں دریافت کرو

(۱) ۶ ۵/۴ − [۵ ۵/۸ − (۹ ۷/۱۲ − ۸ ۱/۳)] + (۲۰ − ۹/۱۰)

(۲) [ا + (ب + ج) − د] [(ا − ب) − (ج − د)] (ا − ب + ج − د)

(۳) [۱۳ ا − (ب − ۲ ج + ۳ د − س)] − [(۱۳ ا − ب − ۲ ج) − (۳ د − س)]

+ [۱۳ ا + (ب + ۲ ج − ۳ د + س)] − [(۱۳ ا − ب) + (۲ ج + د − س)]

جبکہ ا = ۴ و ب = ۳ و ج = ۵ و د = ۶ و س = ۰

(۴) ا − (ب − ج) − [ب − (ا − ج)] − [۱۳ ا − (۲ ب + ا − ج)]

جبکہ ا = ۱/۲ و ب = ۳/۴ و ج = ۱/۳

(۵) اگر ا = ۴ و ب = ۳ و ج = ۲ و د = ۵ تو ثابت کرو کہ قیمت عددی اِنکی آپس میں برابر ہیں

(۱) (ا − ب) (ا − ج) (ب − ج) اور اب (ا − ب) − اج (ا − ج) + ب ج (ب − ج)

(۲) (ا + ب + د) (ا + ب − د) (ا + د − ب) (ب + د − ا) اور ۲ ا ب × ۲ ا ب

(۷) اگر ایک مقدار فی نفسہٖ کتنی دفعہ ضرب دیجای تو حاصل ضرب کو قوت اوس مقدار کی کہتی ہیں جیسے کہ ا × ا جسکو ا۲ سی تعبیر کرتی ہیں اور ا × ا × ا جسکو ا۳ سی تعبیر کرتی ہیں اور ا × ا × ا × وغیرہ م اجزاء ضربی تک جسکو ام ہی تعبیر کرتے ہیں سب قوّار ا کے ہیں ا × ا کو دوسری قوت اور ا × ا × ا کو تیسرے قوت اور علیٰ ہذا القیاس ا × ا × ا × وغیرہ م اجزاء ضربی تک کو ا کی م ویں قوت کہتی ہیں غرض جتنی دفعہ کوئی مقدار بطور جز ضربی کے آتی ہی اوسکو اوتنی ہی قوت کا کہتے ہیں خود مقدار ا کو پہلی قوت ا کی کہتی ہیں اور اوسکو ا۱ یا ا کی طرح لکھتے ہیں

یہہ بات بہی یاد رہی کہ ا کی دوسری قوت یعنی ا × ا کو یا ا۲ کو اکثر مجذور یا مال یا مربع ا کا کہتی ہین اور ا کی تیسری قوت یعنی ا × ا × ا یا ا۳ کو مکعب ا کا کہتی ہین

ہندسون ۲ و ۳ ۰۰۰۰ م سی تعداد اون اجزاء ضربی کی جنسی قواء پیدا ہوتی ہین معلوم ہوتی ہے اونکو قوت نما کہتے ہین

کسری اور منفی قوت نمایون کے تعریف کا ذکر آگے ائیگا

امثلہ نمبری ۲

اوپر کی حدود کی توضیح نیچی کی مثالون سے خوب ہوتی ہے

(۱) اگر ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ اور د = ۴ اور ر = ۰

$$\frac{۶\,\text{ا}^{۳}}{\text{ح}^{۲}} - \frac{۱۶\,\text{ب}^{۲}}{\text{د}} + \frac{۵\,\text{ر}}{\text{ا}} + \frac{۱۲\,\text{ح}^{۲}}{\text{د}^{۲}\,۵}$$

$$= \frac{۶ \times ۱^{۳}}{۳^{۲}} - \frac{۱۶ \times ۲^{۲}}{۴} + \frac{۵ \times ۰}{۱} + \frac{۱۲ \times ۳^{۲}}{۴^{۲} \times ۵}$$

$$= \frac{۶ \times ۱}{۹} - \frac{۱۶ \times ۴}{۴} + ۰ + \frac{۱۲ \times ۹}{۱ \times ۵}$$

$$= \frac{۲}{۳} - ۱۶ + \frac{۱۰۸}{۵} = \frac{۱۰ - ۲۴۰ + ۳۲۴}{۱۵} = \frac{۳۳۴ - ۲۴۰}{۱۵} = \frac{۹۴}{۱۵} = ۶\frac{۴}{۱۵}$$

(۲) اگر ا = ۱ اور ب = ۲

$$\frac{\text{ا}^{۴} - ۳\,\text{ا}^{۲}\,\text{ب}^{۲} + \text{ب}^{۴}}{\text{ا}^{۲} - \text{اب} + \text{ب}^{۲}} = \frac{۱^{۴} - ۳ \times ۱^{۲} \times ۲^{۲} + ۲^{۴}}{۱^{۲} - ۱ \times ۲ + ۲^{۲}}$$

$$= \frac{۱ - ۳ \times ۴ + ۱۶}{۱ - ۲ + ۴} = \frac{۱ - ۱۲ + ۱۶}{۱ - ۲ + ۴} = \frac{۵}{۳} = ۱\frac{۲}{۳}$$

(۳) اگر ا = ۱ ب = ۲ ح = ۳

$$(\text{ا}+\text{ب})^{۲}(\text{ا}^{۲} - \text{اب} + \text{ب}^{۲}) + (\text{ا}+\text{ح})^{۲}(\text{ا}^{۲} - \text{اح} + \text{ح}^{۲})$$

$$= (۱+۲)^{۲}(۱^{۲} - ۱ \times ۲ + ۲^{۲}) + (۱+۳)^{۲}(۱^{۲} - ۱ \times ۳ + ۳^{۲})$$

$$= ۳^{۲}(۱ - ۲ + ۴) + ۴^{۲}(۱ - ۳ + ۹)$$

$$= ۹ \times ۳ + ۱۶ \times ۷ = ۲۷ + ۱۱۲ = ۱۳۹$$

(۱) قیمت دریافت کرو

(۱) ۲۴×۲³ + ۱² × (۲³×۵³ − ۴×۳³) − (۵/۶)² ÷ (۲ ۱/۲)²

(۲) (۱) (ھ² + لا² + ی² + ی²) (لا² + ی²)

(۲) ھ² + ی² + ی² + ی² (لا² + ی²)

(۳) ھ² + لا² + (ی² + ی²) (لا² + ی²)

(۴) ھ² + لا² + ی² + ی² (لا² + ی²)

جب ھ = ۲ و لا = ۳ و ی = ۴ و ی = ۵

(۳) (۱) ا⁴ − ۴ا³ب + ۶ا²ب² − ۴اب³ + ب⁴ جب ا = ۴

(۲) ۳ا²ب ح + (ا³ + ب³)/(ا + ب) + (۱۰ا² − ۴ارس + ۵ب²)/(ا² + ح²) ب = ۳ و ح = ۵

(۳) (ا³ + ا²ب − اب² − ب³)/(۴ا³ − ۲ا²ب − ۴اب² + ۲اب³ + ۲ب³) + (ا² + ۲اب − ب²)/(ا³ + ۳ا²ب − اب²) ر = ۱ و س = ۰

(۴) جب لا = ۱ و ی = ۲ و ی = ۳ تو (ی³ + ی³)/(لا³ + ی³) ÷ (لا + ی)/ی − (لا² + ی²)/(ی² + ی²) × (لا² + ی²)/ی²

(۵) [(ا³ + ب³ + ح³ + د³) [ا + ب − (ح − ا)] + ا²ب + ح²د] × [ا² − (ب² + ح² + د²)]

جب ا = ۴ و ب = ۳ و ح = ۲ و د = ۱

(۶) جب ا = ۴ و ب = ۳ و ح = ۲ اور د = ۵ تو ثابت کرو کہ

(۱) (ا + ب + ح)³ + ا³ + ب³ + ح³ = (ا + ب)³ + (ا + ح)³ + (ب + ح)³ + ۶ اب ح

(۲) ۶ ب³ = [(ا + ۴ب)³ − (ا + ب)³] − ۳ {(ا + ۳ب)³ − (ا + ۲ب)³}

(۱۸) کسی مقدار مفروضہ کا جذر ایسی مقدار ہی کہ جسکو اگر فی نفسہ ضرب دین تو وہ مقدار مفروضہ پیدا ہو جاے اور کسی مقدار مفروضہ کا جذر الکعب وہ مقدار ہی جسکی تیسری قوت یعنی مکعب برابر مقدار مفروضہ کے ہو
غرض بالعموم م وان نزول کسی مقدار مفروض کا وہ مقدار ہی جسکی م وین قوت برابر مقدار مفروض کے ہو
علامت √ یا ²√ جس مقدار کی اوپر لکھی جاتی ہی اوسی مراد جذر اوس مقدار کی ہوتی ہی جیسی کہ √ا یا ²√ا سی جذر ا کا مراد ہی اور علی ہذا القیاس ³√ا و ⁴√ا سی جزر الکعب اور چوتھی مرتبہ کا نزول ... م مرتبہ کا نزول اون مقادیر کا مراد ہی جنپر وہ مرتسم ہون ان علامتون کو جذر یا نزول کی علامتین کہتی ہین انہین نزولون کو کبھی ان کسرون ½ و ⅓ و ¼ ... وغیرہ سے

حدود

بھی تعبیر اسطرح کیا کرتی ہیں کہ اونکو مقادیر کی اوپر قوت نما بنا کر لکھہ دیا کرتے ہیں جیسے کہ ا^۲/۱ د ا^۳/۴ د ا^۴/۱ وغیرہ کہ ا^۳/۱ سے جذر جزء المکعب چوتھی مرتبہ کا نزول وغیرہ مراد ہیں وان نزول ا کا مرادہی دلیل اسکی آگے بتلائی جائیگی

امثلہ نمبری ۳

امثلہ ذیل حدود بالا کی توضیح کرتے ہین

(۱) اگر ا = ۳۶ و ب = ۱۶ و ح = ۹ و د = ۱

√۴ا − ۳ (۴ب)^۲/۱ + ۴ ∛۸۱ح − √۴د

= √۳۶×۴ − ۳ × (۱۶×۴)^۲/۱ + ۴ ∛۸۱×۹ − √۴×۱

= √۱۴۴ − ۳ √۶۴ + ۴ ∛۹×۹×۹ − √۴

= ۱۲ − ۳ × ۸ + ۴ × ۹ − ۲

= ۱۲ − ۲۴ + ۳۶ − ۲

۴۸ − ۲۶ = ۲۲

(۲) اگر ا = ۴ ، ب = ۲۵ و ح = ۹ و د = ۸

∜ا^۲ + √ب ح^۲ + ۲ ∛ا^۳ د − ۳ ∜ا^۲ ح^۲

= ∜۴^۲ + √۲۵×۹^۲ + ۲ ∛۴^۳ ×۸ − ۳ ∜۴^۲ × ۹^۳

= ∜۴×۴ + √۵×۵×۹×۹ + ۲ ∛۴^۳×۲×۲×۲ − ۳ ∜۴×۴×۹ × ۹

= ∜۲×۲×۲×۲ + √۵×۵×۹×۹ + ۲ ∛۴×۴×۴×۲×۲×۲

− ۳ ∜۲×۲×۲×۲×۳×۳×۳×۳

= ۲ + ۹×۵ + ۲ × ۴ × ۲ − ۳ × ۲ × ۳

= ۲ + ۴۵ + ۱۶ − ۱۸ = ۶۳ − ۱۸ = ۴۵

(۳) اگر ا = ۱۶ و ب = ۱۰ و ح = ۵ و د = ۱

$(ا-ب)(ک-ب) + \sqrt{(ا-ب)(ا-ب)(ک-ا)} + (ک-ب)(لا+ی)$

$= (۱۶-۱۰)(۵-۱۶-۱۰) + \sqrt{(۱۶-۱۰)(۱۶-۱۰)(۵+۱)}$

$= ۶(۵×۴-۱۰) + \sqrt{۶×۶}$

$= ۶(۲۰-۱۰) + ۶ = ۶×۱۰+۶ = ۶۶$

(۴) اگر ا=۱۶ و ب=۱۰ و لا=۵ و ی=۱

$(ا-لا)^۲ - (۳ب-لا)^۲ \pm \sqrt{(ا-لا)(ا-لا)(ب+ی)}$

$= (۱۶-۵)^۲ - (۳×۱۰-۵)^۲ \pm \sqrt{(۱۶-۵)(۱۶-۵)(۱۰+۱)}$

$= ۱۱^۲ - (۳۰-۲۵) \pm \sqrt{۱۱×۱۱}$

$= ۱۲۱ - ۵ \pm ۱۱ = ۱۱۶ \pm ۱۱$

$= ۱۲۷$ یا ۱۰۵

مثالیں مشق کے واسطے

قیمت عددی دریافت کرو

(۱) $۵\sqrt{۳۶} - \sqrt{۴۹} + ۷\sqrt[۳]{۶۴} - ۵\sqrt[۴]{۱}$

(۲) $۲۵\sqrt[۳]{۵×۲۵} + ۳(۸)^{\frac{۱}{۳}} - \sqrt[۴]{۹×۷×۳۴۳}$

(۳) $(۱)\sqrt{۱۶ا} + \sqrt{۳ب-۵} + (۵ج)^{\frac{۱}{۲}} + \sqrt{۴۹ر}$

جب ا=۴، ب=۳، ج=۵ اور د=۱

(۲) $\sqrt{۴ا ب} - ۶(۴ب^۲ در)^{\frac{۱}{۳}} + \sqrt{۱۰ ا ب ج د} - \sqrt[۴]{۹ ا^۲ ب^۲ ر^۲}$

(۳) $(ا^۲-۲ر^۲) - (ا-۲ر^۲) + ۲\sqrt{(ب+ج)(ب+ج)(۲د-ا)}$

(۴) $۲ا^۲ج-ب\sqrt{(ب+ج)^۳(۲د-ا)} \pm \sqrt{(اد-ب ج)(ج-۲ا)}$

(۴) $\frac{ب^۲}{ج} - \sqrt{\frac{ا+ب}{ا-ب}} + \frac{ا+ج}{ا-ب}$ جب $ا=\frac{۱}{۲}$ و $ب=\frac{۱}{۵}$

(۵) $(لا^۳+۳لا^۲ی+۳لای^۲+ی^۳-۲۷)^{\frac{۱}{۳}} + (لا^۲+۲لای+ی^۲+لای+ی-۲)^{\frac{۱}{۲}} - (لا+ی+۱)$

جب لا=۴ و ی=۵ و ی=۶

(۱۸) اگر ا = ۴ د ب = ۳ د ج = ۲ د د = ۵ تو ثابت کرو کہ

$$(\text{ا}+\text{ج})\,(\text{۴ج})^{\frac{1}{3}} = (\text{۴ا}^3\text{ج} + \text{۱۲ا}^2\text{ج}^2 + \text{۱۲اج}^3 + \text{۴ج}^4)^{\frac{1}{3}}$$

(۱۹) جب کسی مقدار کا نزول پورا پورا نہین نکلتا تو جو مقدار اوس نزول کو تعبیر کرتی ہی اوسکو اصم یا غیر ناطق کہتی ہین جیسی $\sqrt{۳}$ اور $\sqrt[3]{\text{اب}}$ مقادیر اصم ہین

(۲۰) کسی منفی مقدار کا جفت مرتبہ کا نزول مقدار تخیلی یا ناممکن کہلاتی ہی اسواسطے کہ اینده ہم ثابت کرینگے کہ کوئی اصلی مقدار مثبت یا منفی ایسی نہین ہوسکتی کہ وہ فی نفسہ ضرب کہاکے منفی مقدار پیدا کری یا اس مطلب کو یون ادا کرو کہ کوئی اصلی مقدار جذر منفی مقدار کا نہین ہوسکتا جیسے کہ $\sqrt{-\text{ا}^2}$ ایک مقدار ناممکن یا تخیلی ہے

(۲۱) مقادیر متماثلہ وہ ہین جنمین یکسان حروف یکسان قواء کے ماتحت ہون یعنی جو صرف امثال عددی مین تفاوت رکہتی ہون جیسے ا د ۳ ا مقادیر متماثلہ ہین اور اب اور ـ ۶ اب مقادیر متماثلہ ہین اور $\sqrt{(\text{ا}^2+\text{ا}^2)}$ اور $۷\sqrt{(\text{ا}^2+\text{ا}^2)}$ بہی مقادیر متماثلہ ہین

مقادیر غیر متماثلہ وہ ہین جو مختلف حروف سی تعبیر ہون یا ایک ہی حرف سی تعبیر ہون مگر اوسکے قواء مختلف ہون مثلاً اب اور ا²ب اور اب ج اور ۵ اب ا اور ۴ ا² د د د ۲ سب کی سب مقادیر غیر متماثلہ ہین

(۲۲) جملہ جبریہ کی ارقام کو متجانس کہتی ہین اگر ہر رقم مین قوت نماؤن کا مجموعہ یکسان ہو مثلاً ا³ + ا²ب + اب² + ب³ کی ارقام کو متجانس یا ایک درجہ کی کہینگے کیونکہ مجموعہ ہر رقم کی قوت نماؤن کا = ۳ اور اس قوت نماؤن کی مجموعہ سی درجہ یا ترتیب ہر رقم کی معلوم ہوتی ہی مثلاً ہر ایک رقم کو ارقام ا³ د ا²ب د اب² د ب³ مین سی درجہ سوم کا جملہ کہینگے

امثلہ نمبری ۴

اول

دفعات گذشتہ کے مختلف سوالات

(۱) جبر مقابلہ کی علامت جمع اور ضرب کی لکھو اور اونکی معنی توضیح اور تفصیل سی بیان کرو

(۲) ان جملون مین سی ہر یک جملہ کی برابر ایک عدد دریافت کرو

(۱) ۹ − ۷ (۲) ۱۲ + (۴ − ۳) (۳) ۷ − (۱۲ − ۷)

(۴) ۵(۷ − ۳) − ۲(۱۳ − ۷) (۵) [۷ − [۵ − (۹ − ۶)]]^۳

(۶) ∛۲۷ × [(۷ − ۵)^۲ + ∛۸ + ۵^۲ − ۴]^{۱/۲}

(۳) عددی قیمت دریافت کرو

(۱) ۳ا^۲ + ۲اب/ج − ج^۲/ب^۲ (۲) (ا^۲ + ب^۲ + ۲اب − ج^۲)/(ا^۲ − ب^۲ − ج^۲ + ۲بج)

جب ا = ۴ و ب = ۱/۴ و ج = ۱

اور جبکہ لا = ۲ تو لا^۲ + √(۸۹ − ۴۲لا + لا^۲) کی بھی قیمت دریافت کرو

(۴) مقدار اصم کسی کہتی ہین رقم جزضربی کی تعریف بیان کرو ارقام متجانسہ اور جملہ کے درجہ کے معنی بیان کرو

(۵) اگر لا = ۱ و ی = ۱۰ و ی = ۱۰۰ اسکے تو ثابت کرو کہ

(۱) (لا + ی)/(ی + ی) + (ی^۲ + لا^۲)/(ی^۲ + ی^۲) = (ی + ی)/(لا + ی^۳) − (۱۰ی^۲ − ۱۱)/ی^۲

(۲) (ی^۳ − لا^۳)(ی^۲ − ی^۲) + (ی^۲ − لا^۲)(ی^۳ − لا^۳) = (ی^۳ − ۸۹۰ ی^۳ − ی^۲ − ۱)(ی^۲ − لا^۲)

(۶) ان جملون کو الفاظ مین بیان کرو

(۱) ا ن (۲) ا^ن (۳) ا^{۱/ن} (۴) ∛(ا + ب)

(۵) (لا + ی) (لا + ی) (ی + ی)

دوم

(۱) تفریق اور تقسیم کی علامتین جبر مقابلہ کی لکھو اور اونکی معنی بیان کرو کس طرح سی قواء اور نیز دل مقادیر کو جبر مقابلہ مین تعبیر کرتے ہین

(۲) اگر ا = ۵/۶ و ب = ۱/۲ و لا = ۵ و ی = ۹/۲ تو ہر ایک عددی قیمت دریافت کرو

۴ (لا/۲ + ب) ۲√[(لا − ب) ی] + ب − ۳/۵ ا . [ی۲ (لا − ب)]۱/۳

(۳) خط عرضی اور خطوط وحدانی کے معنی بیان کرو

اگر ا = ۲ و ب = ۳ و لا = ۵ و ی = ۴ ہو تو عددی قیمت

(۱) ا + لا − {ب + ی − [ا − لا − ب − ۲ ی]}

(۲) ۳√[(ا + ب)۲ لا] ۴/۳ √[(ا + لا)۲ (۲ ی − لا)] ۳/۴ √[(ی − ب)۲ ب]

(۴) معنی بیان کرو اول مقدار یا کمیت کی دوم فوت نما کی سوم مقدار کی تکافی یا مقلوب کی چہارم مقدار مفرد کی پنجم مقدار مرکب کی ششم مقدار تخیلی

(۵) قیمت ۲ لا۲ + (لا۲ + ی۲)۱/۲ + ی۲ / (ی۳ + ۲ لا (لا۲ − ی۲)) . [(لا − ی)/(لا + ی)]۱/۲ جب کہ لا = ۴ و ی = ۳

(۶) جملہ کے ارقام متجانس کس وقت کہلاتی ہیں جو کچھ ان علامات (۱) (ا۲ − ب۲)۲ (۲) ۲√(ا۲ − ب۳) (۳) √[(لا + ی)۳] (۴) (ا + لا)۳/۴ سی مفہوم ہوتا ہو اوسکو الفاظ مین بیان کرو

اعمال اصولی

جمع

(۲۳) جمع کی تین حالتین ہین

حالت اول مقادیر متماثلہ ہون اور اونکی علامت بھی ایک ہی ہو

قاعدہ امثال کو باہم جمع کرو اور حاصل جمع کی آگی حروف مشترکہ جو سب رقموں مین ہین لکھ دو اور علامت مشترکہ اول ثبت کرو

مثال ۳ ا − ۲ ب اور ۱۶ ا − ۴ ب کو جمع کرو

بموجب قاعدہ مذکور کے عمل کرنے سے

۳ ا − ۲ ب
۱۶ ا − ۴ ب
۱۹ ا − ۶ ب حاصل ہوا

دلیل عمل

یہہ بات تو علم حساب سی ظاہر ہی کہ ۳ا + ۶ا = ۹ا یعنی ایک مقدار کا تگنا اوسکے چھہ گنی پر زیادہ کیا گیا برابر اوسکے نوگنی کے ہوتا ہے

اسی معلوم ہوا کہ ۳ا − ۲ب اور ۶ا − ۴ب کا حاصل جمع ۹ا − ۶ب ہے

اسکی وجہ یہہ ہی کہ مجموعہ ۳ا اور ۶ا کا ۹ا ہی لیکن پہلی مقدار جمع کی گئی ۳ا سے بقدر ۲ب کے چھوٹی ہی اور دوسری مقدار جمع کی گئی ۶ا سی بقدر ۴ب کے چھوٹی ہی اسواسطے اونکی مجموعہ ۹ا مین سے ۲ب اور ۴ب یعنی ۶ب کم کرنے چاہئی

پس اسیواسطے حاصل جمع ۳ا − ۲ب اور ۶ا − ۴ب کا = ۹ا − ۶ب

امثلہ نمبری ۵

مثالین اوپر کے قاعدہ کے

(۱)
− ۲ا
− ۷ا
− ۸ا
− ۴ا
− ۲۱ا

(۲)
۵ا
۴ا
ا
۱۳ا

(۳)
۷اب
اب
۱۵اب
۲۵اب

(۴)
− لا² ی²
− ۵۰ لا² ی²
− ۳۳ لا² ی²
− لا² ی²

(۵)
۶ √اح
۵ √اح
√اح
۷ √اح

(۶)
۲ا² − ۳ح²
۴ا² − ۷ح²
۶ا² − ۴ح²
ا² − ۳ح²
۳ا² − ح²

(۷)
۲اب − ۳ح² + ۲ب²
اب − ۷ح² + ب²
۷اب − ح² + ۷ب²
۱۰اب − ۶ح² + ۵ب²
۵اب − ۵ح² + ۶ب²

(۸)
۴ لا² − ۸ لاد − ۵ د² + ۷
۸ لا² − ۴ لاد − ۷ د² + ۱۳
۵ لا² − لاد − د² + ۱
۲۱ لا² − ۱۰ لاد − ۲۱ د² + ۱۴
لا² − ۴ لاد − ۵ د² + ۲

(۹) ۳/۴ الا − ب اور ۵/۶ الا − ۳/۴ ب کو جمع کرو اب بموجب قاعدہ مذکور کے عمل کرنے سی ہم کو یہہ حاصل ہوتا ہے

۳/۴ الا − ب
۵/۶ الا − ۳/۴ ب
۷/۳ الا − ۷/۴ ب

دلیل عمل مذکور کی

چونکہ ا لا اور $\frac{\text{ا لا}}{1}$ ایک ہی چیز ہین ایسی ہی بموجب اصول علم حساب کے $\frac{3}{2}$ ا لا اور $\frac{\text{۳ ا لا}}{2}$ کے اور $\frac{5}{6}$ ا لا اور $\frac{\text{۵ ا لا}}{6}$ کے معنی ایک ہی ہین اب بموجب دفعہ ۵ کے حساب کے یہہ امر ظاہر ہے کہ کسی مقدار کا $\frac{3}{4}$ گنا اور $\frac{5}{6}$ گنا ملکر برابر اوس مقدار کی $\frac{19}{12}$ گنی کے برابر ہوتا ہی یعنی $\frac{19}{12}$ گنے اوس مقدار کے اسسے معلوم ہوا کہ مجموعہ $\frac{3}{4}$ ا لا ب اور $\frac{5}{6}$ ا لا − $\frac{1}{4}$ ب کا $\frac{19}{12}$ ا لا منفی مجموعہ ب اور $\frac{1}{4}$ ب کا ہے

اسسے ثابت ہوا کہ $\frac{19}{12}$ ا لا − $\frac{5}{4}$ ب ہے

(۱۰)

$\frac{1}{2}\text{ا}^2 - 2\,\text{اب} + \frac{1}{4}\text{ب}^2$

$\frac{3}{4}\text{ا}^2 - \frac{1}{4}\text{اب} + \frac{3}{4}\text{ب}^2$

$\text{ا}^2 - \frac{1}{4}\text{اب} + \frac{1}{4}\text{ب}^2$

$3\,\text{ا}^2 - 6\,\text{اب} + \text{ب}^2$

$\frac{5}{6}\text{ا}^2 - \frac{1}{3}\text{اب} + \frac{5}{6}\text{ب}^2$

$\frac{73}{12}\text{ا}^2 - \frac{53}{6}\text{اب} + \frac{37}{12}\text{ب}^2$

اسواسطے $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1 + 3 + \frac{5}{6} = \frac{73}{12}$

$2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 6 + \frac{1}{3} = \frac{53}{6}$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{5}{6} = \frac{37}{12}$

(۱۱)

$\frac{1}{3}\text{لا}^3 - \frac{5}{6}\text{ا لا}^2 + \frac{3}{4}\text{ا}^2\text{لا} - \frac{2}{3}\text{ا}^3$

$\frac{1}{4}\text{لا}^3 - \frac{7}{8}\text{ا لا}^2 + \frac{5}{6}\text{ا}^2\text{لا} - \frac{5}{6}\text{ا}^3$

$\frac{5}{6}\text{لا}^3 - \frac{11}{12}\text{ا لا}^2 + \frac{5}{9}\text{ا}^2\text{لا} - \frac{7}{8}\text{ا}^3$

$\frac{7}{8}\text{لا}^3 - \frac{12}{24}\text{ا لا}^2 + \frac{11}{14}\text{ا}^2\text{لا} - \frac{9}{10}\text{ا}^3$

$\frac{13}{14}\text{لا}^3 - \frac{11}{32}\text{ا لا}^2 + \frac{31}{36}\text{ا}^2\text{لا} - \frac{11}{12}\text{ا}^3$

---

(۱۲)

$\text{م ع لا}^3 - \frac{1}{4}\text{م ق لا}^2 + \frac{1}{3}\text{ن لا} - \frac{1}{2}\text{ع ر}$

$\frac{2}{3}\text{م ع لا}^3 - \frac{2}{5}\text{م ق لا}^2 + \frac{1}{5}\text{ن لا} - 3\,\text{ع ر}$

$\frac{1}{2}\text{م ع لا}^3 - \frac{2}{3}\text{م ق لا}^2 + \frac{5}{6}\text{ن لا} - \frac{11}{12}\text{ع ر}$

$\frac{1}{4}\text{م ع لا}^3 - \frac{1}{2}\text{م ق لا}^2 + 5\,\text{ن لا} - \frac{11}{14}\text{ع ر}$

$\frac{5}{8}\text{م ع لا}^3 - \text{م ق لا}^2 + \frac{5}{6}\text{ن لا} - \text{ع ر}$

حالت دوم مقادیر متماثل ہین لیکن اونکی علامتین غیر متماثل ہین

قاعدہ تمام مثبت امثال کو ایک جگہہ جمع کرو اور تمام منفی امثال کو دوسری جگہہ اور ان مجموعون مین سے چھوٹے مجموعہ کو بڑی مجموعہ مین سے تفریق کرو اور حاصل تفریق کی اول بڑی مجموعہ کی علامت لکھہ دو اور اوسکے آگے حروف مشترکہ ثبت کرو اگر مجموعہ امثال مثبت کا برابر مجموعہ امثال منفیہ کے ہو تو حاصل تفریق =

مثال. جمع کرو ۵ لا^{3} − ۳ لا + ۲ ی و − لا^{3} + ۲ لا − ی اور ۷ لا^{3} − ۴ لا + ۳ ی کا بموجب قاعدہ مذکور کے عمل کیا

۵ لا^{3} − ۳ لا + ۲ ی
− لا^{3} + ۲ لا − ی
۷ لا^{3} − ۴ لا + ۳ ی
۱۱ لا^{3} − ۵ لا + ۴ ی

دلیل عمل مذکور کی

اول سطر راسی مین مثبت رقمون کا حاصل جمع ۱۲ لا^{3} ہی جسمین سے لا^{3} گہٹانی چاہئے اسواسطے ماحصل ۱۱ لا^{3} ہے دوسری سطر راسی مین مجموعہ مثبت امثال کا + ۲ لا اور مجموعہ منفی امثال کا − ۷ لا ہے اور چونکہ مقدار جو تفریق ہونی چاہئی اوس مقدار سے کہ جمع ہونی چاہئی بقدر ۵ لا کے زیادہ ہے اسلئے ۵ لا کے اول علامت منفی کی لکھکر لکھدی جاوی تیسری سطر راسی مین مجموعہ مثبت ارقام کا ۵ ی اور منفی ارقام کا ی ہی اسلئے موافق بیان سابق کی ماحصل ۴ ی ہے

اسیواسطے کل مجموعہ ۱۱ لا^{3} − ۵ لا + ۴ ی ہے

امثلہ نمبری ۶

مثالین اوپر کے قاعدہ کے

(۱)
۲ ا^{5} − ۸ ا^{4} ب − ۱۴ ب^{5}
۳ ا^{5} + ۷ ا^{4} ب − ۲۷ ب^{5}
− ۱۵ ا^{5} + ا^{4} ب + ۸ ب^{5}
۳۲ ا^{5} − ۱۵ ا^{4} ب + ۳۲ ب^{5}
− ۱۷ ا^{5} + ۳۲ ا^{4} ب − ۱۷ ب^{5}
۵ ا^{5} + ۱۷ ا^{4} ب − ۱۸ ب^{5}

(۲)
۳ ا^{3} ب^{2} + ۱.۵ ا^{2} ب^{3} − ۲۲ ا ب^{4}
۱۲ ا^{3} ب^{2} − ۸ ا^{2} ب^{3} + ۱۲ ا ب^{4}
۲.۵ ا^{3} ب^{2} + ۲۵ ا^{2} ب^{3} + ا ب^{4}
ا^{3} ب^{2} + ا^{2} ب^{3} − ۲۳ ا ب^{4}
۱۹ ا^{3} ب^{2} − ۲۹ ا^{2} ب^{3} + ۶ ا ب^{4}

(۳)
− ۷ ا لا − ۵ ا $\sqrt{}$ لا + ۱۲ ی
۵ ا لا + ا $\sqrt{}$ لا − ۸ ی
− ا لا + ۹ ا $\sqrt{}$ لا − ی
۴ ا لا − ۳ ا $\sqrt{}$ لا + ۵ ی
− ا لا + ا $\sqrt{}$ لا + ی

(۴)
ا^{2} + لا^{2} − ۱۰ + ۲ $\sqrt{}$ ا لا
۲ ا^{2} − ۳ لا^{2} + ۲۰ + $\sqrt{}$ ا لا
− ۵ ا^{2} − ۳ لا^{2} − ۳۰ − ۵ $\sqrt{}$ ا لا
− ۴ ا^{2} + ۲ لا^{2} + ۱ + ۱۲ $\sqrt{}$ ا لا
− ۱۵ ا^{2} − ۲۵ لا^{2} − ۲۵ − ۲۵ $\sqrt{}$ ا لا

(۵) ا^۳ + ۳ ا^۲ ب + ۳ ا ب^۲ + ب^۳ و ا^۳ − ۳ ا^۲ ب + ۳ ا ب^۲ − ب^۳ و − ا^۳ + ۳ ا^۲ ب − ۳ ا ب^۲ + ب^۳ و − ا^۳ − ۳ ا^۲ ب − ۳ ا ب^۲ − ب^۳ اور ا^۳ + ۶ ا^۲ ب + ۱۲ ا ب^۲ + ب^۳ کو جمع کرو

(۶) ا + ب + ح + د اور − ا + ب + ح + د اور ا − ب + ح + د اور ا + ب − ح + د اور ا + ب + ح − د کو جمع کرو

(۷) لا^۴ + ۳ ا لا^۳ − ب لا^۲ + ۳ ح لا − د اور ۴ لا^۴ − ۶ ا لا^۳ + ۵ − لا^۲ − ۳ ح لا + ۲ د اور − ۵ لا^۴ − ۶ ا لا^۳ − ۵ ب لا^۲ − ۳ ح لا − ۲ د اور ۶ لا^۴ + ۷ ا لا^۳ − ۸ ب لا^۲ + ۶ ح لا + ۷ د اور − ۱۰ لا^۴ − ۹ ا لا^۳ + ۱۰ ب لا^۲ − ح لا + د اور − لا^۴ − ا لا^۳ − ب لا^۲ − ح لا − د کو جمع کرو

(۸) ا^۵ + ۵ ا^۴ ب + ۱۶ ا^۲ ب^۲ ح − ۷ ا ب اور ۶ ا^۵ − ا^۴ ب − ۶ ا^۲ ب^۲ ح + ۱۰ ا ب اور ۲ ا^۵ + ۴ ا^۴ ب + ۱۲ ا^۲ ب^۲ ح − ۱۰ ا ب اور ۵ ا^۵ − ۱۶ ا^۴ ب − ۱۱ ا^۲ ب^۲ ح + ۱۳ ا ب اور − ۱۰ ا^۵ + ۸ ا^۴ ب + ا^۲ ب^۲ ح − ۱۶ ا ب کو جمع کرو

(۹) ا^م − ۲ ب^ن + ۳ ح^ع − ۴ د^ق اور ۳۲ ا^م + ۱۶ ب^ن − ۱۳ ح^ع + ۱۲ د^ن اور − ۱۴ ا^م + ۱۵ ب^ن − ۱۷ ح^ع + ۱۹ د^ق اور ۱۸ ا^م − ب^ن + ح^ع − د^ق اور − ۱۳ ا^م + ۱۳ ب^ن − ۳ ح^ع + ۱۱ د^ق

(۱۰) لا^۶ − ۶ ا لا^۵ + ۳ ی^۲ لا^۴ − ۲۸ ی^۳ لا^۳ + ۹ ی^۴ لا^۲ − ۴۵ ی^۵ لا + ۲۷ ی^۶

− ۳ لا^۶ + ۷ ا لا^۵ − ۳/۴ ی^۲ لا^۴ − ی^۳ لا^۳ + ۳/۴ ی^۴ لا^۲ + ۲۷ ی^۵ لا − ی^۶

۱۲ لا^۶ + ۱/۳ ا لا^۵ + ی^۲ لا^۴ + ۳۲ ی^۳ لا^۳ − ۵/۸ ی^۴ لا^۲ − ی^۵ لا − ۲۸ ی^۶

− ۷ لا^۶ + ۲/۳ ا لا^۵ + ۱/۱۲ ی^۲ لا^۴ − ۱۱ ی^۳ لا^۳ − ۷ ی^۴ لا^۲ + ۱۵ ی^۵ لا − ۷ ی^۶

− ۳ لا^۶ − ۲ ا لا^۵ − ۵/۶ ی^۲ لا^۴ + ۶ ی^۳ لا^۳ − ۵/۴ ی^۴ لا^۲ + ۱۳ ی^۵ لا + ۳ ی^۶

۵/۲ ی^۲ لا^۴ + ۷/۸ ی^۴ لا^۲ − ۶ ی^۶

(۱۱) ی^۳ − ۳/۴ ی^۲ لا + ۱/۱۴ ی لا^۲ − ۵/۸ لا^۳ و ی^۳ + ۱/۲ ی^۲ لا + ۱/۴ ی لا^۲ + ۳/۱۴ لا^۳ و ۲ ی^۳ − ۱/۴ ی^۲ لا + ۵/۱۲ ی لا^۲ + ۱/۴ لا^۳

(۱۱) ۵ ا^۲ ب − ۷ ا^۳ ب ح − ۱۳ ب^۲ ح^۴ + ۱۰ اور ۱/۲ ا^۲ ب + ۸ ا^۳ ب ح − ۱۰ ب^۲ ح^۴ + ۲/۱۵ اور − ۳/۸ ا^۲ ب − ۱۵ ا^۳ ب ح − ۷ ب^۲ ح^۴ − ۲/۲۱ اور − ۱۱/۱۲ ا^۲ ب + ۲۳ ا^۳ ب ح + ۱/۱۴ ب^۲ ح^۴ + ۱۱/۱۴ اور − ۳/۱ ا^۲ ب − ۳۳/۱۵ ا^۳ ب ح + ۱/۱۵ ب^۲ ح^۴ + ۴/۹

حالت سوم جب مقادیر غیر متماثلہ ہوں

قاعدہ جو مقادیر غیر متماثلہ ہوں اونکو مع اونکی علامتوں کے ایک دوسرے کی بعد لکھو اور اگر کچھہ مقادیر متماثل ہوں تو اونکے موافق قواعد مذکور کے جمع کرکے لکھہ لو

مثال ۷ ا - ۳ ب + ۵ ح - ۱۰ د اور ۲ ب - ۳ ح + د - ۴ ر اور ۵ ح - ۱۶ ا - ۴ ر + ۲ د اور - ۳ ب - ۸ ح + ۱۷ ا - ر اور ۲۱ ر - ۱۶ ح + ا - ۵ د کو جمع کرو

بموجب قاعدہ مذکور کی عمل کرنی سی اور مقادیر متماثلہ کو اوپر تلی لکھنی سی یہہ حاصل ہوتا ہے

۷ ا - ۳ ب + ۵ ح - ۱۰ د
۲ ب - ۳ ح + د - ۴ ر
- ۱۶ ا + ۵ ح + ۲ د - ۴ ر
۱۷ ا - ۳ ب - ۸ ح - ر
ا - ۱۶ ح - ۵ د + ۲۱ ر
____
۹ ا - ۴ ب - ۱۷ ح - ۱۲ د + ۱۲ ر

حالت اول اور دوم میں جو دلایل عمل بیان ہوئیں اونہیں سی یہاں بہی دلیل عمل ظاہر ہی

امثلہ نمبری ۷

اوپر کے قاعدہ کے مثالیں

(۱) ا - ب اور ب - ح اور ح - د اور د - ح کا حاصل جمع دریافت کرو

(۲) ۲ ا^۳ + ۴ ب^۲ لا - ح^۲ لا^۲ اور ۲ ح^۲ لا^۲ + ۴ ا^۳ - ۶ ب^۲ لا اور ۲ ب^۲ لا - ۴ ح^۲ لا + ا^۳ کو جمع کرو

(۳) ۳ اب^۲ - ۴ ا^۲ ب + ا^۳ اور - ۴ اح^۲ + ۵ اب^۲ - ح^۳ اور - ۷ ب^۳ + ۲ ا^۲ ح - ۶ اح^۲ اور ۵ ا^۳ - ۱۱ اب^۲ - ۱۲ اح^۲ کا حاصل جمع دریافت کرو

(۴) ۳ لا^۳ - لا^۲ ی + لا ی^۲ - ۳ ی^۳ اور ۶ لا ی^۲ - ۲ ی^۳ + ۱۲ لا^۲ ی - لا^۳ اور ۴ ی^۳ - ۴ لا^۳ - ۲ لا^۲ ی اور ۷ لا^۲ ی - ۷ ی^۳ اور - ۹ لا ی^۲ + ۹ لا^۳ - ۱۲ ی^۳ + ۲ لا^۲ ی اور ۵ لا ی^۲ - ۵ لا^۲ ی

کا حاصل جمع دریافت کرو

(۵) ۵ا^{3}ب + ۱۲ا^{2}ب ح − ۱ ا ب ح^2 + ۲ح^3 − ۴ب^{2}ح^2 + ۵ا اور ا^4 + ۱۱ ا ب ح^2

+ ۶ − ۲۰ا^{3}ب اور ح^3 − ا^{2}ب ح + ۵ب^4 + ۱۷ + ۱۲ا^4 اور ۳ ۵ ا ب ح^2 − ۴ب^4

+ ۵ب^{2}ح^2 ا^2 − ۲ ا ب ح + ۵ح^3 اور ۴ا^{2}ب ح + ۱۳ − ۷ا^3 + ۱۴ا^{3}ب

کو جمع کرو اور اگر ا = ۰ اور ب = $\frac{1}{2}$ اور ح = اکائی ہو تو حاصل جمع کو اعداد مین تبلاؤ

(۶) ا^4 − ۳ ا ب^3 − ۳ ا ح^3 + ب^{2}ح^2 + ۳ح^4 اور ۳ ا ب^3 − ۴ا^3 + ۲ب ح^3 + ۶ ا ح^3 − ب^4

اور ۳ا^3 + ۲ا^{2}ح^2 − ۲ب^{2}ح^2 + ۳ح ا^3 − ۵ ا ح^3 اور ۲ب^4 − ۶ا^{3}ب − ۳ا^4 − ۳ح^4

+ ب^{2}ح^2 کا حاصل جمع دریافت کرو

(۷) ۵لا^3 + ۳لا^{2}ی + ۴لا ی^2 − ی^3 اور ۶ی^3 + لا ی^2 − ۵لا^{2}ی − ۷لا^3 اور لا^3 − ۵لا ی^2 + لا^{2}ی − ۶ی^3

اور − ۲لا^{2}ی + ۳لا ی^2 + لا^3 کے حاصل جمع مین سرلا^{2}ی کا دریافت کرو

(۸) ا − $\frac{1}{3}$ب + $\frac{1}{4}$ح − $\frac{1}{5}$د اور − $\frac{1}{2}$ح + $\frac{1}{3}$ا − $\frac{1}{4}$ب + د اور $\frac{1}{4}$د − $\frac{1}{5}$ب + ح − ا

اور $\frac{1}{4}$ا − $\frac{3}{4}$د + ب − $\frac{5}{8}$ح اور ۸ا − ۶ب + ۳ح − ۴د کا حاصل جمع دریافت کرو

(۹) اس جملہ مین [ا − $\frac{ب}{2}$ + $\frac{ح}{3}$ − $\frac{د}{4}$] + ($\frac{ب}{2}$ − $\frac{ا}{4}$ + د − $\frac{ح}{4}$) + [$\frac{ا}{5}$ − $\frac{ب}{4}$ + $\frac{ح}{3}$ − $\frac{د}{2}$]

مین سرب کا دریافت کرو

تفریق

قاعدہ جن مقادیر کو تفریق کرنا منظور ہو اونکی علامتین بدل دو یا علامتون کو بدلا ہوا خیال کرو اور پھر مختلف ارقام کو موافق قاعدہ جمع کی جمع کرو

مثال ب − ح کو ا مین سے تفریق کرو

ا
ب − ح
ا − ب + ح

دلیل عمل مذکور

اگر ۶ − ۳ یعنی ۳ کو ۱۰ مین سی تفریق کرنا ہو اور ہم ۱۰ مین سی ۶ تفریق کرین تو ظاہر ہی کہ ہم نے بقدر ۳ کے زیادہ گہٹایا ہی اسی دلیل کی موافق اگر ب − ح کو ا مین سی تفریق کرنا ہو تو صرف ب کے تفریق کرنے سے حاصل تفریق بقدر ح کے بڑا ہوگا

اب اگر ب کو ا مین سی تفریق کرین تو حاصل تفریق = ا − ب اسیواسطی اگر ب − ح کو تفریق کرین تو حاصل تفریق ا − ب + ح ہی پس یہی قاعدہ مذکور ثابت ہوا

یہان اس بات کو فرض کر لیا ہی کہ ا > ب اور ب > ح اس صورت مین قاعدہ بموجب دلیل مذکور کے ثابت ہو سکتا ہی اور اور صورتون مین اس قاعدہ کو فرض کر لیا ہے

امثلہ نمبری ۸

قاعدہ مذکور کے مثالین

(۱) ۷ا + ۵ب − ۸ مین سے ۳ا + ۲ب − ۵ تفریق کرو

۴ا + ۳ب − ۳

(۲) $۷لا^{۲} - ۴لا ی + ۵$

$۲لا^{۲} + ۴لا ی + ۴$

$۵لا^{۲} - ۸لا ی + ۱$

(۳) $ا^{۳} + ۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳}$

$ا^{۳} - ۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} - ب^{۳}$

$۶ا^{۲}ب + ۲ب^{۳}$

(۴) $۵لا - ۳لا^{\frac{۱}{۲}} + ی + ۸\sqrt{لا + ی}$

$-لا - ۳لا^{\frac{۱}{۲}} + ی + ۴\sqrt{لا + ۴}$

$۶لا + ۴\sqrt{لا} + ی - ۴$

(۵) $۴لا^{۲} - ۲لا ی + ۳ی^{۲}$ مین سے $لا^{۲} - لا ی + ۲ی^{۲}$ کو تفریق کرو

(۶) $ا^{۲} + ۲اب + ب^{۲}$ مین سے $ا^{۲} - ۲اب + ب^{۲}$ تفریق کرو

(۷) $ا^{۴} - ۴ا^{۳}ب + ۶ا^{۲}ب^{۲} - ۴اب^{۳} + ب^{۴}$ مین سی $ا^{۴} + ۴ا^{۳}ب + ۶ا^{۲}ب^{۲} + ۴اب^{۳} + ب^{۴}$ کو تفریق کرو

(۸) ۲لا + ۱۱د + ۱۰اب − ۵ح − ۲۳ مین سی ۲ح − ۱۰ + ۵د − ۳ب تفریق کرو

(۹) $لا^{۴} + ۳ا لا^{۳} - ۲ب لا^{۲} + ۳ح لا - ۴د$ مین سی $۳ا لا^{۳} + ۱ لا^{۳} - ۴لا^{۲} + ۶ح لا + د$ نکالو

(۱۰) $۶۲لا^{۴} - ۸۷لا^{۳}ی - ۱۰لا^{۲}ی^{۲} + ۱۷لا ی^{۳} + ۳ی^{۴}$ مین سے

$-لا^{۴} + ۳۶لا^{۳}ی + ۱۰لا^{۲}ی^{۲} - ۱۷لا ی^{۳} + ۲۴ی^{۴}$ تفریق کرو

(۱۱) $۶لا^{۲} + ۷لا ی - ۵ی^{۲} - ۱۲لا ی - ۸ی ی - ۵ی^{۲}$ مین سے

۳ لا۲ – ۴ ی۲ + ۵ لا ی – ۶ ی۲ + ۷ ی ی – ۸ لا ی

اور اگر لا = ۱۱ اور ی = ۱۰ اور ی = ۳ تو حاصل تفریق کی قیمت اعداد مین دریافت کرو

(۱۲) – ۲ ا۲ لا۲ + ۴ ا لا ی – ۳ ا ب ی۲ مین سی ۴ ا ب ی۲ – ۵ ا لا ی + ۲ ا۲ لا۲ تفریق کرو

(۱۳) د لا۳ + ب لا۲ + ح لا + د مین سے ر لا۳ – ب لا۲ + ح لا + ۴ د کو تفریق کرو

(۱۴) ا لا۳ + ب لا۲ ی – ح لا ی۲ – د ی۳ مین سی ر ی۳ + س لا ی۲ – گ لا۲ ی – ہ لا۳

(۱۵) ۵ ا۲ لا ی – ۴ ب لا ی۲ + ۹ ا لا۲ ی + ۱۵ ا ی۲ مین سی ۳ ا۲ لا ی + ۵ ب لا۲ ی – ۹ ح لا ی۲ – ۵ ی۲

(۱۶) ۱۰ ا۲ – ۵ ا ب – ع + ۵ د ف مین سی – ۹ ا۲ + ۲ ب + ع – ۵ ف

(۱۷) $\frac{5}{4}$ لا۲ + ۳ ا لا – $\frac{3}{4}$ ا۲
۲ لا۲ – ا لا – $\frac{1}{4}$ ا۲
$\frac{1}{4}$ لا۲ + ۴ ا لا – $\frac{1}{4}$ ا۲

(۱۸) $\frac{1}{4}$ لا – $\frac{3}{4}$ ا + $\frac{1}{4}$ ب – $\frac{1}{4}$ ی
$\frac{1}{4}$ لا + $\frac{1}{4}$ ا – $\frac{3}{4}$ ب – $\frac{1}{4}$ ی
$\frac{1}{4}$ لا – $\frac{5}{12}$ ا + $\frac{14}{15}$ ب + $\frac{1}{4}$ ی

(۱۹) $\frac{3}{4}$ ا + ۳۷ + $\frac{1}{4}$ ح + $\frac{1}{4}$ ب ح کو $\frac{5}{4}$ ا – ۷۷ – ۳ ب ح + $\frac{1}{4}$ ح مین سے

(۲۰) ۳ ی + $\frac{1}{4}$ ا – $\frac{3}{4}$ لا کو $\frac{1}{4}$ ی – $\frac{5}{4}$ ا – $\frac{3}{4}$ لا + $\frac{1}{4}$ ا مین سی تفریق کرو

(۲۱) ان جملون ا۲ + ب۲ + ح۲ + د۲ اور د۲ + ب۲ + ح۲ اور ا۲ – ح۲ + ب۲ – د۲ اور ا۲ – ب۲ + ح۲ + د۲

اور ب۲ + ح۲ + د۲ – ا۲ مین اول چار جملون کے مجموعہ مین سی آخر چار جملون کا حاصل جمع تفریق کرو

(۲۵) جبریہ جملون سی خطوط وحدانی و عرضی کا علیحدہ کرنا

چونکہ خطوط وحدانی و خط عرضی کی اول + کی علامت ہونی سی یہہ مراد ہوتی ہی کہ جو مقادیر خطوط وحدانی کی اندر اور خط عرضی کی ماتحت ہین جمع کیجائین اسلئی وہ خطوط وحدانی جنکی اول علامت + کی ہو بغیر ارقام مختلفہ کے علامتون کے بدلنی کی محو ہوسکتی ہین اور چونکہ خطوط وحدانی اور خط عرضی کے اول – کے علامت آنی سی یہہ مراد ہوتی ہی کہ جو مقادیر خطوط وحدانی کی اندر اور خط عرضی کے نیچی ہین تفریق کیجائین اسلئی وہ خطوط وحدانی جنکی اول علامت – کی ہو تمام ارقام کی علامتون کی بدلنی سے دور ہوسکتی ہین مثال اسکے نیچی لکھی ہے

ا + (ب - ح + د) = ا + ب - ح + د

ا - (ب - ح + د) = ا - ب + ح - د

اور یہی کیفیت وہان ہی جہان دوسرے خطوط وحدانی ہون

ا + [ب - (ح + د)] = ا + ب - (ح + د) = ا + ب - ح - د

ا - [ب - (ح + د)] = ا - ب + (ح + د) = ا - ب + ح + د

امثلہ نمبری ۹

ا جملے جنمین خطوط وحدانی لکھی ہین اونکے مختصر صورت دریافت کرو

(۱) ۶ا - ۴ب - (۵ا + ۲ب) = ۶ا - ۴ب - ۵ا - ۲ب = ا - ۶ب

(۲) (۳ا - ل) - (۴ل - ۲ا) + (۳ - ل) - (ا - ۴ل) + (ل - ۱)

= ۳ا - ل - ۴ل + ۲ا + ۳ - ل - ا + ۴ل + ل - ۱ = ۴ا - ل + ۲

(۳) ۲ا^۲ - (-۳ا^۲ + ۵ب^۲ - ح^۲) + (۵ب^۲ - ح^۲) = ۲ا^۲ + ۳ا^۲ - ۵ب^۲ + ح^۲ + ۵ب^۲ - ح^۲ = ۵ا^۲

مثالین مشق کی واسطے

ا ان جملون کو نہایت مختصر صورت مین لکھو

(۱) ۳ل - ۷ی - (ل + ۳ی) - (۴ی - ۷ل)

(۲) (ا + ب + ح) + (ا + ب - ح) - (ا - ب - ح)

(۳) ا^۲ - (ب^۲ - ح^۲) - ب^۲ + (ح^۲ - ا^۲) + ح^۲ - (ب^۲ - ا^۲)

(۴) ا^۳ - ا^۲ب + اب^۲ - ب^۳ - (ا^۳ + ب^۳) + (ا^۲ب - اب^۲)

(۵) ۴ا^۲ + ۳ب^۲ - (۲ا^۲ - ۳ب^۲) - (۲ا^۲ + ۷ب^۲) - (-۱۲ا^۲ + ب^۲)

(۶) ل^۲ - ۲لی + ی^۲ - (ل^۲ + لی - ی^۲) - (-۳لی + ل^۲ + ی^۲)

(ب) جملون کو جنمین دوہری خطوط وحدانی لکھی ہوئی ہین نہایت مختصر صورت مین لکھو

(۱) [ا - (ب - ح)] - [ب - (ح - ا)] + [ح - (ب - ا)]

= ا - ب + ح - ب + (ح - ا) + ح - (ب - ا)

= ا - ب + ح - ب + ح - ا + ح - ب + ا = ا - ۳ ب + ۳ ح

(۲) ا ب - [(۳ ب ح ر - ۲ ا ب) - (۵ ب ح ر - ب ر س) + (۳ ا ب - ۳ ب ر س)]

= ا ب - (۳ ب ح ر - ۲ ا ب) + (۵ ب ح ر - ب ر س) - (۳ ا ب - ۳ ب ر س)

= ا ب - ۳ ب ح ر + ۲ ا ب + ۵ ب ح ر - ب ر س - ۳ ا ب + ۳ ب ر س = ۲ ب ح ر + ۲ ب ر س

(۳) ۱ - [۱ - (۲ - لا)] + [۴ لا - (۳ - ۶ لا) + ۴ - (-۵ + ۶ لا)]

= ۱ - ۱ + (۲ - لا) + ۴ لا - (۳ - ۶ لا) + ۴ - (-۵ + ۶ لا)

= ۲ - لا + ۴ لا - ۳ + ۶ لا + ۴ + ۵ - ۶ لا = ۸ + ۳ لا

مثالیں مشق کے واسطے

امثلہ نمبری ۹ ب   ان جملوں کو نہایت مختصر صورت مین لکھ دو

(۱) ۲ ا - [۲ ا - (ب + ۲ لا)] + [ب - (۲ لا - ۲ ب)]

(۲) [۶ ا + ۲ ب - (۳ ا + ۲ ب)] - [۲ ا + ۴ ب - (۴ ا - ب)]

(۳) لا - (۲ ی - ۳ ی) - [۲ ی - (۳ ی - لا)] + [۳ ی - (۲ ی - لا)]

(۴) [ا + لا - (ا + ۲ لا)] + [(ا - لا) + (ا - ۲ لا)] - [(ا - لا) - (ا - ۲ لا)]

(۵) ا - [ب - ح + لا] + [ب - لا - ۲ ب]

(۶) ا² + ۲ ا ب + ب² - [ا² + ا ب - ب² - (۲ ا ب - ا² - ب²)]

(۷) ۳ لا² + ۳ ی² - [لا² + ۳ لا ی + ی² - (۲ لا ی - لا² - ی²)]

(ح) جملہ ذیل میں متعدد خطوط وحدانی ہین مختصر صورت مین لکھو

(۱) ۴ لا - ۳ ی - [(۲ لا + ۴ ی) + ۳ لا + {ی - ۹ لا - (۲ ی - لا) + (لا - ی)}]

= ۴ لا - ۳ ی - [۲ لا + ۴ ی + ۳ لا + ی - ۹ لا - ۲ ی + لا + لا - ی]

= ۴ لا - ۳ ی - [-۲ لا + ۲ ی] = ۴ لا - ۳ ی + ۲ لا - ۲ ی = ۶ لا - ۵ ی

(٢) ١١لا − [٧لا − {٨لا − (٩لا + ٦لا −)}]

= ١١لا − {٧لا + {٨لا − (٩لا + −٦لا)} = ١١لا − [٧لا − (٨لا − ٣لا)]

= ١١لا − [٧لا − ٥لا] = ١١لا − ٢لا = ٩لا

اول وہ خطوط وحدانی دور کرنے چاہیے جو سب کے اندر واقع ہوں اسمین غلطی بھی نہین ہوتی اور عمل بھی آسانی سے ہوتا ہے

امثلہ نمبری ٩ ح

(١) ٢لا − [(٣لا − ٩ی) − {(٢لا − ٣ی) − (لا + ٥ی)}]

(٢) لا − [لا + ی − {لا + ی + ی − لا + ی + ی + ھ}]

(٣) ا + لا − [ب + ی − {ا − لا − ب − ٢ی}]

(٤) لا − [٢ی + {٣ی − ٣لا − (لا + ٣)}] + [٢لا − (ی + ٢ی)]

(٥) ا − [٥ب − {ا − (٣ج − ٣ب) + (٢ج − ا − ٢ب − ج)}]

(٦) ٧ا − [٢ا − {ب − (٣ا − ٥ا − ٢ب) − ٤ا} − ٢ب]

(٧) − [+ {+ (− لا)} −] − [{− [+} − (− لا)}]

جمع کرو

(١) ا + ٢ج − د اور ٣ا − (ب − ٤ج) + ٢د اور ٣ا − ب − (٢ج − د)

(٢) ١ − [١ − (١ − لا)] اور ٢لا − (٣ − ٥لا) اور ٢ − (−٤ + ٥لا)

(٣) ا + ٣ج − ٢د اور ٤ا − (ب − ٤ج) + ٣د اور ٣ا {(٢ب + ج) − د}

(ب) تفریق کرو

(١) ا لا − ب لا − (ب − ج ی) کو ا لا + ب لا + ب ی + ج ی مین سے

(٢) ٣ا لا٢ − ٣ا٢لا − ٢ا لا + ٣ا٢ کو ٣لا٢ + ٣ا لا٢ − (٢ لا٢ − ٣ا٢ لا) − ٣ا٢

(٣) لا٢ − ی٢ − (٣ج − ٣د٢) کو (٣لا٢ − ٣ی٢) − (ج٢ − د٢)

(ر) ا – ب – (۲ح – ۲د) کو (۲ا – ۲ب) – ح + د

(س) (ا لا – ب لا) – (ب ی – ح ی) اور (ا لا + ب لا) + (ب ی + ح ی) کو جمع کرو
اور اول کو اخر سے تفریق کرو

(ش) تفریق کرو
۱/۳ ب۲ – ۵/۳ ا – (۴/۳ د۲ – ۱/۳ ح۲) کو (۴/۳ ا + ۲/۳ ب۲) – (۱/۳ ح۲ + ۱/۳ د۲)

(۲۶) جبریہ جملون مین خطوط وحدانی اور خط عرضی کا داخل کرنا

جبریہ جملہ مین جتنی رقمون کو چاہین خطوط وحدانی کی اندر یا خط عرضی کی نیچی اسطرح داخل کرسکتی ہین کہ اگر اول رقم جسکو داخل کرنا چاہتی ہین مثبت ہو تو خطوط وحدانی یا خط عرضی کی اول علامت (+) لکھو اور ارقام کو بجنسہ مع اونکی علامتون کی اور ترتیب کی اون خطوط وحدانی کی اندر یا خط عرضی کی نیچی لکھدو اور اگر اول رقم جسکو خطوط وحدانی کی اندر یا خط عرضی کی نیچی لکھنا چاہتی ہین منفی ہو تو – کی علامت خطوط وحدانی یا خط عرضی کی اول لکھہ دو اور ارقام کو اونکی اندر یا نیچی بجنسہ موافق اونکی ترتیب کی لکھہ دو لیکن علامتین بدل دو یعنی جو + ہو اوسی – بناؤ اور جو – ہو اوسکو + بناؤ اسلئی کہ خطوط وحدانی کی اول – کا ہونا دال اس امر پر ہی کہ وہ سب مقادیر جو خطوط وحدانی کے اندر یا خط عرضی کی نیچی داخل ہین تفریق کیجائین یعنی جب خطوط وحدانی یا خط عرضی دور ہون تو اون سب کے علامت بدل دیجای مثال اوسکی یہہ ہی کہ

ا + ب – ح + د = ا + (ب – ح + د)
= ا + ب – (ح – د)

ا – ب + ح – د = ا – (ب – ح + د)
= ا – ب + (ح – د)
= ا – ب + ح – (د)

ا + ب – ح – د = ا + ب – (ح + د)
= ا + [ب – (ح + د)]

ا – ب + ح + د = ا – ب + (ح + د)
= ا – [ب – (ح + د)]

امثلہ نمبری ۱۰

ا + ۲ب - ۳ح + ۴د - ۵ر + ۶س - ۷ش + ۸ص کو خطوط وحدانی مین اسطرح داخل کرو

(۱) دو دو رقمین

(۲) چار چار رقمین

(۳) دو خطوط وحدانی مین جنمین سی ہر ایک کے اندر دو دو اخر رقین ایک اور خطوط وحدانی کی اندر ہون

(۴) سواء اول کے دو رقموں کے سب رقمین ایک خط وحدانی کے اندر

(۵) سوال چہارم کی جواب مین اخر پانچ رقمون کو اسطرح لکھو کہ اونمین سی دو ایک خطوط وحدانی مین اور باقی ایک خطوط وحدانی مین اسطرح ہون کہ اخر خطوط وحدانی کی رقمین اپنی ماقبل کی خطوط وحدانی سکے اندر ہی ہون

ضرب

(۲۷) اول مقادیر مفردہ کی ضرب

قاعدہ دونو مقادیر کی امثال عددی کو اپسمین ضرب دو اور بعد ان عددون کے حاصل ضرب کے حروف کو بالترتیب لکھہ دو اور حاصل ضرب کی اول اگر مضروب اور مضروب فیہ دونون کی یکسان علامت ہو تو + اور اگر مختلف علامت ہو تو - لکھو

مثال ۱ ۵ا × ۲ح = ۱۰اح

مثال ۲ ۵ا۲ × -۳ی۲ = -۱۵ا۲ی۲

مثال ۳ - ۳/۴م ن × - ۱/۴ع ق = ۳/۱۶ م ن ع ق

دوم مقادیر مرکب کی ضرب

قاعدہ مضروب فیہ کی ہر رقم کو دائین طرف سی شروع کر کی بائین طرف مضروب کے ہر رقم میں موافق قاعدہ مذکور کے ضرب دو اور جو حاصل ضرب حاصل ہون اونکو موافق قاعدہ کے جمع کرو حاصل جمع حاصل ضرب مطلوب ہوگا

اشتباہ اول مضروبین کو خواہ کسی ترتیب سی ضرب دین حاصل ضرب ایکہی ہوگا جیسے کہ ۴ × ۶ کا حاصل ضرب وہی ہی جو ۶ × ۴ کا حاصل ضرب ہی اسواسطی کہ ۴ × ۶ کی معنی یہہ ہین کہ ۴ چیزین چھہ دفعہ لی گئین یعنی ۲۴ اور ۶ × ۴ کی یہہ معنی ہین کہ چھہ چیزین چار دفعہ لی گئین یعنی ۲۴ چیزین دفعہ ۳۲ حساب کے رسالہ کی دیکھو

موافق اسی اصول کے اب اور ب ا اسمین برابر ہین اور ا ب ح اور ا ح ب اور ح ب ا اور ب ا ح اور ح ا ب سب اسمین متساوی ہین

اشتباہ دوم جب مضروبین مین ایک ہی مقدار کے مختلف قوا موجود ہون تو حاصل ضرب جزئیہ مین مقادیر متماثلہ کا ایک دوسرے کے نیچے ایک سطر راسی مین انا نہایت لکارامد ہوگا اسلیئے ارقام کو بہ ترتیب قوا لکھو

(۲۸) یہہ پہلی بیان کر آئی ہین کہ اگر مضروب اور مضروب فیہ کی علامتین یکسان ہون تو حاصل ضرب مثبت ہوگا اور اگر اونکی علامتین مختلف ہون تو حاصل ضرب منفی ہوتا ہی اگر ا > ب اور ح > د تو (ا − ب) اور (ح − د) کے حاصل ضرب سی قاعدہ علامات کا مستنبط ہوتا ہے

(ا − ب) کو (ح − د) مین ضرب دینی کی معنی یہہ ہین کہ ا − ب کو اتنی دفعہ جمع کرین جتنی اکائیان ح − د مین ہین اسواسطی (ا − ب) اور (ح − د) کی حاصل ضرب سی وہی حاصل ہوتا ہے جو (ا − ب) کے ح گنی مین سے (ا − ب) کے د گنی کے منہا کرنے سی

اب (ا − ب) کے ح گنی کے یہی معنی ہین کہ ا کے ح گنی مین سے ب کے ح گنی کو تفریق کرین یعنی ا ح مین سے ب ح کو تفریق کرین اور یہہ = ا ح − ب ح

اور علی ہذا القیاس (ا − ب) کا د گنا = ا د − ب د

اسیواسطے (ا − ب) (ح − د) = ا ح − ب ح − (ا د − ب د)

= ا ح − ب ح − ا د + ب د بموجب قاعدہ تفریق کے

اب ہم اس ماحصل مین دیکھتی ہین کہ

$+ ا \times + ج = اج$

$- ب \times + ج = - ب ج$

$ا \times - د = - ا د$

$- ب \times - د = + ب د$

اگر ا ح ب اور ح د تو قاعدہ علامات کو صحیح فرض کر لیتے ہین ثابت نہین کرتے

(۲۹) ایک ہی مقدار کی دو یا زیادہ قوتون کا حاصل ضرب اسطرح بیان کیا جاتا ہی کہ اوس مقدار کے اوپر قوت نما قوا مفروضہ کے قوت نمایون کے مجموعہ کے برابر لکھہ دیتی ہین

اگر قوتین مثبت ہون تو وجہ قاعدہ کی ظاہر ہے

اسواسطی کہ $ا^{۲}$ اور $ا \times ا$ ایک ہی چیز ہین

$ا^{۳}$ اور $ا \times ا \times ا$ ایک ہی چیز ہین

اسواسطی $ا^{۲} \times ا^{۳} = (ا \times ا \times ا) \times (ا \times ا) = ا^{۵}$ بموجب حدود کے
$= ا^{۳+۲}$

اور علی ہذا القیاس $ا^{م} \times ا^{ن} = ا \times ا \ldots$ م اجزاء ضربی تک $\times ا \times ا \ldots$ ن اجزاء ضربی تک
$= ا \times ا \ldots (م + ن)$ اجزاء ضربی تک $= ا^{م+ن}$ بموجب حدود کے

اتنا ہم نی ثابت کر دیا کہ $ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م+ن}$ اوس صورت مین کہ م اور ن مثبت صحیح ہون اور اگر م اور ن دونو یا ایک منفی یا کسر ہو تو اوسکے قاعدہ کو صحیح مان لیتی ہین ثابت نہین کرتے

$ا^{-م} \times ا^{-ن} = ا^{-م-ن}$

$ا^{\frac{م}{ع}} \times ا^{\frac{ن}{ع}} = ا^{\frac{م}{ع} + \frac{ن}{ع}}$

$ا^{م} \times ا^{\frac{ع}{ق}} = ا^{م + \frac{ع}{ق}}$

$ا^{-م} \times ا^{ن} = ا^{-م+ن}$

امثلہ نمبری ۱۱

(۱) یہہ مثالین حل کی ہوئی ہین اور اونمین مضروب مرکب مقدار اور مضروب فیہ مفرد مقدار ہے

(۱) ۳ ا لا − ۲ ا ء + ی
۴ ا
―――――――――
۱۲ ا^{۲} لا − ۸ ا^{۲} ء + ۴ ا ی

(۲) ۵ لا^{۳} − ۲ لا^{۲} + لا − ۴
− ۱۵ ا لا
―――――――――
− ۷۵ ا لا^{۴} + ۳۰ ا لا^{۳} − ۱۵ ا لا^{۲} + ۶۰ ا لا

(۳) − ا لا + ب ء − ۳ ج ی^{۲}
− ۲ ا^{۲} لا^{۲}
―――――――――
+ ۲ ا^{۳} لا^{۳} − ۲ ب ا^{۲} لا^{۲} ء + ۶ ج ا^{۲} لا^{۲} ی^{۲}

(۴) لا $\frac{۱}{۲}$ لا^{۳} + ۲
لا$^{\frac{۲}{۳}}$
―――――――――
لا$^{\frac{۳}{۲}}$ + $\frac{۲}{۳}$ − لا$^{\frac{۲}{۳}}$ + $\frac{۳}{۳}$ + ۲ لا$^{\frac{۲}{۳}}$

یعنی لا$^{\frac{۵}{۳}}$ − لا + ۲ لا$^{\frac{۲}{۳}}$

(۵) ۲ ا^{۲} م + ۳ ا$^{ن − ع}$ − ۴ ا^{۲} م
− $\frac{۱}{۲}$ ا^{۲}
―――――――――
− $\frac{۲}{۲}$ ا^{۲} م − $\frac{۳}{۲}$ ا$^{م + ن − ع}$ + ۲ ا^{۲} م + م

یعنی − ا^{۲} م − $\frac{۳}{۲}$ ا$^{م + ن − ع}$ + ۲ ا^{۲} م

(۶) $\frac{۱}{۲}$ لا^{۲} − $\frac{۱}{۳}$ لا^{۳} + $\frac{۱}{۴}$
$\frac{۴}{۳}$ لا^{۵}
―――――――――
$\frac{۲}{۳}$ لا$^{۵ − ۲}$ − $\frac{۲}{۹}$ لا$^{۵ − ۳}$ + $\frac{۱}{۱۲}$ لا^{۵}

یعنی $\frac{۲}{۳}$ لا^{۷} − $\frac{۴}{۹}$ لا^{۸} + $\frac{۱}{۳}$ لا^{۵}

مثالیں مشق کی واسطے

اشلہ نمبری ۹ (ا) حاصل ضرب دریافت کرو

(۱) ۶ ا ب اور ۹ ج کا اور ۴ ا اور − ۵ ء کا اور ۳ ا لا اور ۲ ا^{۲} لا^{۲} کا اور ۵ ا^{۳} اور − ۷ ا^{۳} کا

(۲) ۶ لا^{۲} ء ی اور $\frac{۱}{۲}$ ا ء^{۳} ی^{۲} کا اور − $\frac{۹}{۴}$ ا^{۲} لا اور − $\frac{۱}{۴}$ ا^{۲} لا کا اور لا$^{\frac{۱}{۳}}$ اور لا$^{\frac{۲}{۳}}$ کا اور − ۷ ا$^{\frac{۳}{۲}}$ اور ۷ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ کا

(۳) ۲۶ لا^{ن} ء^{م} اور ۲ لا^{م} ء^{ن} کا − ۴ لا$^{م − ن}$ اور − ۲ لا^{ن} کا لا$^{ن + م}$ اور لا$^{\frac{ن}{۲}}$ کا − لا$^{م + ع}$ اور لا$^{ن − ع}$ کا

(۴) − ۵ ا^{۳} اور ۶ ا^{۲} کا − ۴ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ اور − ۵ ا$^{\frac{۳}{۲}}$ کا $\frac{۳}{۵}$ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ ب$^{\frac{۲}{۳}}$ اور $\frac{۱}{۳}$ ا ب ج^{۲} کا
اور لا$^{م + ن + ع}$ اور لا$^{م − ن + ع}$ کا لا$^{م − ن − ع}$ کا

(۵) ۷ لا^{۲} − ۲ لا + ۴ ا اور ۳ ا^{۲} کا اور ۴ لا^{۲} ء + ۳ لا − ۲ ء اور − ۳ لا ء کا

(۶) ۲ لا^{۳} ء ی − ۳ لا^{۲} ء^{۲} ی + ۵ لا ء ی^{۳} اور − ۷ لا^{۲} ء ی کا اور لا^{۲} − ع لا + ق اور ع لا کا

(۷) ا^{م} ج^{ن} + ب ا^{م} − ج ب^{ن} اور ا^{۲} م کا $\frac{۱}{۲}$ لا^{۲} − $\frac{۱}{۳}$ لا + $\frac{۱}{۴}$ اور $\frac{۳}{۴}$ لا^{۲} کا

(۸) $\frac{۵}{۲}$ لا$^{\frac{۱}{۲}}$ + ۳ ا لا − $\frac{۳}{۴}$ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ اور − $\frac{۱}{۲}$ ا$^{\frac{۵}{۶}}$ لا کا اور لا$^{\frac{۱}{۳}}$ − ء$^{\frac{۱}{۳}}$ اور لا$^{\frac{۲}{۳}}$ ء$^{\frac{۲}{۳}}$ کا

(ب) ان حل کی ہوئی مثالوں میں مضروب اور مضروب فیہ مقادیر مرکب ہیں

(۱) ۵لا + ۴ی
۲ا + ۳ب

اول ۲ا میں: ۱۰الا + ۸ای
دوم ۳ب میں: ۱۵بلا + ۱۲بی
۱۰الا + ۸ای + ۱۵بلا + ۱۲بی

(۲) لا + ی
لا − ی

اول لا میں: لا^{۲} + لای
دوم ی میں: − لای − ی^{۲}
لا^{۲} − ی^{۲}

(۳) ۳لا^{۲} + ۲لا
۴لا − ۷

۱۲لا^{۳} + ۸لا^{۲}
− ۲۱لا^{۲} − ۱۴لا
۱۲لا^{۳} − ۱۳لا^{۲} − ۱۴لا

(۴) ا^{۲} + اب + ب^{۲}
ا − ب

ا^{۳} + ا^{۲}ب + اب^{۲}
− ا^{۲}ب − اب^{۲} − ب^{۳}
ا^{۳} − ب^{۳}

(۵) ۳لا^{۲} − ۲لا + ۵
۲لا^{۲} − ۶لا + ۷

۶لا^{۴} − ۴لا^{۳} + ۱۰لا^{۲}
− ۱۸لا^{۳} + ۱۲لا^{۲} − ۳۰لا
۲۱لا^{۲} − ۱۴لا + ۳۵
۶لا^{۴} − ۲۲لا^{۳} + ۴۳لا^{۲} − ۴۴لا + ۳۵

(۶) ۱۴اح − ۳اب + ۲
اح − اب + ۱

۱۴ا^{۲}ح^{۲} − ۳ا^{۲}حب + ۲اح
− ۱۴ا^{۲}حب + ۳ا^{۲}ب^{۲} − ۲اب
۱۴اح − ۳اب + ۲
۱۴ا^{۲}ح^{۲} − ۱۷ا^{۲}حب + ۱۶اح + ۳ا^{۲}ب^{۲} − ۵اب + ۲

(۷) حاصل ضرب متواتر (۱) لا + ۱ اور لا − ۱ اور لا + ۲ کا اور (۲) ۴ا^{۲}ح^{۲} + ۹ اور ۲اح − ۳ اور ۲اح + ۳ کا

لا + ۱
لا − ۱
لا^{۲} + لا
− لا − ۱
لا^{۲} − ۱
لا + ۲
لا^{۳} − لا
۲لا^{۲} − ۲
لا^{۳} + ۲لا^{۲} − لا − ۲

۲اح − ۳
۲اح + ۳
۴ا^{۲}ح^{۲} − ۶اح
۶اح − ۹
۴ا^{۲}ح^{۲} − ۹
۴ا^{۲}ح^{۲} + ۹
۱۶ا^{۴}ح^{۴} − ۳۶ا^{۲}ح^{۲}
۳۶ا^{۲}ح^{۲} − ۸۱
۱۶ا^{۴}ح^{۴} − ۸۱

مثالیں مشق کی واسطے

امثلہ نمبری ۱۱ (ب) ضرب دو

(۱) لا + ۴ کو لا + ۹ میں ا + ب کو ا + ب میں ۳ ا − ۳ ب کو ۳ ا + ۳ ب میں اور ا^{۲} − ۳ اب + ب^{۲} کو ا − ب میں

(۲) ۳ ا − ۲ ب کو ۴ ب − ۲ ا میں ا^{۲} − لا^{۲} کو ا + لا میں ۲ ا + ۳ ب ج کو ۴ د + ر میں

(۳) لا^{۳} − ۳ لا^{۲} ی + ۳ لا ی^{۲} − ی^{۳} کو لا − ی اور لا^{۲} − ۴ ی^{۲} کو لا^{۲} − ۴ ی^{۲} میں

(۴) ا − ب + ج کو ا + ب − ج میں اور لا^{۳} − ۳ لا^{۲} + ۳ لا − ۱ کو لا^{۲} + ۳ لا + ۱ میں

(۵) ا^{۵} − ۱۰ ا^{۴} ب + ۴۰ ا^{۳} ب^{۲} − ۸۰ ا^{۲} ب^{۳} + ۸۰ ا ب^{۴} − ۳۲ ب^{۵} کو ا − ۲ ب میں اور ا^{۲} + ا لا + لا^{۲} کو ا^{۲} − ا لا + لا^{۲} میں

(۶) ۱ + ۲ لا + ۳ لا^{۲} کو ۱ − ۲ لا + ۳ لا^{۲} میں اور لا^{۴} − ۲ لا^{۳} ی + ۴ لا^{۲} ی^{۲} − ۸ لا ی^{۳} + ۱۶ ی^{۴} کو لا − ۲ ی میں

(۷) ا لا^{۲} − ب لا − ج کو د لا − ر میں ۱۲ لا^{۳} − ۸ لا^{۲} ی + ۱۵ لا ی^{۲} − ۱۰ ی^{۳} کو ۳ لا^{۲} + ۲ ی^{۲} میں

(۸) ۹ لا^{۲} + ۳ لا ی + ی^{۲} − ۶ لا + ۲ ی + ۴ کو ۳ لا − ی − ۲ میں اور لا^{۴} + ۲ ا لا^{۳} + ۳ ا^{۲} لا^{۲} + ۲ ا^{۳} لا + ا^{۴} کو لا^{۲} − ۲ ا لا + ا^{۲} میں

(۹) ۲ لا^{۲} − ۳ لا ی + ۴ ی^{۲} کو ۳ لا^{۲} + ۴ لا ی + ۹ میں ۲ ا^{۲} − ۳ ا ب + ۴ ب^{۲} کو ۴ ا^{۲} − ۳ ا ب + ۲ ب^{۲}

(۱۰) ا^{۲} + ب^{۲} + ج^{۲} − ب ج − ا ج − ا ب کو ا + ب + ج میں اور لا^{۳} − ۴ ا^{۲} لا + ۳ ا لا^{۲} − ۲ ا^{۳} کو لا^{۲} + ۴ ا^{۲} لا − ۳ ا لا^{۲} + ۲ ا^{۳} میں

(۱۱) ا^{۴} + ا^{۳} ب + ا^{۲} ب^{۲} + ا ب^{۳} + ب^{۴} کو ا^{۴} − ا^{۳} ب + ا^{۲} ب^{۲} − ا ب^{۳} + ب^{۴} میں

(دوم) متواتر حاصل ضرب لا − ۱۱ اور لا + ۱۱ اور لا^{۲} − ۱۱ اور لا^{۲} + ۱ کا اور لا^{۲} + لا + ۱۱ اور لا^{۲} − لا + ۱۱ اور لا^{۲} + لا − ۱ کا دریافت کرو

(۳) لا^{۲} کا سر ان حاصل ضربوں میں دریافت کرو

(۱) ۱ − ۲ لا + ۳ لا^{2} − ۲ لا^{3} + لا^{4} اور ۱ + ۲ لا + ۳ لا^{2} + ۲ لا^{3} + لا^{4} کا

(۲) لا^{4} − ا لا^{3} + ا^{2} لا^{2} − ا^{3} لا + ا^{4} اور لا^{2} + ا لا + ا^{2} کا

مثال (۸)

لا + ا
لا + ب
لا^{2} + ا لا
+ ب لا + ا ب
لا^{2} + ا لا + ب لا + ا ب
یعنی لا^{2} + (ا + ب) لا + ا ب

(۹)

لا^{2} + (ا + ب) لا + ا ب
لا − ح
لا^{3} + (ا + ب) لا^{2} + ا ب لا
− ح لا^{2} − (ح ا + ح ب) لا − ا ب ح
لا^{3} + (ا + ب − ح) لا^{2} + (ا ب − ا ح − ب ح) لا − ا ب ح

(۱۰)

لا^{3} − ع لا^{2} + ق لا − ر
لا^{2} − ۲ م لا + م^{2}
لا^{5} − ع لا^{4} + ق لا^{3} − ر لا^{2}
− ۲ م لا^{4} + ۲ م ع لا^{3} − ۲ م ق لا^{2} + ۲ م ر لا
م^{2} لا^{3} − م^{2} ع لا^{2} + م^{2} ق لا − م^{2} ر

لا^{5} − (ع + ۲ م) لا^{4} + (ق + ۲ م ع + م^{2}) لا^{3} − (ر + ۲ م ق + م^{2} ع) لا^{2} + م (۲ ر + م ق) لا − م^{2} ر

م / (۱۰)

اشتغال نمبری ۱۰ — نیچے کے جملوں کو ضرب دو اور قوالا کی امثال کو خطوط وحدانی میں لکھو

(۱) لا^{2} − ا^{2} کو لا^{2} − ب^{2} میں اور لا^{2} − (ل − ۱) ا لا + ا^{2} کو لا − ا میں

(۲) لا^{4} − ق لا^{3} + (ع − ۱) لا^{2} + ق لا − ع کو لا − ا میں لا^{2} − (ا − ع) لا + ا^{2} − ا ع + ق کو لا + ا میں

(۳) لا^{4} − (ع − ۱) لا^{3} + (ق − ع + ۱) لا^{2} − (ع − ۱) لا + ۱ کو لا − ۱ میں

لا^{3} + (ا + ب + ح) لا^{2} + (ا ب + ا ح + ب ح) لا + ا ب ح کو لا + ح میں

(۴) (لا + د + ی) کو (لا − د + ی) میں اور حاصل ضرب کو (لا − د − ی) میں

اطلاع علم حساب کی دفعہ ۷۰ میں جو اصول کسور کے بیان ہوئے ہیں وہ یہی اصول کسور جبریہ کے بھی ہیں اون اصول کو طالب علم یاد کر کے یہاں ضرب جبریہ لگائیں

مثال ١١ لا ٢ − ٣لا/٢ + ١/٤ (١٢) ا٢/ب٢ − ب٢/ا٢

١/٤ + لا/٢

لا/٨ + لا٢/٤ − ٣لا/٢

١/١٦ + لا/١٢ − ٢لا/٤

١/١٦ + لا/٣٢ + ٢لا/١٢ + ٣لا/٢

يعنى ا٢/ب٢ − ٢ + ب٢/ا٢

(١٣) لا − ١/٢لا٢ + ٣/٤لا

١ − ١/٢لا + ١/٣لا٢

لا + ١/٢لا − ٣/٤لا

يعنى لا − ٣لا/٢٤ + ...

(١٤) لا٣/٢ − ٤لا + ١/٢لا + ٢ (١٥) ا٢ + ٣ب٢ − ٢ع٢

ا − ٣ب + ٢ع

يعنى لا٥/٢ − ٤لا٣/٢ + ٢لا

ا٢ + ٤ب٢ + ٣ع٢ − ١٢ ... − ٩ب٢ن + ١٢ب ع − ٤ع٢

١/٢لا − ٢لا + ٣/٢لا − ٤لا٢ − ٥/٢لا

(۱۶) $\text{ا}\,\text{لا}^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{ب}\,\text{ی}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}}$

$\text{ا}\,\text{لا}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{ب}\,\text{ی}^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}}$

$\text{ا}^2\,\text{لا}^{\frac{\text{م}+\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{اب}\,\text{لا}^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}}\,\text{ی}^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}}$

$+ \text{اب}\,\text{لا}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}}\,\text{ی}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{ب}^2\,\text{ی}^{\frac{\text{م}+\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}}$

$\text{ا}^2\,\text{لا} + \text{اب}\,\text{لا}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}}\,\text{ی}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{اب}\,\text{لا}^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}}\,\text{ی}^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{ب}^2\,\text{ی}$

یعنی $\text{ا}^2\,\text{لا} + \text{اب}\,(\text{لا}\,\text{ی})^{\frac{\text{ن}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{اب}\,(\text{لا}\,\text{ی})^{\frac{\text{م}}{\text{م}+\text{ن}}} + \text{ب}^2\,\text{ی}$

(۱۷) $\text{لا}^{-1} + \text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}} + \text{ی}^{-1}$

$\text{لا}^{-1} - \text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}} + \text{ی}^{-1}$

$\text{لا}^{-1-1} + \text{لا}^{-1}\,\text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}} + \text{لا}^{-1}\,\text{ی}^{-1}$

$- \text{لا}^{-1-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}} - \text{لا}^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} - \text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-1-\frac{1}{2}}$

$+ \text{لا}^{-1}\,\text{ی}^{-1} + \text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}-1} + \text{ی}^{-1-1}$

یا $\text{لا}^{-2} + \text{لا}^{-\frac{3}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}} + \text{لا}^{-1}\,\text{ی}^{-1}$

$- \text{لا}^{-\frac{3}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{1}{2}} - \text{لا}^{-1}\,\text{ی}^{-1} - \text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{3}{2}}$

$+ \text{لا}^{-1}\,\text{ی}^{-1} + \text{لا}^{-\frac{1}{2}}\,\text{ی}^{-\frac{3}{2}} + \text{ی}^{-2}$

$\text{لا}^{-2} + \text{لا}^{-1}\,\text{ی}^{-1} + \text{ی}^{-2}$

مثالیں مشق کی واسطے

امثلہ نمبری ۱۱ (د) ضرب دو

(۱) $۲\text{لا} + \frac{۱}{۳}$ کو $\text{لا} + \frac{۱}{۲}$ میں $\text{لا}^2 - \frac{۳}{۴}\text{لا} + ۱$ کو $\text{لا}^2 - \frac{۱}{۲}\text{لا}$ میں

(۲) $\text{لا}^2 - \frac{۱}{۲}\text{لا} + \frac{۳}{۴}$ کو $\frac{۱}{۲}\text{لا} + ۳$ میں $\frac{۳}{۴}\text{ا}^2 + \frac{۵}{۶}\text{ا}\,\text{لا} + \text{لا}^2$ کو $\frac{۳}{۴}\text{ا}^2 - \frac{۵}{۶}\text{ا}\,\text{لا} + \text{لا}^2$ میں

(۳) $\text{لا}^2 - \frac{۱}{۲}\text{لا}\,\text{ی} + ۲\text{ی}^2$ کو $۲\text{لا} - \frac{۱}{۲}\text{ی}$ میں $۱۵\text{لا}^2 + ۱۸\text{ا}\,\text{لا} - ۱۴\text{ا}^2$ کو $\text{لا}^2 - \frac{\text{ا}\,\text{لا}}{۲} - \frac{\text{ا}^2}{۴}$

(۴) $\frac{۳}{۲}\text{لا}^3 - ۵\text{لا}^2 + \frac{۱}{۴}\text{لا} + ۹$ کو $\frac{۱}{۲}\text{لا}^2 - ۱۱\text{لا} + ۳$ میں اور $\frac{\text{لا}^2}{\text{ا}^2} - \frac{\text{لا}}{\text{ا}} + ۱$ کو $\frac{\text{لا}^2}{\text{ا}^2} + \frac{\text{لا}}{\text{ا}} + ۱$ میں

(۵) $ب^{\frac{2}{3}} + 2 + ا^{-\frac{2}{3}}$ کو $ب^{\frac{1}{3}} + ا^{-\frac{1}{3}}$ مین $\frac{لا^{2}}{4} + \frac{لا ی}{2} + ی^{2}$ کو $لا - \frac{لا ی}{2} + \frac{ی^{2}}{4}$ مین

(۶) $1 + \frac{لا}{2} + \frac{لا^{2}}{4}$ کو $1 - \frac{لا}{2} + \frac{لا^{2}}{8} - \frac{لا^{3}}{16}$ مین

$ا^{3} - \frac{3}{2}ا^{2}لا + 2ا\,لا^{2} - \frac{لا^{3}}{4}$ کو $ا^{2} - \frac{ا\,لا}{3} + لا^{2}$ مین

(۷) $\frac{3}{2}ا - 5ب - \frac{1}{2}ح^{2}$ کو $\frac{1}{4}ا - 2ب + 6ح^{2}$ مین اور $\frac{لا^{3}}{3} - \frac{لا^{2}}{6} + \frac{لا}{2} - 1$ کو $\frac{لا^{2}}{2}\left(لا + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}لا + \frac{1}{2}$

(۸) $لا^{\frac{1}{2}} + ی^{\frac{1}{2}}$ کو $لا^{\frac{1}{2}} - ی^{\frac{1}{2}}$ مین $ا^{\frac{5}{6}} - ی^{\frac{5}{6}}$ کو $ا^{\frac{5}{6}} - ی^{\frac{5}{6}}$ مین

(۹) $لا + لا^{\frac{1}{2}}ی^{\frac{1}{2}} + ی$ کو $لا^{\frac{1}{2}} - ی^{\frac{1}{2}}$ مین $ا^{\frac{3}{4}} + ا^{\frac{1}{2}}ب^{\frac{1}{4}} + ا^{\frac{1}{4}}ب^{\frac{1}{2}} + ب^{\frac{3}{4}}$ کو $ا^{\frac{1}{4}} - ب^{\frac{1}{4}}$ مین

(۱۰) $لا^{\frac{3}{2}} - لا\,ی^{\frac{1}{2}} + لا^{\frac{1}{2}}ی - ی^{\frac{3}{2}}$ کو $لا + لا^{\frac{1}{2}}ی^{\frac{1}{2}} - ی$ مین $ا^{\frac{2}{3}} + 3ا^{\frac{1}{3}}ب^{\frac{1}{3}} + 9ب^{\frac{2}{3}}$ کو

$ا^{\frac{1}{3}} - 3ب^{\frac{1}{3}}$ مین

(۱۱) $لا^{2} + لا\,ی + ی^{2}$ کو $لا + لا^{\frac{1}{2}}ی^{\frac{1}{2}} + ی$ مین $ا^{3} - ا^{\frac{3}{2}}لا^{\frac{3}{2}} + لا^{3}$ کو $ا^{3} - لا^{3}$ مین

(۱۲) $لا^{\frac{3}{2}} - 4لا^{\frac{1}{2}} + 2$ کو $لا - لا^{\frac{1}{2}}$ مین $ا^{\frac{3}{2}} + 3ا\,ب^{\frac{3}{5}} + 3ا^{\frac{1}{2}}ب^{\frac{6}{5}} + ب^{\frac{9}{5}}$ کو $ا^{\frac{1}{2}} - ب^{\frac{3}{5}}$ مین

(۱۳) $لا^{\frac{2}{3}} + 2لا^{\frac{1}{2}} + 3لا^{\frac{1}{3}} + 2لا^{\frac{1}{6}} + 1$ کو $لا^{\frac{1}{3}} - 2لا^{\frac{1}{6}} + 1$ مین $ا^{3} - ا^{2}لا^{\frac{1}{2}} + ا\,لا^{\frac{3}{2}} - لا^{\frac{5}{2}}$

کو $ا^{\frac{1}{2}} + لا^{\frac{3}{4}}$ مین

(۱۴) $\frac{1}{2}ا^{2}ب^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}ا^{\frac{3}{2}}ب$ کو $2ا^{2}ب + 3ا^{\frac{3}{2}}ب^{\frac{3}{2}}$ مین $\frac{1}{2}ا^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}ا^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{4}ا^{\frac{1}{4}}$ کو

$ا^{\frac{1}{4}} - \frac{3}{5}ا^{\frac{1}{5}}$

(۱۵) $لا^{ن} + ی^{ن}$ کو $لا^{م} + ی^{م}$ مین $ا^{2م} - 2ا^{3ن}$ کو $ا^{2م} + 2ا^{3ن}$ مین

(۱۶) $ا^{م} + 3ا^{م-1}ب^{ن} - 16ا^{م-2}ب^{2ن}$ کو $ا^{ن}ب^{ن} - 7ا^{ن-1}ب^{2ن}$

$م\,لا^{ن+2} - ن\,لا^{ن} + ب\,لا^{ن} + 1$ کو $ن\,لا^{ن} - 1$ مین

(۱۷) $لا^{ع}ق^{-1} + ی^{ع}ق^{-1}$ کو $لا^{ق} - ی^{ق}$ مین $ا^{م} - ب\,ا^{م-1}لا + ح\,ا^{م-2}لا^{2}$ کو

$ا^{م} + ب\,ا^{م-1}لا - ح\,ا^{م-2}لا^{2}$

(۱۸) $5ا^{م-2}ح\,لا^{ن+1} + ا^{م}لا^{ن} - \frac{3ا}{لا}$ کو $5ا^{م-2}ح\,لا^{ن-1} - ا^{م}لا^{ن} + \frac{3ا}{لا}$ مین

(۱۹) $لا^{\frac{1}{2}} - ی^{\frac{1}{2}}$ کو $لا^{\frac{1}{2}} - ی^{\frac{1}{2}}$ مین اور $ا\,لا^{\frac{5}{6}} + ب\,ی^{\frac{5}{6}}$ کو $ا\,لا^{\frac{5}{6}} - ب\,ی^{\frac{5}{6}}$ مین

(۲۰) لا ۳ + لا ۳ و ۳ + ۳ و ۳ کو لا ۳ − ۳ مین −۳ ا۵ + ۲ ا۴ ب۱ کو

۲ ا۳ − ۳ ا۴ ب۲ مین

(۲) (لا − ا) (لا − ب) (لا − ح) کو اپسمین ضرب دو اور حاصل ضرب کو لا کی قوتون کے ترتیب سے لکھو اور حاصل سی قیمت (لا − ۱)۳ اور (لا + ۲)۲ اور (لا − ۳)۳ کی دریافت کرو

(۳) ضرب دو {۳ ا − ۲ ب − ۵ ح} کو [−۳ ا − ۵ ح + ۲ ب] مین اور جبکہ ا = ۱ اور ب = ۲ اور ح = ۳ کے تو ثابت کرو عددی قیمت

(۴) ا + ا ح − ب − ب اور ا + ا ح + ب + ب ح کو اپسمین ضرب دو اور جب ح = ۱ اور د = ب کے ہو تو حاصل کو نہایت مختصر صورت مین لکھو

(۳۰) ان نتایج کے یاد کرنے سے اکثر عمل ضرب مین اختصار ہو جاتا ہے

(ا) (ا + ب) (ا + ب) یا (ا + ب)۲ = ا۲ + ۲ ا ب + ب۲

(ب) (ا − ب) (ا − ب) یا (ا − ب)۲ = ا۲ − ۲ ا ب + ب۲

(ح) (ا + ب) (ا − ب) = ا۲ − ب۲

(د) (ا + لا) (ب + لا) = ا ب + ا لا + ب لا + لا۲ = ا ب + (ا + ب) لا + لا۲

(ر) (ا − لا) (ب − لا) = ا ب − ا لا − ب لا + لا۲ = ا ب − (ا + ب) لا + لا۲

(س) (ا + لا) (ب − لا) = ا ب − ا لا + ب لا − لا۲ = ا ب + (ب − ا) لا + لا۲

(ش) (ا − لا) (ب + لا) = ا ب + ا لا − ب لا − لا۲ = ا ب + (ا − ب) لا + لا۲

(ا) (ا + ب) (ا + ب) یا (ا + ب)۲ = ا۲ + ۲ ا ب + ب۲ = ا۲ + ب۲ + ۲ ا ب

یعنی مجذور جملہ ثنائی (ا + ب) = دونو رقموں کے مجذوروں کے مجموعہ + دو چند حاصل ضرب ارقام کے

امثلہ نمبری ۱۲ ا

مثالین حل کی ہوئی

(۱) (لا + ۶)۲ = لا۲ + ۲ × لا × ۶ + ۶۲ = لا۲ + ۳۶ + ۱۲ لا یا لا۲ + ۱۲ لا + ۳۶

(۲) $(۲لا + ۵ی)^۲ = (۲لا)^۲ + (۵ی)^۲ + ۲ \times ۲لا \times ۵ی = ۴لا^۲ + ۲۵ی^۲ + ۲۰لای$

یا $۴لا^۲ + ۲۰لای + ۲۵ی^۲$

(۳) $(ا^۲ + ۳ب^۲)^۲ = (ا^۲)^۲ + (۳ب^۲)^۲ + ۲ \times ا^۲ \times ۳ب^۲ = ا^۴ + ۹ب^۴ + ۶ا^۲ب^۲$

یا $ا^۴ + ۶ا^۲ب^۲ + ۹ب^۴$

(۴) $(۲ا^{\frac{۱}{۲}} + ۳ب^{\frac{۱}{۳}})^۲ = (۲ا^{\frac{۱}{۲}})^۲ + (۳ب^{\frac{۱}{۳}})^۲ + ۲ \times (۲ا^{\frac{۱}{۲}})(۳ب^{\frac{۱}{۳}}) = ۴ا + ۹ب^{\frac{۲}{۳}} + ۱۲ا^{\frac{۱}{۲}}ب^{\frac{۱}{۳}}$

یا $۴ا + ۱۲ا^{\frac{۱}{۲}}ب^{\frac{۱}{۳}} + ۹ب^{\frac{۲}{۳}}$

(۵) $(\frac{۱}{۲}لا^م + \frac{۱}{۳}ی^{۳ن})^۲ = (\frac{۱}{۲}لا^م)^۲ + (\frac{۱}{۳}ی^{۳ن})^۲ + ۲(\frac{۱}{۲}لا^م)(\frac{۱}{۳}ی^{۳ن})$

$= \frac{۱}{۴}لا^{۲م} + \frac{۱}{۹}ی^{۶ن} + \frac{۱}{۳}لا^م ی^{۳ن}$ یا $\frac{۱}{۴}لا^{۲م} + \frac{۱}{۳}لا^م ی^{۳ن} + \frac{۱}{۹}ی^{۶ن}$

(۶) $(\frac{ا}{ب} + \frac{ب}{ا})^۲ = (\frac{ا}{ب})^۲ + (\frac{ب}{ا})^۲ + ۲(\frac{ا}{ب})(\frac{ب}{ا}) = \frac{ا^۲}{ب^۲} + \frac{ب^۲}{ا^۲} + ۲$

یا $\frac{ا^۲}{ب^۲} + ۲ + \frac{ب^۲}{ا^۲}$

(۷) $(ا^{\frac{۲}{۳}} + \frac{۱}{۴}ب^{-۱})^۲ = (ا^{\frac{۲}{۳}})^۲ + (\frac{۱}{۴}ب^{-۱})^۲ + ۲(ا^{\frac{۲}{۳}})(\frac{۱}{۴}ب^{-۱})$

$= ا^{\frac{۴}{۳}} + \frac{۱}{۱۶}ب^{-۲} + \frac{۱}{۲}ا^{\frac{۲}{۳}}ب^{-۱}$ یا $ا^{\frac{۴}{۳}} + \frac{۱}{۲}ا^{\frac{۲}{۳}}ب^{-۱} + \frac{۱}{۱۶}ب^{-۲}$

(۸) اسی ترکیب سے $(ا + ب + ج)^۲$ اسطرح دریافت ہوسکتا ہے کہ

$[ا + ب + ج]^۲ = [(ا + ب) + ج]^۲$

ا + ب کو ایک رقم اور ج کو دوسری رقم خیال کرو تو

$= (ا + ب)^۲ + ج^۲ + ۲ج(ا + ب)$ بموجب (۱) کے

$= ا^۲ + ب^۲ + ۲اب + ج^۲ + ۲اج + ۲بج$

$= ا^۲ + ب^۲ + ج^۲ + ۲اب + ۲اج + ۲بج$

اس سے معلوم ہوا کہ مجذور کسی جملہ ثلاثی کا = مجموعہ مربعات تمام ارقام کی جو اس میں داخل ہیں + دو چند حاصل ضرب ہر ایک دو رقموں کے

(۹) $[لا^۲ + ۷لا + ۱۰]^۲ = [(لا^۲ + ۷لا) + ۱۰]^۲$

= (لا^{2} + ۷ لا)^{2} + ۱۰^{2} + ۲ (لا^{2} + ۷ لا) × ۱۰

= لا^{4} + ۴۹ لا^{2} + ۱۴ لا^{3} + ۱۰۰ + ۲۰ لا^{2} + ۱۴۰ لا

= لا^{4} + ۱۴ لا^{3} + ۶۹ لا^{2} + ۱۴۰ لا + ۱۰۰

امثلہ مشق

امثلہ نمبری ۱۲ (ا) ان جملون کا مجذور لکھو

(۱) لا + ۴ اور ۷ + لا اور لا + ۱۶ اور ۲۵ + لا کا

(۲) لا + ۲ ا اور ۴ ا^{2} + ۱۱ اور ۲ لا + ۳ د اور لا + ۴ کا

(۳) ۳ لا^{2} + ۱۶ اور ۲ ا لا + ۳ ب د اور ۳ ا لا^{2} + ۲ ا^{3} اور ب لا^{2} + ح لا د کا

(۴) ا$^{\frac{1}{2}}$ + د$^{\frac{1}{2}}$ اور لا$^{\frac{1}{3}}$ + ۲ ا$^{\frac{1}{4}}$ اور ا$^{\frac{1}{6}}$ + $\frac{3}{5}$ ا$^{\frac{1}{5}}$ اور ا^{م} + لا^{ن} کا

(۵) $\frac{ا^{2}}{ب^{2}}$ + $\frac{ب^{2}}{ا^{2}}$ د$\frac{۳ لا^{۳}}{۲}$ + $\frac{لا}{۴}$ اور لا^{ع} ق$^{-1}$ + د^{ع} ق$^{-1}$ اور لا$^{-\frac{1}{3}}$ + د$^{-\frac{1}{4}}$

(۶) ا^{ن} ب^{ن} + ۷ ا$^{-1}$ ب$^{-1}$ م اور ۲ ا$^{-4}$ ب^{1} + ۳ ا$^{-5}$ اور $\frac{لا^{-1}}{د^{-1}}$ + $\frac{د^{-1}}{لا^{-1}}$

(۷) لا^{2} + لا + ۱ اور ا لا + ب د + ح اور لا^{2} + $\frac{لا}{۳}$ + $\frac{1}{۴}$

(۸) لا^{6} + ۲ لا^{3} + ۱ اور ا + ب + ۳ ح اور ا لا^{2} + ب لا د + ح د^{2}

(ب) (ا − ب) (ا − ب) یا (ا − ب)^{2} = ا^{2} − ۲ ا ب + ب^{2} یا = ا^{2} + ب^{2} − ۲ ا ب

یعنی مجذور کسی جملہ ثنائی (ا − ب) = دونوں رقموں کی مجذوروں کی مجموعہ − دونوں رقموں کا حاصل ضرب

امثلہ نمبری ۱۲ (ب)

مثالیں حل کی ہوئی

(۱) (لا − ۵)^{2} = لا^{2} + ۵^{2} − ۲ × لا × ۵ = لا^{2} + ۲۵ − ۱۰ لا یا لا^{2} − ۱۰ لا + ۲۵

(۲) (۴ لا − ۳ د)^{2} = (۴ لا)^{2} + (۳ د)^{2} − ۲ × ۴ لا × ۳ د = ۱۶ لا^{2} + ۹ د^{2} − ۲۴ لا د

یا ۱۶ لا^{2} − ۲۴ لا د + ۹ د^{2}

(۳) ($\frac{ا^{2}}{۲}$ − $\frac{ب^{2}}{۳}$)^{2} = ($\frac{ا^{2}}{۲}$)^{2} + ($\frac{ب^{2}}{۳}$)^{2} − ۲ $\frac{ا^{2}}{۲}$ $\frac{ب^{2}}{۳}$ = $\frac{1}{۴}$ ا^{4} + $\frac{1}{۹}$ ب^{4} − $\frac{1}{۳}$ ا^{2} ب^{2}

یا = ۱/۴ ا^۴ − ۱/۳ ا^۲ ب^۲ + ۱/۹ ب^۴

(۴) یہی ترکیب جملہ ثلاثی کے اندر کام میں آسکتی ہے

[ا+ب−ح]^۲ = [(ا+ب)−ح]^۲ =

= (ا+ب)^۲ + ح^۲ − ۲(ا+ب)ح بموجب (ب) کے

= ا^۲ + ب^۲ + ۲اب + ح^۲ − ۲اح − ۲بح

= ا^۲ + ب^۲ + ح^۲ + ۲اب − ۲اح − ۲بح

(۵) [ا−ب+ح]^۲ = [(ا−ب)+ح]^۲ یا = [ا−(ب−ح)]^۲

(۱) [ا−ب+ح]^۲ = [(ا−ب)+ح]^۲

= (ا−ب)^۲ + ح^۲ + ۲ح(ا−ب) بموجب (ا) کے

= ا^۲ + ب^۲ − ۲اب + ح^۲ + ۲ح ا − ۲ح ب

= ا^۲ + ب^۲ + ح^۲ − ۲اب + ۲اح − ۲ بح

(۲) [ا−ب+ح]^۲ = [ا−(ب−ح)]^۲

= ا^۲ + (ب−ح)^۲ − ۲ا(ب−ح) بموجب (ب) کے

= ا^۲ + ب^۲ + ح^۲ − ۲بح − ۲اب + ۲اح

(۶) (لا^۲ − ع لا − ر)^۲ = [(لا^۲ − ع لا) − ر]^۲

= (لا^۲ − ع لا)^۲ + ر^۲ − ۲(لا^۲ − ع لا) ر

= لا^۴ + ع^۲ لا^۲ − ۲ع لا^۳ + ر^۲ − ۲لا^۲ ر + ۲ع لا ر

= لا^۴ − ۲ع لا^۳ + (ع^۲ − ۲ر) لا^۲ + ۲ع ر لا + ر^۲

مثالیں مشق کی واسطے

اشلہ نمبر ۱۲ (ب) ان جملوں کا مجذور لکھو

(۱) ۳ − لا اور لا − ۱۱۲ اور لا^۲ − ۴لا اور ۳ب لا − ۲ا

(۲) $\text{لا} - ۲$ اور $۳\text{ب}\,\text{لا}^{۲} - ۳\text{ح}^{۳}\text{د}^{۲}$ اور $۴\text{ا}\,\text{لا}^{۴} - \text{ب}\,\text{لا}^{۲}$ اور $\text{ا}^{\text{م}} - \text{لا}^{\text{ن}}$

(۳) $\frac{\text{ا}}{\text{م}} - \frac{\text{ح}}{\text{ن}}$ اور $\text{ا}^{\frac{۱}{۲}} - \text{لا}^{\frac{۱}{۲}}$ اور $\bar{\text{ا}}^{۲} - \bar{\text{لا}}^{۲}$ اور $\text{لا} - \frac{\text{ا}^{۲}}{\text{لا}}$

(۴) $\text{لا}^{\text{ن}} - ۶\frac{\text{ن}}{\text{لا}^{۲}}$ اور $\frac{۱}{۲}\text{لا}^{۲} - \frac{۱}{۳}\text{لا}^{۳}\text{د}^{۶} - \frac{\text{لا}^{۳}}{\text{د}^{۳}} - \frac{\text{د}^{۳}}{\text{لا}^{۳}}\,\text{و}\,\frac{\text{لا}^{\text{م}}}{۲\text{د}^{\text{ن}}} - ۳$

(۵) $\text{لا}^{۲} + \text{لا} - ۱$ اور $\text{لا}^{۲} - \text{لا} + ۱$ اور $\text{ا}\,\text{لا} + \text{ب}\,\text{د} - \text{ح}$ اور $\text{ا}\,\text{لا} - \text{ب}\,\text{د} + \text{ح}$

(۶) $\frac{\text{ا}^{۲}}{۹} - \frac{\text{ا}\,\text{لا}}{۳} + \frac{\text{لا}^{۲}}{۴}$ اور $۲\text{لا}^{۲} + \frac{۳\text{لا}}{۲} - ۵$ اور $\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{ا}^{۲}} + \frac{\text{لا}\,\text{ی}}{\text{ا}\,\text{ح}} + \frac{\text{ی}^{۲}}{\text{ح}^{۲}}$

(ح) $(\text{ا}+\text{ب})(\text{ا}-\text{ب}) = \text{ا}^{۲} - \text{ب}^{۲}$

دو مقدارون کی حاصل جمع اور حاصل تفریق کا حاصل ضرب = اونکی مجذورون کے حاصل تفریق کے

مثالین حل کی ہوئی

(۱) $(\text{لا}+۷)(\text{لا}-۷) = \text{لا}^{۲} - ۷^{۲} = \text{لا}^{۲} - ۴۹$

(۲) $(\text{لا}+۲\text{د})(\text{لا}-۲\text{د}) = \text{لا}^{۲} - (۲\text{د})^{۲} = \text{لا}^{۲} - ۴\text{د}^{۲}$

(۳) $(۵\text{لا}^{\frac{۱}{۵}} - ۳\text{د}^{\frac{۱}{۵}})(۵\text{لا}^{\frac{۱}{۵}} + ۳\text{د}^{\frac{۱}{۵}}) = (۵\text{لا}^{\frac{۱}{۵}})^{۲} - (۳\text{د}^{\frac{۱}{۵}})^{۲} = ۲۵\text{لا}^{\frac{۲}{۵}} - ۹\text{د}^{\frac{۲}{۵}}$

(۴) $(\text{ا}^{\frac{۳}{۲}} + \text{ب}^{\frac{۲}{۳}})(\text{ا}^{\frac{۳}{۲}} - \text{ب}^{\frac{۲}{۳}}) = (\text{ا}^{\frac{۳}{۲}})^{۲} - (\text{ب}^{\frac{۲}{۳}})^{۲} = \text{ا}^{۳} - \text{ب}^{\frac{۴}{۳}}$

(۵) $(\frac{\text{لا}^{۲}}{۳} - \frac{\text{د}^{۲}}{۴})(\frac{\text{لا}^{۲}}{۳} + \frac{\text{د}^{۲}}{۴}) = (\frac{\text{لا}^{۲}}{۳})^{۲} - (\frac{\text{د}^{۲}}{۴})^{۲} = \frac{\text{لا}^{۴}}{۹} - \frac{\text{د}^{۴}}{۱۶}$

(۶) $[\text{ا}+\text{ب}+\text{ح}]\ [\text{ا}+\text{ب}-\text{ح}] = [(\text{ا}+\text{ب})+\text{ح}]\,[(\text{ا}+\text{ب})-\text{ح}]$

$= (\text{ا}+\text{ب})^{۲} - \text{ح}^{۲}$

$= \text{ا}^{۲} + ۲\text{ا}\,\text{ب} + \text{ب}^{۲} - \text{ح}^{۲}$

(۷) $[\text{ب}+\text{ح}-\text{ا}]\cdot[\text{ح}+\text{ا}-\text{ب}] = [\text{ح}-(\text{ا}-\text{ب})]\cdot[\text{ح}+(\text{ا}-\text{ب})]$

$= \text{ح}^{۲} - (\text{ا}-\text{ب})^{۲}$

$= \text{ح}^{۲} - (\text{ا}^{۲} - ۲\text{ا}\,\text{ب} + \text{ب}^{۲})$

$= \text{ح}^{۲} - \text{ا}^{۲} + ۲\text{ا}\,\text{ب} - \text{ب}^{۲}$

(۸) (ا+ب+ح+د)(ا−ب+ح+د) = (ا+ح+د+ب)·(ا+ح+د−ب)

= (ا+ح+د)^{2} − ب^{2}

= ا^{2} + ح^{2} + د^{2} + ۲اح + ۲اد + ۲حد − ب^{2}

مثالیں مشق کی واسطے (ح)

امثلہ نمبری ۱۲ (ح) حاصل ضرب لکھو

(۱) لا+۳ اور لا−۳ کا ۵لا+۱ اور ۵لا−۱ کا اور ۳ب+۲ح اور ۳ب−۲ح کا

(۲) ۲لا^{2}−۳د^{2} اور ۲لا^{2}+۳د^{2} کا لا$^{\frac{1}{2}}$+د$^{\frac{1}{2}}$ اور لا$^{\frac{1}{2}}$−د$^{\frac{1}{2}}$ کا ۲لا$^{\frac{3}{4}}$−د$^{\frac{5}{6}}$ اور ۲لا$^{\frac{3}{4}}$+د$^{\frac{5}{6}}$ کا

(۳) لا^{م}+د^{ن} اور لا^{م}−د^{ن} کا ۴لا$^{-2}$−د$^{-2}$ اور ۴لا$^{-2}$+د$^{-2}$ کا $\frac{لا}{۳}$+$\frac{د}{۴}$ اور $\frac{لا}{۳}$−$\frac{د}{۴}$ کا

(۴) لا^{2}+لا+۱ اور لا^{2}+لا−۱ کا ا+۲ب+۳ح اور ا+۲ب−۳ح کا

(۵) ا+۲ب+۳ح اور ا−۲ب+۳ح کا ا+۲ب+۳ح اور ا−۲ب−۳ح کا

(۶) ا^{2}−۲اب+ب^{2} اور ا^{2}+۲اب+ب^{2} کا $\frac{1}{2}$لا$^{\frac{1}{2}}$−$\frac{1}{3}$لا$^{\frac{1}{3}}$+$\frac{1}{4}$لا$^{\frac{1}{4}}$ اور $\frac{1}{2}$لا$^{\frac{1}{2}}$+$\frac{1}{3}$لا$^{\frac{1}{3}}$+$\frac{1}{4}$لا$^{\frac{1}{4}}$ کا

(د) (ا+لا)(ب+لا) = اب + لا^{2} + (ا+ب)لا

(ر) (ا−لا)(ب−لا) = اب + لا^{2} − (ا+ب)لا

(س) (ا+لا)(ب−لا) = اب − لا^{2} + (ب−ا)لا

(ش) (ا−لا)(ب+لا) = اب − لا^{2} + (ا−ب)لا

امثلہ نمبری ۱۲ (د) (ر) (س) (ش)

مثالیں حل کی ہوئی

(۱) (لا+۲)(لا+۳) = لا^{2} + (۲+۳)لا + ۶ بموجب د کے

= لا^{2} + ۵لا + ۶ یا لا^{2} + ۵لا + ۶

(۲) (۵−۲لا)(۷−۲لا) = ۳۵ + (۲لا)^{2} − (۵+۷)۲لا بموجب (ر) کے

= ۳۵ + ۴لا^{2} − ۲۴لا یا ۳۵ − ۲۴لا + ۴لا^{2}

(۳) (۲+لا) (۳−لا) = ۶ − لا۲ + (۳−۲) لا بموجب (س) کے

= ۶ − لا۲ + لا یا ۶ + لا + لا۲

(۴) (۲ی − لا۲) (۳ی + لا۲) = ۶ی۲ − لا۴ + (۲ی − ۳ی) لا۲ بموجب ش کے

= ۶ی۲ − لا۴ + (− ی) لا۲

= ۶ی۲ − لا۴ − ی لا۲ یا ۶ی۲ − ی لا۲ − لا۴

اگر طلبہ کو کچھ دقت قوانین جبریہ (د) ور (س) و (ش) کے یاد کرنے میں معلوم ہوں تو وہ اس طرح عمل کیا کریں

(۵) (۲ی − لا۲) (۳ی + لا۲) = (۲ی − لا۲) ۳ی + (۲ی − لا۲) لا۲

= ۶ی۲ − ۳ی لا۲ + ۲ی لا۲ − لا۴

= ۶ی۲ − لا۲ی − لا۴

(۶) (ا۲ − اب + ب۲) (ا − ب) = (ا۲ − اب + ب۲) ا − (ا۲ − اب + ب۲) ب

= ا۳ − ا۲ب + اب۲ − ا۲ب + اب۲ − ب۳

= ا۳ − ۲ا۲ب + ۲اب۲ − ب۳

(۷) (ا۲ + ب۲ + ح۲) (لا۲ + ی۲ − ے۲) = (ا۲ + ب۲ + ح۲) لا۲ + (ا۲ + ب۲ + ح۲) ی۲
− (ا۲ + ب۲ + ح۲) ے۲

= ا۲لا۲ + ب۲لا۲ + ح۲لا۲ + ا۲ی۲ + ب۲ی۲ + ح۲ی۲ − ا۲ے۲ − ب۲ے۲ − ح۲ے۲

مثالیں مشق کی واسطے

امثلہ نمبری ۱۲ (د) (ر) (س) (ش) حاصل ضرب لکھو

(۱) لا+۱۲ اور لا+۴ کا اور لا−۱۶ اور لا−۱۱ کا اور ۵−لا اور ۲+لا کا

(۲) ۲ا لا−۱ اور ۲ا لا−۳ کا ا+۴ب اور ا−۲ب کا لا+ا اور لا+ح کا

(۳) لا۲+۳ی اور لا۲−۲ی کا ا۲م + ب۲ اور ا۲م − ۲ب۲ کا ا۱/۲ − ب۱/۲ اور ۲ا۱/۲ − ۶ب۱/۲ کا

(۴) لا² - لای + ی² اور لا + ی کا اور لا² + ۳لا - ۲ اور لا + ۳ کا اور ا² + ۳ اب + ۴ ب²
اور ۲ اب - ب² کا

(۵) (ا³ + ۲ا²ب + ۲اب² + ب³) اور (ا³ - ۲ا²ب + ۲اب² - ب³) اور ا + ب + ح + د
کو اول ا - ب + ح + د مین ضرب دو دوم ا - ب - ح - د مین اور (لا² - لا + ۱) (لا² + لا + ۱)
اور لا⁴ - لا² + ۱ کا

اختصار کی مثالین حل کی ہوئی

(۳۱) (۱) مختصر کرو (ا + ب)² - ۲ب (ا + ب) + ۲ ب² کو

(ا + ب)² - ۲ب (ا + ب) + ۲ب² = ا² + ۲اب + ب² - ۲اب - ۲ب² + ۲ب²
= ا² + ب²

(۲) حاصل ضرب (لا + ۱) (لا - ۲) (لا + ۳) کا لکھو

(لا + ۱) (لا - ۲) (لا + ۳) = (لا² - لا - ۲) (لا + ۳)
(کیونکہ (لا + ۱) (لا - ۲) = لا² - لا - ۲)
= (لا² - لا - ۲) لا + (لا² - لا - ۲) × ۳
= لا³ - لا² - ۲لا + ۳لا² - ۳لا - ۶
= لا³ + ۲لا² - ۵لا - ۶

(۳) (ا + ب) (ب + ح) + (ا + ح) (د - ب) - (ا + د) (ح + د)

(ا + ب) (ب + ح) + (ا + ح) (د - ب) - (ا + د) (ح + د)
= (ا + ب) ب + (ا + ب) ح + (ا + ح) د - (ا + ح) ب - (ا + د) ح - (ا + د) د
= (اب + ب²) + (اح + بح) + (اد + حد) - (اب + بح) - (اح + دح) - (اد + د²)
= اب + ب² + اح + بح + اد + حد - اب - بح - اح - دح - اد - د²
= ب² - د²

(۴) (لا^۲ − ۹ لا + ۲۰) (لا^۲ − ۵ لا) − (لا^۲ − ۱۳ لا + ۴۲) (لا^۲ − ۶ لا) کا اختصار کرو

(لا^۲ − ۹ لا + ۲۰) (لا^۲ − ۵ لا) − (لا^۲ − ۱۳ لا + ۴۲) (لا^۲ − ۶ لا)

= (لا^۴ − ۹ لا^۳ + ۲۰ لا^۲ − ۵ لا^۳ + ۴۵ لا^۲ − ۱۰۰ لا)

− (لا^۴ − ۱۳ لا^۳ + ۴۲ لا^۲ − ۶ لا^۳ + ۷۸ لا^۲ − ۲۵۲ لا)

= لا^۴ − ۹ لا^۳ + ۲۰ لا^۲ − ۵ لا^۳ + ۴۵ لا^۲ − ۱۰۰ لا − لا^۴ + ۱۳ لا^۳ − ۴۲ لا^۲

+ ۶ لا^۳ − ۷۸ لا^۲ + ۲۵۲ لا

= ۵ لا^۳ − ۵۵ لا^۲ + ۱۵۲ لا

امثلہ نمبری ۱۳

ذیل کے جملون کو مختصر کرو

(۱) (لا − ۱) (لا + ۲) − (لا − ۲) (لا + ۱)

(۲) (ا − ب) (ا − ح) + (ب − ح) (ب − ا)

(۳) ۲ لا (لا + ی) (لا + ی) − (لا + ی) (لا − ی) ۲ی

(۴) (۲ − لا^۲) (۲ + لا^۲) + (۵ لا^۲ + ۲) (۱ − ۷ لا^۲) + ۹ لا^۲ (۲ لا + ۱) (۲ لا − ۱) − ۶

(۵) (۳ ب + ۲ ا) (۳ ب − ۲ ا) + (۳ ا − ب) (۳ ا + ب) − ۲ (ب − ا) (ب + ا)

(۶) (ن + ۱) (ن + ۲) (ن + ۳) − (ن + ۱) (ن + ۲) − ن^۳

(۷) (ا + ب)^۲ − (ح − د)^۲ + (ا − ب)^۲ + (ح + د)^۲

(۸) (لا − ی)^۲ + (لا + ی)^۲ + ۲ [(لا − ی) (لا + ی) + (لا + ی) (لا − ی)]

(۹) ا^۲ (۳ ا − ۵ ب) − (۲ ا − ب)^۲ (ا − ۲ ب) + (ا^۲ + ا ب + ب^۲) (ا − ب) − ب^۳

اور جب ا = ۱/۲ اور ب = ۱/۳ کے ہو تو اوسکی عددی قیمت دریافت کرو

(۱۰) ۲ لا (لا + ۴) (لا + ۳) − (لا − ۱)^۲ (۲ لا − ۱) − (۱۹ لا^۲ − ۲۰ لا + ۱)

(۱۱) (ا^۲ + ا ب + ب^۲) (ا + ب) − (ا^۲ − ا ب + ب^۲) (ا − ب)

(۱۲) ۳(ا+۲لا)^2 − ۲(ا+۲لا)(ا−۲لا) + (ا−۲لا)^2

(۱۳) (لا^2+د^2+ی)^2 − (لا^2+د^2+ی^2)

(۱۴) (ا+ب+ح)^2 + (ا+ب−ح)^2 + (ب+ح−ا)^2 + (ح−ا+ب)^2

(۱۵) (ا+ب+ح)^2 − [ا(ب+ح−ا) + ب(ا+ح−ب) + ح(ا+ب−ح)]

(۱۶) (ا+ب+ح)^2 − (ا−ب+ح)^2 + (ا+ب−ح)^2 − (ب+ح−ا)^2

اور جب ا = ب = ح = −۴ کے ہو تو اسکی عددی قیمت بہی دریافت کرو

(۱۷) (۲لا+۳د+۴)^2 − [۲لا(۳د+۴−۲لا) + ۳د(۲لا+۴−۳د) + ۴(۲لا+۳د−۴)]

(۱۸) (ا^n − ب^n − ح^n)(ا^n + ب^n + ح^n) کی عددی قیمت اوس حالت مین دریافت کرو کہ

ا = ۴ اور ب = ۲ اور ح = ۱ اور ن = ۲

(۱۹) [(لا−۱)(لا−۲)+۳][(لا−۲)(لا−۳)+۴] + ۸لا^3 + ۵۵لا + ۷۵

(۲۰) (۲ا+۳ب)(۳+۲ح) − (۲ح+ب)(۶+۲ا) − (۲ا−۳ح)(۳ب−۶)

(۲۱) [(لا+د)^2 + (لا−د)^2][(لا+د)^2 − (لا−د)^2] کی عددی قیمت اوس صورت مین دریافت کرو کہ

لا = د = $\frac{1}{2}$

(۲۲) (لا+ا)(لا+ب)(ا−۲لا) − ا(ب+لا)(ا−لا) + ۲لا^2(۲لا−ب)

(۲۳) ۲[(لا−ا)(لا−ب) + (ا−لا)(ا−ب) + (ب−لا)(ب−ا)]

− [(ا−ب)^2 + (لا−ا)^2 + (لا−ب)^2]

(۲۴) (ا−الا)(ا−بلا)(ا−حلا) − (ا−حلا)^2 + (ا−الا)(بلا−۱)

(۲۵) (لا+۱)(لا+۲)(لا−۳)(لا−۴) + لا(لا−۳)(لا+۴)(لا+۳)

− ۲(لا−۱)(۵+۱۱)(لا+۱)(لا−۶)

(۲۶) ثابت کرو کہ (لا−۲د)۲لا د − لا ی(لا−ی) + (۲د−ی)۲د ی

= (لا − ۲ ی) (لا − ی) (۲ ی − ی)

(۲۷) ثابت کرو کہ $(ا^2 + ب^2 + ح^2)$ $(لا^2 + ی^2 + ی^2)$ − $(ا لا + ب ی + ح ی)^2$

= $(ا ی − ب لا)^2$ + $(ب ی − ح ی)^2$ + $(ح لا − ا ی)^2$

(۲۸) ثابت کرو کہ $(\overline{لا^2 − ی^2 − ی^2})$ ی (لا + ی) − ۲ لا ی ی (لا + ی + ی)

− لا $(\overline{لا^2 − ی^2 + ی^2})$ (ی + ی) = (لا ی + ی ی) $(\overline{ی^2 − لا^2 + ی^2})$

(۲۹) ثابت کرو کہ ا $(ب + ح)^2$ + ب $(ا + ح)^2$ + ح $(ا + ب)^2$ − [(ا + ب) (ا − ح) (ب − ح)

+ (ا − ب) (ا − ح) (ب + ح) − (ا − ب) (ا + ح) (ب − ح)] = ۱۲ ا ب ح

(۳۰) ثابت کرو کہ $\left(\frac{ب}{ح} + \frac{ح}{ب}\right)^2 + \left(\frac{ح}{ا} + \frac{ا}{ح}\right)^2 + \left(\frac{ا}{ب} + \frac{ب}{ا}\right)^2$

$= ۴ + \left(\frac{ب}{ح} + \frac{ح}{ب}\right) \cdot \left(\frac{ح}{ا} + \frac{ا}{ح}\right) \cdot \left(\frac{ا}{ب} + \frac{ب}{ا}\right)$

قسمت

(۳۲) **حالت اول** مقسوم اور مقسوم علیہ دونو مفرد مقادیر ہون

قاعدہ مقسوم علیہ کو نیچے مقسوم کی کسر کیطرح لکھو اور کسر کی دونو رقموں کو اون اجزاء ضربی پر جو مشترک دونو رقموں مین ہون تقسیم کرو اگر دونو رقموں کی اول علامتین یکسان ہون تو خارج قسمت مین علامت + اور اگر اونکی مختلف علامتین ہون تو علامت − لکھو

مثال ۱ ا ب ح کو ا ح پر تقسیم کرو

بموجب قاعدہ کے عمل کیا تو

$\frac{ا ب ح}{ا ح} = ب$

دلیل یہہ ہی کہ ا ح × ب = ا ب ح ∴ $\frac{ا ب ح}{ا ح}$ = ب کے ہونا چاہئی

مثال ۲ ۶ ا ب ح کو − ۲ ا ب اور − ۱۰ لا ی ی کو − ۵ ی پر تقسیم کرو

$\frac{۶ ا ب ح}{− ۲ ا}$ = − ۳ ب ح اور $\frac{− ۱۰ لا ی ی}{− ۵ ی}$ = ۲ لا ی

مثال ۳ − ۱۴ $ا^2$ ب ح کو − ۷ لا ح پر اور − ۲۰ $م^2$ ن $ع^2$ کو − ۴ $م^2$ ق $ر^2$ پر تقسیم کرو

−١٤ا٢ب ج / −٧ا٢ ج = ٢ا٢ب / لا٢ اور ٢٠م٢ن٢ع٢ / −٦م٢ن٢ر٢ = −١٠ن٢ع٢ / ٣ن٢ر٢

(٣٣) ضرب کے قواعد علامات سے تقسیم کی بھی قواعد علامات اخذ ہوتی ہیں

چونکہ +ا × ب = +اب تو +اب / +ا = +ب اور +اب / +ب = +ا

+ا × −ب = −اب تو −اب / +ا = −ب اور −اب / −ب = +ا

−ا × −ب = +اب تو +اب / −ا = −ب اور +اب / −ب = −ا

اسیواسطے علامات متماثلہ سے مثبت اور علامات غیر متماثلہ سے منفی حاصل ہوتا ہے

(٣٤) **حالت دوم** مقسوم مقدار مرکب اور مقسوم علیہ مقدار مفرد ہو

قاعدہ مقسوم کی ہر رقم کو مقسوم علیہ پر بموجب حالت اول کے تقسیم کرو

مثال ٤٢ اب − ٣ا کو ٣ا پر تقسیم کرو

بموجب قاعدہ مذکور کے عمل کرو تو (٤٢اب − ٣ا) / ٣ا = ١٤ب − ١

دلیل عمل مذکور کی یہہ ہے کہ

(١٤ب − ١) × ٣ا = ٤٢اب − ٣ا ∴ (٤٢اب − ٣ا) / ٣ا = ١٤ب − ١ کے ہونا چاہیئے

(٣٥) اگر ایک مقدار کی ایک قوت دوسرے قوت پر تقسیم کرنی ہو تو ایک کی قوت نمای میں دوسری کا قوت نما تفریق کرلو

مثلاً ا٥ / ا٣ = ا٥−٣ = ا٢

دلیل اسکی یہہ ہے کہ ا٣ = ا × ا × ا

ا٥ = ا × ا × ا × ا × ا

ا٥ / ا٣ = (ا × ا × ا × ا × ا) / (ا × ا × ا) = ا × ا = ا٢ = ا٥−٣

کیونکہ [(ا × ا) × (ا × ا × ا) = (ا × ا × ا × ا × ا)]

علی ہذا القیاس ام / ان = (ا × ا × ا ۔۔۔ م اجزاء ضربی تک) / (ا × ا × ا ۔۔۔ ن اجزاء ضربی تک)

= ا × ا ۔۔۔ (م − ن) اجزاء ضربی تک اگر م > ن

= ا^{م−ن} بموجب حدود کے

اگر م < ن = ۱ / (ا × ا ... (ن − م) اجزاء ضربی تک)

= ۱ / ا^{ن−م}

امثلہ نمبری ۱۴

مثالیں حل کی ہوئی

(۱) −۲۸ ا² ی³ کو −۴ لا ی پر اور −۲۴ ا² لا ی −۳ ا لا ی + ۶ لا² ی² کو −۳ لا ی پر تقسیم کرو

(−۲۸ ا² ی³) / (−۴ لا ی) = + ۷ لا ی² اور (−۲۴ ا² لا ی −۳ ا لا ی + ۶ لا² ی²) / (−۳ لا ی) = ۸ ا² لا + ا − ۲ لا ی

(۲) لا^{۱/۲} ی^{۳/۵} ی^{۲/۳} کو −۲ لا^{۱/۲} ی^{۱/۳} ی^{۳/۴} پر اور ا² ب^{۲/۳} − ا^{۳/۲} ب^{۲/۳} + ا ب کو ا^{۱/۳} ب^{۲/۳} پر تقسیم کرو

(لا^{۱/۲} ی^{۳/۵} ی^{۲/۳}) / (−۲ لا^{۱/۲} ی^{۱/۳} ی^{۳/۴}) = −۱/۲ لا^{۱/۲ − ۱/۲} ی^{۳/۵ − ۱/۳} ی^{۲/۳ − ۳/۴} = −۱/۲ لا^{۱/۲} ی^{۴/۱۵} ی^{−۱/۱۲}

(ا² ب^{۲/۳} − ا^{۳/۲} ب^{۲/۳} + ا ب) / (ا^{۱/۳} ب^{۲/۳}) = ا^{۵/۳} ب − ا^{۷/۶} ب^{۲/۳} + ا^{۲/۳} ب^{۱/۳}

(۳) ا^{م+۲} لا^م کو ا^{م−۲} لا² پر اور ۶ ا^{۴م} لا^م − ۱۲ ا^{۳م} لا^{۲م} + ۳ ا^م لا^{۳م} کو ۳ ا^{م−۱} لا^م پر تقسیم کرو

(ا^{م+۲} لا^م) / (ا^{م−۲} لا²) = ا^{م+۲−(م−۲)} لا^{م−۲} = ا⁴ لا^{م−۲}

(۶ ا^{۴م} لا^م − ۱۲ ا^{۳م} لا^{۲م} + ۳ ا^م لا^{۳م}) / (۳ ا^{م−۱} لا^م) = ۲ ا^{۴م−(م−۱)} − ۴ ا^{۳م−(م−۱)} لا^{۲م−م} + ا^{م−(م−۱)} لا^{۳م−م}

= ۲ ا^{۳م+۱} − ۴ ا^{۲م+۱} لا^م + ا لا^{۲م}

مثالیں مشق کی واسطے

امثلہ نمبرے ۱۴ تقسیم کرو

(۱) ۶ ا ب کو ۲ ا پر −۱۵ ا ب ح کو ۵ ا ح پر اور −۲۵ ا² ب ح کو −۵ ا ب ح پر

(۲) $۶۱ا^{\frac{۵}{۲}}$ ی^{۲} کو -۳ لا ی$^{\frac{۱}{۲}}$ اور $۱۲ا^{-۱}$ لا$^{-۲}$ م^{۲} کو $۴ا$ لا پر ۳ح لا$^{-۲}$ م کو ۲ لا$^{-۳}$

(۳) $-۱۵ا^{۴}$ب $+ ۳ا^{۲}$ لا^{۲} کو $-۳ا^{۲}$ پر $-۶ا^{۲}$ ب^{۲}ح $+ ۴۸ا^{۴}$ح^{۲} $- ۱۲ا^{۴}$ح کو $-۱۲ا^{۲}$ح پر

(۴) لا^{۴}ی^{۳} -۳ لا^{۳} ی^{۲} $+ ۳$ لا^{۲} ی^{۳} $-$ لا ی^{۴} کو $-$ لا ی پر $ا^{\frac{۵}{۲}}$ $- ۲ا$ ب$^{\frac{۱}{۲}}$ $+ ا^{\frac{۱}{۲}}$ ب $-$ ب$^{\frac{۳}{۲}}$ کو $ا^{\frac{۱}{۳}}$ ب پر

(۵) ۲ لا^{۲م} -۳ لا$^{۲(م-۱)}$ $+ ۶$ لا$^{۲(م-۲)}$ کو ۳ لا$^{م-۲}$ پر اور $\frac{۱}{۲}$ لا^{م}ن ی $+ \frac{۱}{۳}$ لا ی^{م}ن کو $\frac{۱}{۶}$ لا^{ن} ی پر

(۳۶) حالت سوم مقسوم اور مقسوم علیہ دونو مقادیر مرکب ہون

قاعدہ مقسوم اور مقسوم علیہ کو کسی حرف کی قوا کی موافق جو اونمین ہو بالترتیب لکھو اور مقسوم کی اول رقم مین مقسوم علیہ کی اول رقم کو دیکھو کہ کتنی دفعہ شامل ہی اوسکو خارج قسمت کی اول رقم بناؤ اور مقسوم علیہ کی ہر رقم کو اوسمین ضرب دو اور حاصل ضرب کو مقسوم مین سی تفریق کرو اور باقی کو نیچی لکھہ دو اور جتنی اور رقمون کی ضرورت ہو اونکو اتار لو اور یہی عمل جاری رکھو جب تک کہ سب رقمین اتر آئین اور اس بات کی نہایت احتیاط رکھو کہ رقمین بالترتیب اتاری جائین

مثال $ا^{۳} - ۳ا^{۲}$ لا $+ ۳ا$ لا^{۲} $-$ لا^{۳} کو $ا -$ لا پر تقسیم کرو

$ا -$ لا) $ا^{۳} - ۳ا^{۲}$ لا $+ ۳ا$ لا^{۲} $-$ لا^{۳} ($ا^{۲} - ۲ا$ لا $+$ لا^{۲}

$ا^{۳} - ا^{۲}$ لا

$-۲ا^{۲}$ لا $+ ۳ا$ لا^{۲}

$-۲ا^{۲}$ لا $+ ۲ا$ لا^{۲}

$ا$ لا^{۲} $-$ لا^{۳}

$ا$ لا^{۲} $-$ لا^{۳}

×

اوپر کے عمل مین اول $ا^{۳}$ کو $ا$ پر تقسیم کیا تو $ا^{۲}$ خارج قسمت نکلا اوسکو اول رقم خارج قسمت کی بنائی اور $ا -$ لا کو $ا^{۲}$ مین ضرب دیکر حاصل ضرب $ا^{۳} - ا^{۲}$ لا حاصل کیا اور اوسکو مقسوم کی دو رقمون سی تفریق کیا تو $-۲ا^{۲}$ لا باقی نکلی اور اوسکی ساتھہ $۳ا$ لا^{۲} متصل کی رقم مقسوم کی اتارکر اور لکھہ دی اب $-۲ا^{۲}$ لا کو $ا$ پر تقسیم کرنے سی $-۲ا$ لا حاصل ہوئی یہہ دوسری رقم خارج قسمت

کی ہی اب ا − لا کو − ۲ ا لا مین ضرب دی اور − ۲ ا^{۲} لا + ۲ ا لا^{۲} حاصل کئی اور اس حاصل ضرب کو
− ۲ ا^{۲} لا + ۳ ا لا^{۲} مین سی تفریق کیا تو باقی ا لا^{۲} نکلی اوسکی ساتھہ باقی رقم مقسوم کی − لا^{۳}
اتار کر شامل کی اب ا لا^{۲} کو ا پر تقسیم کیا تو لا^{۲} حاصل ہوا اوسکو خارج قسمت کی آخر رقم بناؤ اور
ا − لا کو لا^{۲} مین ضرب دیا تو حاصل ضرب ا لا^{۲} − لا^{۳} حاصل ہوا اور اوسکو ا لا^{۲} − لا^{۳} مین سے
تفریق کیا تو کچھہ باقی نہ بچا

دلیل عمل مذکور کی موقوف اور منحصر اس امر پر ہی کہ مقسوم مین جتنی دفعہ مقسوم علیہ شامل ہے
اوتنی دفعہ وہ مقسوم کی اجزاء مین بہی شامل ہی

انتباہ بڑی احتیاط مقسوم اور مقسوم علیہ کی لکھنی مین ترتیب ارقام کی چاہئی کہ وہ تصاعدیہ
یا تنازلی ترتیب سی لکھی جائین یعنی کسی ایک حرف کی قوا بتدریج بڑہتی جائین یا گھٹتی جائین
اور باقیات مین بہی یہی احتیاط ملحوظ خاطر رکہنی چاہئی

امثلہ نمبری ۱۰۵

امثلہ قسمت حل شدہ

مثال ۱ ۱۲ لا^{۵} − ۱۳ لا^{۴} − ۳۴ لا^{۳} + ۳۵ لا^{۲} کو ۴ لا^{۲} − ۷ لا پر تقسیم کرو

۴ لا^{۲} − ۷ لا) ۱۲ لا^{۵} − ۱۳ لا^{۴} − ۳۴ لا^{۳} + ۳۵ لا^{۲} (۳ لا^{۳} + ۲ لا^{۲} − ۵ لا

۱۲ لا^{۵} − ۲۱ لا^{۴}

۸ لا^{۴} − ۳۴ لا^{۳}

۸ لا^{۴} − ۱۴ لا^{۳}

− ۲۰ لا^{۳} + ۳۵ لا^{۲}

− ۲۰ لا^{۳} + ۳۵ لا^{۲}

مثال ۲ ۶ لا^{۲} − ۹۶ کو ۳ لا − ۶ پر تقسیم کرو

٣لا − ٦) ٦لا^{٤} − ٩٦ (٢لا^{٣} + ٤لا^{٢} + ٨لا + ١٦

٦لا^{٤} − ١٢لا^{٣}

١٢لا^{٣} − ٩٦

١٢لا^{٣} − ٢٤لا^{٢}

٢٤لا^{٢} − ٩٦

٢٤لا^{٢} − ٤٨لا

٤٨لا − ٩٦

٤٨لا − ٩٦

مثال ۳ ا^{۵} − ۵ا^{۴}لا + ۱۰ا^{۳}لا^{۲} − ۱۰ا^{۲}لا^{۳} + ۵الا^{۴} − لا^{۵} کو ا^{۳} − ۳ا^{۲}لا + ۳الا^{۲} − لا^{۳} پر تقسیم کرو

ا^{۳} − ۳ا^{۲}لا + ۳الا^{۲} − لا^{۳}) ا^{۵} − ۵ا^{۴}لا + ۱۰ا^{۳}لا^{۲} − ۱۰ا^{۲}لا^{۳} + ۵الا^{۴} − لا^{۵} (ا^{۲} − ۲الا + لا^{۲}

ا^{۵} − ۳ا^{۴}لا + ۳ا^{۳}لا^{۲} − ا^{۲}لا^{۳}

− ۲ا^{۴}لا + ۷ا^{۳}لا^{۲} − ۹ا^{۲}لا^{۳} + ۵الا^{۴}

− ۲ا^{۴}لا + ۶ا^{۳}لا^{۲} − ۶ا^{۲}لا^{۳} + ۲الا^{۴}

ا^{۳}لا^{۲} − ۳ا^{۲}لا^{۳} + ۳الا^{۴} − لا^{۵}

ا^{۳}لا^{۲} − ۳ا^{۲}لا^{۳} + ۳الا^{۴} − لا^{۵}

مثال ۴ لا^{۴} − ا^{۴} + ۲ا^{۳}لا − ا^{۲}لا^{۲} کو الا + لا^{۲} − ا^{۲} پر تقسیم کرو

مقسوم اور مقسوم علیہ کو بہ ترتیب قوا دلا کے لکھو

لا^{۲} + الا − ا^{۲}) لا^{۴} − ا^{۲}لا^{۲} + ۲ا^{۳}لا − ا^{۴} (لا^{۲} − الا + ا^{۲}

لا^{۴} + الا^{۳} − ا^{۲}لا^{۲}

− الا^{۳} + ۲ا^{۳}لا − ا^{۴}

− الا^{۳} − ا^{۲}لا^{۲} + ا^{۳}لا

ا^{۲}لا^{۲} + ا^{۳}لا − ا^{۴}

ا^{۲}لا^{۲} + ا^{۳}لا − ا^{۴}

مثال ۵ لا^{۳} + ی^{۳} + ۳لای − ۱ کو لا + ی − ۱ پر تقسیم کرو

لا+ی−۱) لا³+ی³+۳لای−۱ (لا²−لای+لا+ی²+ی+۱

لا³+لا²ی−لا²

−لا²ی+لا²+ی³+۳لای−۱

−لا²ی−لای²+لای

لا²+لای²+۲لای+ی³−۱

لا²+لای−لا

لای²+لای+لا+ی³−۱

لای²+ی³−ی²

لای+لا+ی²−۱

لای+ی²−ی

لا+ی−۱

لا+ی−۱

×

امثلہ مشق نمبری ۱۱۵

تقسیم کرو

(۱) لا²+۷لا+۱۰ کو لا+۲ پر اور لا²−۵لا+۶ کو لا−۳ پر

(۲) ۱۰لا²+۱۴لا−۱۲ کو ۲لا+۴ پر لا²−۸۶لا−۱۴۰ کو لا−۱۰ پر

(۳) لا³−۵لا²−۴۶لا−۴۰ کو لا+۴ پر ۱۸لا−۱−۷۷لا² کو ۱−لا پر

(۴) ۲۷لا³+۸ی³ کو ۳لا+۲ی پر ا³−۳ا²لا+۳الا²−لا³ کو ا−لا پر

(۵) لا⁴−۶لا³+۵لا²+۲۴لا−۳۶ کو لا²−۴ پر لا⁴−۱۶ کو لا−۲ پر

(۶) ا³−ب³ کو ا−ب پر اور لا⁴−۸لا³−۱۵لا²+۶لا+۱۲۰ کو لا+۵ پر

(۷) ۱۸ا³−۲۶ا²ب+۱۵اب² کو ۴ا−۳ب پر اح+ب د+ب ح+ا د کو ا+ب پر

(۸) لا³−۵لا²−لا+۱۴ کو لا²−۳لا−۷ پر ۱۸لا⁵−۴۵لا⁴+۸۲لا³−۶۷لا²+۴۰

کو ۶لا²−۷لا+۸ پر

(۹) ا⁴+ا²لا²+لا⁴ کو ا²−الا+لا² پر ۱۲لا⁴−۲۰لا³ی+۲۷لا²ی²−۱۸لای³+۴ی⁴

کو ۴ لا^۲ − ۴ لا د + د^۲ پر

(۱۰) ۳۲ ا^۴ + ۵۴ ا ب^۳ − ۸۱ ب^۴ کو ۲ ا + ۳ ب پر؛ ا^۴ + ۴ ا^۲ لا^۲ + ۱۶ لا^۴ کو ا^۲ + ۲ ا لا + ۴ لا^۲ پر

(۱۱) ا^۳ + ۲۸ ل^۳ − ۵ ا لا^۲ + ا^۲ لا کو ۴ ل + ا پر؛ لا^۴ − ۲ لا^۳ + ۱ کو لا^۲ − ۲ ل + ۱ پر

(۱۲) لا^۵ + د^۵ کو لا + د پر؛ لا^۴ − ۲ ا^۲ لا^۲ + ۱۶ ا^۳ لا − ۱۵ ا^۴ کو لا^۲ + ۲ ا لا − ۳ ا^۲ پر

(۱۳) ۸ م^۱۰ − ۹ م^۶ + م کو ۱ − ۲ م + م^۲ پر؛ لا^۵ − ا^۲ لا^۳ − ا^۳ لا^۲ + ا^۵ کو لا^۲ − ا^۲ پر

(۱۴) لا^۳ − لا^۲ د + لا د^۲ − د^۳ کو لا − د پر؛ ۶ ا^۴ + ۴ ب^۴ + ۱۳ ا ب^۳ − ا^۳ ب + ۲ ا^۲ ب^۲ کو ۲ ا^۲ − ۳ ا ب + ۴ ب^۲

(۱۵) ا^۶ − ب^۶ کو ا^۳ + ۲ ا^۲ ب + ۲ ا ب^۲ + ب^۳ پر؛ ۱۲ لا^۸ د^۱۰ − ۳۱ لا^۷ د^۱۲ +
+ ۱۵ لا^۶ د^۱۴ − ۶۸ لا^۵ د^۱۶ + ۳۲ لا^۴ د^۱۸ کو ۷ لا^۵ د^۶ − ۸ لا^۴ د^۸

(۱۶) ا^۲ ب^۲ − ا^۲ − ب^۲ + ۱ کو ا ب + ا + ب + ۱ پر؛ ا^۲ ب^۲ + ۲ ا ب ح^۲ − ا^۲ ح^۲ − ب^۲ ح^۲
کو ا ب + ا ح − ب ح پر

(۱۷) ۴۰ ا ب^۴ + ۴۹ ا^۳ ب^۲ − ۶۵ ا^۲ ب^۳ − ۲۵ ا^۴ ب + ۶ ا^۵ − ۲۵ ب^۵ کو
۵ ا ب^۲ + ۳ ا^۳ − ۸ ا^۲ ب − ۵ ب^۳ اور ۱۳ لا^۲ د^۲ + ۱۵ د^۴ + ۲۸ لا^۴ − لا د^۳
کو ۳ د^۲ + ۴ لا^۲ + ۴ لا د پر

(۱۸) لا د^۳ + ۲ لا د ی^۲ + د^۳ ی + د ی^۳ − ۲ لا د^۲ ی − لا ی^۳ − د^۲ ی^۲ کو لا د − لا ی + د ی پر
۶ لا^۵ − ۲ لا^۲ د^۳ − ۳ لا د^۴ + ۹ لا^۳ د^۲ + د^۵ − ۱۱ لا^۴ د کو − لا د + ۲ لا^۲ − د^۲ پر

(۱۹) ۵۰ لا^۳ د^۲ − ۶ د^۵ + ۱۰ لا د^۴ − ۳۳ لا^۲ د^۳ − ۴۱ لا^۴ د + ۱۵ لا د^۴ + ۲۰ لا^۵ − ۱۲ لا^۲ د^۵
کو ۵ لا د^۲ − ۳ د^۵ − ۴ لا^۲ د + ۵ لا^۳ پر؛ ا^۳ + ب^۳ + ح^۳ − ۳ ا ب ح کو ا + ب + ح پر

(۲۰) ۲ ا^۴ ب − ۵ ا^۶ ب^۲ − ۱۱ ا^۵ ب^۳ + ۵ ا ب^۵ − ۲۶ ا^۳ ب^۵ + ۷ ا^۲ ب^۴ − ۱۲ ا ب^۶
کو ا^۴ − ۴ ا^۳ ب + ا^۲ ب^۲ − ۳ ا ب^۳ پر؛ ا^۸ + ا^۴ ب^۴ + ا^۲ ب^۶ + ا^۲ ب^۶ + ب^۸ کو

ا^٤ + ا^٣ب + ا^٢ب^٢ + اب^٣ + ب^٤

(٢١) لا^٦ − ٢لا^٥ − ٥لا^٤ + ٢٠لا^٣ − ٣٣لا^٢ + ٤١لا − ٣٠ کو لا^٢ − ٢لا + ٣ پر

٣ا^٢ + ٨اب + ٤ب^٢ + ١٠اح + ٨بح + ٣ح^٢ کو ا + ٢ب + ٣ح پر

(٢٢) ٦لا^٤ − لا^٣ء + ١٧لاء − ٢لا^٢ء^٢ − ٨لا^٢ − ٣٠ کو ٢لا^٢ − ٦ + لاء پر

لاء^٣ + لاءی^٢ − لا^٣ء − لاء^٢ی + لا^٣ی − لای^٣ + ٢ء^٣ی − ٢ءی^٣

کو ء + ی − لا پر

مثال ٦ لا^٢ − (ا − ب) لا − اب کو لا + ب پر تقسیم کرو

لا + ب) لا^٢ − (ا − ب) لا − اب (لا − ا

لا^٢ + ب لا

− ا لا − اب

− ا لا − اب

مثال ٧ لا^٤ − ا^٤ + ٢الا^٣ + ٢ن ا^٣لا − (ن^٢ − ١) ا^٢لا^٢ کو

لا^٢ + ا^٢ − (ن − ١) الا پر تقسیم کرو

لا^٢ − (ن − ١) الا + ا^٢) لا^٤ + ٢الا^٣ − (ن^٢ − ١) ا^٢لا^٢ + ٢ن ا^٣لا − ا^٤ (لا^٢ + (ن + ١) الا − ا^٢

لا^٤ − (ن − ١) الا^٣ + ا^٢لا^٢

(ن + ١) الا^٣ − ن^٢ ا^٢لا^٢ + ٢ن ا^٣لا

(ن + ١) الا^٣ − (ن^٢ − ١) ا^٢لا^٢ + (ن + ١) ا^٣لا

− ا^٢لا^٢ + (ن − ١) ا^٣لا − ا^٤

− ا^٢لا^٢ + (ن − ١) ا^٣لا − ا^٤

مثال ٨ ا^٢ب − بلا^٢ + ا^٢لا − لا^٣ کو (لا + ب) (ا − لا) پر تقسیم کرو

ا^٢ب − بلا^٢ + ا^٢لا − لا^٣ = ا^٢ب + ا^٢لا − بلا^٢ − لا^٣

= ا^{2} (ب + لا) - لا^{2} (ب + لا)

= (ب + لا) (ا^{2} - لا^{2})

(لا + ب) (ا - لا) (ب + لا) (ا^{2} - لا^{2}) (ا + لا)

(ب + لا) (ا^{2} - لا^{2})

امثلہ مشق نمبر ۱۵ ب

تقسیم کرو

(۱) لا^{4} - (ا + ب) لا^{3} + اب کو لا - ب پر لا^{3} - (ا + ح) لا^{2} + (ب + اح) لا - بح کو لا - ح پر

(۲) لا^{4} - (ا - ب) لا^{3} - اب کو لا^{3} + ب پر اور ا^{3} + (ا + ۱) اب + ب^{2} کو ا^{2} + ب پر

(۳) لا^{3} + (ا + ب + ح) لا^{2} + (اب + اح + بح) لا + ابح کو لا + ب پر

لا^{3} - (ا^{2} - ب - ح) لا^{2} - (ب - ح) ا لا + بح کو لا^{2} - ا لا + ح پر

(۴) ا^{2} (ب + ح) + ب^{2} (ا - ح) + ح^{2} (ا - ب) + ابح کو ا + ب + ح پر

ا^{2} (ب + ج) - ب^{2} (ا + ج) + ح^{2} (ا + ب) + ابح کو ا - (ب - ج) پر

(۵) لا^{5} - (ا + م) لا^{4} + (ا م + ن) لا^{3} - (م + ن + ع) لا^{2} + (ع + ن) لا - ع

کو لا^{2} - (لا - ۱) پر ۲ اب لا^{2} - (۳ بح - ۲ ا د) لا ی - ۳ ح د^{2} کو ۲ ا لا - ۳ ح د پر

(۶) (ا^{2} + ب^{2}) لا^{2} + ح^{2} (لا^{2} + د^{2}) + (ا^{2} + ب^{2}) د^{2} کو لا^{2} + د^{2} پر

ا^{3} + ا^{2} (ب - ۳ ح) + ابح + ب^{2} (ا + ۲ ح) + ح^{2} (ا - ۲ ب) + ب^{3} + ح^{3} کو ا - (ح - ب) پر

(۷) ا^{2} - ب^{2} - ح^{2} + د^{2} - ۲ (ا د - بح) کو ا - ب + ح - د پر

(ب - ۲ ا) ا لا^{2} + (ا^{3} - اب^{2} - ۲ اب + ب^{2}) لا + ا^{2} ب - ب^{3} کو ا لا + ب پر

(۸) ا^{2} (لا^{2} - ا^{2}) - ا ب (لا + ا)^{2} + ب (لا^{3} + ا^{3}) کو ا^{2} (لا - ا) + ب لا (لا - ۲ ا) پر

ا لا^{2} - ا ب^{2} + ب^{2} لا - لا^{3} کو (لا + ب) (ا - لا)

(۹) لا^۲ (لا − ۲ا) + (ا^۲ + اب − ب^۲) لا − اب (ا − ب) کو لا^۲ − (ا + ب) لا + اب پر

(۶ا^۲ − ۸اب + ۲ب^۲) لا^۳ + (۵ا^۳ − ۳ا^۲ب − ۵اب^۲ + ۳ب^۳) لا^۲ + (ا^۲ − ب^۲)^۲ لا

کو (ا − ب) {۲لا + (ا + ب)} پر

(۱۰) (اد − ب لا)^۲ − (ا لا + ب د)^۲ کو (ا − ب) د − (ا + ب) لا پر (لا^۲ − ۴) (لا^۴ − لا)

کو لا^۲ + ۲لا پر

مثال ۹ ۱/۳ لا^۳ + ۱۷/۶ لا^۲ − ۵/۴ لا + ۹/۴ کو ۱/۳ لا + ۳ پر تقسیم کرو

۱/۳ لا + ۳) ۱/۳ لا^۳ + ۱۷/۶ لا^۲ − ۵/۴ لا + ۹/۴ (لا^۲ − ۱/۲ لا + ۳/۴

۱/۳ لا^۳ + ۳ لا^۲

−۱/۶ لا^۲ − ۵/۴ لا

−۱/۶ لا^۲ − ۳/۲ لا

۱/۴ لا + ۹/۴

۱/۴ لا + ۹/۴

مثال ۱ لا^۵/۲ − ۴ لا^۳/۲ − ۲ لا^۱/۲ + ۶ لا − لا^۲ کو لا^۳/۲ + ۲ − ۴ لا^۱/۲ پر تقسیم کرو

لا^۳/۲ − ۴ لا^۱/۲ + ۲) لا^۵/۲ − لا^۲ − ۴ لا^۳/۲ + ۶ لا − ۲ لا^۱/۲ (لا (کیونکہ لا^۵/۲ ÷ لا^۳/۲ = لا)

لا^۵/۲ − ۴ لا^۳/۲ + ۲ لا

−لا^۲ + ۴ لا − ۲ لا^۱/۲

−لا^۲ + ۴ لا − ۲ لا^۱/۲

−لا^۱/۲ کیونکہ −لا^۲ ÷ لا^۳/۲ = −لا^۱/۲

اسواسطے خارج قسمت لا − لا^۱/۲ ہے

ن/۱۷

مثال ۱۱ ۱/۵ لا^۸/۱۵ − ۳/۲۰ لا^۷/۱۲ + ۱/۲ لا^۳/۴ − ۱/۳ لا^۵/۱۲ − ۳/۲۰ لا^۹/۱۲ + ۱/۴ لا^۱/۴ کو

۱/۴ لا − ۳/۵ لا^۱/۵ پر تقسیم کرو

۱/۴ لا − ۳/۵ لا^۱/۵) ۱/۵ لا^۸/۱۵ − ۳/۲۰ لا^۷/۱۲ + ۱/۲ لا^۳/۴ − ۱/۳ لا^۵/۱۲ + ۱/۴ لا^۱/۴ − ۳/۲۰ لا^۹/۱۲ (۱/۲ لا^۱/۲ (∵ ۱/۴ لا^۳/۴ ÷ ۱/۲ لا^۱/۴ = ۱/۲ لا^۱/۲)

۱/۲ لا^۳/۴ − ۳/۲۰ لا^۷/۱۲

−۱/۳ لا^۱/۲ (∵ −۱/۳ لا^۵/۱۲ ÷ ۱/۴ لا^۱/۴ = −۱/۳ لا^۱/۶)

+۱/۴ لا^۱/۴ (∵ ۱/۴ لا^۱/۴ ÷ ۱/۴ لا^۱/۴ = ۱)

$$-\frac{۱}{۳}لا^{\frac{۷}{۱۲}}+\frac{۱}{۵}لا^{\frac{۸}{۱۵}}$$

$$-\frac{۱}{۳}لا^{\frac{۷}{۱۲}}+\frac{۱}{۵}لا^{\frac{۸}{۱۵}}$$

$$\frac{۱}{۴}لا^{\frac{۱}{۲}}-\frac{۳}{۲۰}لا^{\frac{۹}{۲۰}}$$

$$\frac{۱}{۴}لا^{\frac{۱}{۲}}-\frac{۳}{۲۰}لا^{\frac{۹}{۲۰}}$$

×

اسواسطے خارج قسمت $\frac{۱}{۲}لا^{\frac{۱}{۲}}-\frac{۱}{۳}لا^{\frac{۱}{۳}}+\frac{۱}{۴}لا^{\frac{۱}{۴}}$ ہے

مثال ۱۲ $ا^{م+ن}ب^{ن}-۴ا^{م+ن-۱}ب^{۲ن}-۲۷ا^{م+ن-۲}ب^{۳ن}+۴۲ا^{م+ن-۳}ب^{۴ن}$ کو $ا^{ن}ب^{ن}-۷ا^{ن-۱}ب^{۲ن}$ پر تقسیم کرو

$$ا^{ن}ب^{ن}-۷ا^{ن-۱}ب^{۲ن})\,ا^{م+ن}ب^{ن}-۴ا^{م+ن-۱}ب^{۲ن}-۲۷ا^{م+ن-۲}ب^{۳ن}+۴۲ا^{م+ن-۳}ب^{۴ن}\,(ا^{م}+۳ا^{م-۱}ب^{ن}-۶ا^{م-۲}ب^{۲ن}$$

$$ا^{م+ن}ب^{ن}-۷ا^{م+ن-۱}ب^{۲ن}$$

$$۳ا^{م+ن-۱}ب^{۲ن}-۲۷ا^{م+ن-۲}ب^{۳ن}$$

$$۳ا^{م+ن-۱}ب^{۲ن}-۲۱ا^{م+ن-۲}ب^{۳ن}$$

$$-۶ا^{م+ن-۲}ب^{۳ن}+۴۲ا^{م+ن-۳}ب^{۴ن}$$

$$-۶ا^{م+ن-۲}ب^{۳ن}+۴۲ا^{م+ن-۳}ب^{۴ن}$$

×

اسواسطے خارج قسمت $ا^{م}+۳ا^{م-۱}ب^{ن}-۶ا^{م-۲}ب^{۲ن}$ ہی

مثال ۱۳ $۸+۱۲لا^{-۱}+۲لا^{-۲}+۲لا^{-۴}$ کو $لا^{-۲}-۲لا^{-۱}+۴$ پر تقسیم کرو

$$لا^{-۲}-۲لا^{-۱}+۴)\,۲لا^{-۴}+۲لا^{-۲}+۱۲لا^{-۱}+۸\,(۲لا^{-۲}+۴لا^{-۱}+۲$$

$$۲لا^{-۴}-۴لا^{-۳}+۸لا^{-۲}$$

$$۴لا^{-۳}-۶لا^{-۲}+۱۲لا^{-۱}$$

$$۴لا^{-۳}-۸لا^{-۲}+۱۶لا^{-۱}$$

$$۲لا^{-۲}-۴لا^{-۱}+۸$$

$$۲لا^{-۲}-۴لا^{-۱}+۸$$

×

مثال ۴ (لا^ن − ی^م) لا^{م ن} − لا^ن ی^{(ن−۱) م} − ی لا^{(م−۱) ن} + ی^{م ن} (لا^{ن (م−۱)} ∴ م ن − ن = ن (م − ۱)

$$\frac{لا^{م ن} - لا^ن ی^{(ن-۱)م}}{- ی^م لا^{(م-۱)ن} + ی^{م ن}} - ی^م (ن-۱)$$

امثلہ نمبری ۵ (ج) تقسیم کرو

(۱) لا^۲ + ۵/۶ لا + ۱/۶ کو لا + ۱/۳ پر، ا^۲ − ۱/۲ ا ب − ۱/۲ ب^۲ کو ا − ۱/۴ ب پر

(۲) ۲ لا^۲ + ۷/۶ لا + ۱/۶ کو ۲ لا + ۱/۲ پر، لا^۳ − ۱/۸ کو لا − ۱/۲ پر

(۳) ا^۲/لا^۲ − لا^۳/ا^۳ کو ا/لا + لا/ا پر، ۳ ا/لا^۲ − ۴ ا لا + ۸ لا^۲/ا کو ا/لا^۲ − لا^۲/ا

(۴) ۲ ا^۳/لا − ۳۵ ا لا/۶ + ۳ لا^۳/ا کو ۴ ا^۲ − ۹ لا^۲ پر، ۴/۹ ا^۳ − ۷/۹ ا^۲ ب + ۹/۴ ا ب^۲ − ۱/۲ ب^۳

کو ۲ ا − ۱/۲ ب پر

(۵) ا ب − (ب − ا) − ا کو ب − ب/ا پر، ۹/۱۶ ا^۴ + ۲۹/۳۶ ا^۲ لا^۲ + لا^۴ کو ۳/۴ ا^۲ − ۵/۶ ا لا + لا^۲ پر

(۶) لا^۳/۲ − لا^۲/۱۲ − ۱۱ لا^۲/۷۲ + ۶۱/۱۴۴ لا − ۱/۱۲ کو ۳ لا^۲/۲ + ۵ لا/۴ − ۱/۳ پر

لا^۴ − ۳/۴ لا^۳ + لا^۲ + ۷/۳ لا − ۲ کو ۴/۳ لا − ۲ پر

(۷) ۹/۴ ا^۲ − ۷/۴ ا ب + ۱۰ ب^۲ + ۱۰۷/۱۲ ا ح − ۸۸/۳ ب ح − ۲ ح^۲ کو

۳/۲ ا − ۵ ب − ۱/۳ ح پر، لا^۵ − ۳ ۲۴۳/۱ کو لا − ۱/۳ پر

(۸) ۳ ا^۲ − ۱۷ ا ب/۲ − ۲۱ ا ح/۴ − ۵ ب^۲/۲ + ۸۳ ب ح/۸ − ۳ ح^۲/۲ کو ۳ ا − ۵ ب + ۳ ح/۴ پر

لا^۴ − ا^۲ لا^۲/۴ + ا^۳ لا − ا^۴ کو لا^۲ + ا لا/۲ − ا^۲ پر

(۹) ا^۳ − ۵ ا^۲ ب − ۴ ا ب^۲/۳ + ۲۰ ا ب^۲/۳ + ۲ ب^۳/۴ − ۱۵ ا ب/۴ کو ا − ۵ ب پر

۳ لا^۵/۴ − ۴ لا^۴ + ۶۷/۸ لا^۳ − ۳۳/۴ لا^۲ − ۳/۴ لا + ۲۷ کو لا^۲/۲ − لا + ۳ پر

(۱۰) لا^۵ + ۸ ۳/۱۴ لا^۴ − ۳ ۱۲ ۷/۶ لا^۳ + لا^۲/۲ − ۷ ۱/۱۴ لا^۲ کو لا^۲ − ۱۳ لا + ۱

ح^۲ ۷/۳ − د ح ۳ + د^۲ ۵/۲ کو ح^۴ ۷/۶ + د ح^۳ ۵/۶ + د^۲ ح^۲ ۱۰۷/۱۲ − د^۳ ح ۷/۲ + د^۴ ۵

(۱۱) ا^۴ + ۴/۳ ا^۳ ب لا − ۴/۹ (ا^۲ − ب^۲) لا^۲ + لا^۴ (۲/۳ ا − ۱/۲ لا) کو

ا^۲ − ۲/۳ (ا − ب) لا + ۱/۲ لا^۲ پر ۸۱/۱۶ ا^۴ − ۱۶/۸۱ ب^۴ کو ۳/۲ ا − ۲/۳ ب

(۱۲) ۳ لا/۳ د + ۵/۱۲ − لا/۲ د + ۳۹/۱۶ کو لا/۳ د + ۱/۲ پر

۳ ا^۴/لا^۴ − ۱۹ ا^۳ ب/۱۰ لا^۳ د + ۲۱ ا^۲ ب^۲/۵ لا^۲ د^۲ − ۹ ا ب^۳/۱۰ لا د^۳ + ب^۴/د^۴ کو

۳ ا^۲/۲ لا^۲ − ۱۲ ا ب/۵ لا د + ب^۲/د^۲ پر

(۱۳) لا^۳/۲ − لا د^۱/۲ + لا^۱/۲ د − د^۳/۲ کو لا^۱/۲ − د^۱/۲ پر لا^۳/۲ + د^۳/۲ کو لا − لا^۱/۲ د^۱/۲ + د پر

(۱۴) لا^۴/۳ + لا^۲/۳ د^۲/۳ + د کو لا^۲/۳ − لا^۱/۳ د^۱/۲ + د^۱/۲ پر ا − لا کو ا^۱/۴ − لا^۱/۴ پر

(۱۵) ا^۲ + ا ب + ب^۲ کو ا + ا^۱/۲ ب^۱/۲ + ب پر لا^۳/۴ − ا^۳ کو لا^۱/۴ − ا^۱/۲ لا^۱/۴ + ا پر

(۱۶) ا^۵/۲ − ا^۳/۲ ب + ا ب^۳/۲ − ۲ ا^۱/۲ ب + ب^۵/۲ کو ا^۳/۲ − ا ب^۱/۲ + ا^۱/۲ ب − ب^۳/۲ پر

(۱۷) لا^۳ − ۴ لا^۲ + ۴ لا^۳/۲ − لا کو لا^۳/۲ + ۲ لا − لا^۱/۲ پر لا^۲ + ۹ ی^۲/۳ + ۴ لا د^۱/۳ − ۸ د کو

لا − ۲ د^۱/۲ + ۳ ی^۱/۳ پر ا^۳ − ۶۴ ب^۲ کو ا^۱/۲ + ۲ ب^۱/۳ پر

(۱۸) ا^۳/۴ − ۳/۵ ا^۷/۱۲ − ۱/۸ ا^۱/۲ + ۴/۷ ا^۱/۳ + ۴/۳ ا^۱/۴ − ۱/۱۴ ا^۵/۸ ا^۹/۲ کو ا^۱/۴ − ۱/۸ ب^۱/۵ پر

لا^۶ − ا^۳ کو لا^۲ + ا^۱/۲ لا + ا پر

(۱۹) ۱۶ ا^۳ لا − د کو ۲ ا^۳/۴ لا^۳/۴ + د^۱/۴ پر ۱۸۲ ا^۳ − ۲۵۲ ا^۵/۲ ب^۱/۲ − ۱۱۹ ا^۲ ب + ۲۴ ا^۳/۲ ب^۳/۲

+ ۴۲ ا^۱/۲ ب^۵/۲ − ۱۲ ب^۳ کو ۷ ا^۱/۲ − ۲ ب^۱/۲ پر

(۲۰) $(ا - ب)(ا^2 + ب^2)$ کو $ا^{\frac{1}{2}} + ب^{\frac{1}{2}}$ پر؛ $\sqrt{ا}\,ب + ب\sqrt{اج} - \sqrt{ابج} - بج$ کو $\sqrt{ا} + \sqrt{بج}$

(۲۱) $لا^{2ن} - د^{2ن}$ کو $لا^{ن} + د^{ن}$ پر؛ $لا^{3ن} - 3لا^{2ن}د^{ن} + 3لا^{ن}د^{2ن} - د^{3ن}$ کو $لا^{ن} - د^{ن}$ پر

(۲۲) $ا^{م+ن}ب^{ن} - 4ا^{م+ن-1}ب^{2ن} - 27ا^{م+ن-2}ب^{3ن} + 42ا^{م+ن-3}ب^{4ن}$ کو

$ا^{م} + 3ا^{م-1}ب^{ن} - 6ا^{م-2}ب^{2ن}$ پر؛ $لا^{4} + لا^{-4} - لا^{2} - لا^{-2}$ کو $لا - لا^{-1}$ پر

(۲۳) $لا^{-1} + د^{-1}$ کو $لا^{-\frac{1}{3}} + د^{-\frac{1}{3}}$ پر؛ $81ا^{-8}ب^{-3} - 104ا^{-5}ب^{-4} - 295ا^{-2}ب^{-5} + 12اب^{-6}$

$+ 28ا^{4}ب^{-7}$ کو $9ا^{-3}ب^{-2} - 18اب^{-3} - 7ا^{3}ب^{-4}$ پر

مثال ۱۵ $ا^{5} + ا^{3}ب^{2} + 2ا^{2}ب^{3} - ب^{5}$ کو $ا^{2} - اب + ب^{2}$ پر

$ا^{2} - اب + ب^{2})\ ا^{5} + ا^{3}ب^{2} + 2ا^{2}ب^{3} - ب^{5}\ (ا^{3} + ا^{2}ب + اب^{2} + 2ب^{3}$

$ا^{5} - ا^{4}ب + ا^{3}ب^{2}$

$ا^{4}ب + 2ا^{2}ب^{3} - ب^{5}$

$ا^{4}ب - ا^{3}ب^{2} + ا^{2}ب^{3}$

$ا^{3}ب^{2} + ا^{2}ب^{3} - ب^{5}$

$ا^{3}ب^{2} - ا^{2}ب^{3} + اب^{4}$

$2ا^{2}ب^{3} - اب^{4} - ب^{5}$

$2ا^{2}ب^{3} - 2اب^{4} + 2ب^{5}$

$اب^{4} - 3ب^{5}$

اب آگے ہم نہیں تقسیم کر سکتے اسواسطے خارج قسمت $ا^{3} + ا^{2}ب + اب^{2} + 2ب^{3}$ ہی اور باقی $اب^{4} - 3ب^{5}$ بچتی ہی

مثال ۱۶ ۱ کو ۱ − لا پر تقسیم کرو

$١ - لا\ )\ ١\ (\ ١ + لا + لا^{٢} + $ وغیرہما

$١ - لا$

$لا$

$لا - لا^{٢}$

$لا^{٢}$

$لا^{٢} - لا^{٣}$

$لا^{٣}$

اسواسطی خارج قسمت $١ + لا + لا^{٢} + \frac{لا^{٣}}{١ - لا}$ ہی

مثال ١٧ ثابت کرو کہ ا تقسیم کیا گیا ا - لا پر $= ١ + \frac{لا}{ا} + \frac{لا^{٢}}{ا^{٢}} +$ وغیرہ

$ا - لا\ )\ ا\ (\ ١ + \frac{لا}{ا} + \frac{لا^{٢}}{ا^{٢}}$

$ا - لا$

$لا$

$لا - \frac{لا^{٢}}{ا}$

$\frac{لا^{٢}}{ا}$

$\frac{لا^{٢}}{ا} - \frac{لا^{٣}}{ا^{٢}}$

$\frac{لا^{٣}}{ا^{٢}}$

اسیواسطی خارج قسمت $١ + \frac{لا}{ا} + \frac{لا^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{\frac{لا^{٣}}{ا^{٢}}}{ا - لا}$

جب اوپر کے نتیجہ کو بغیر باقی کی اسطرح لکھتی ہین کہ $\frac{ا}{ا - لا} = ١ + \frac{لا}{ا} + \frac{لا^{٢}}{ا^{٢}} +$ وغیرہما تو علامت = سی حقیقی مساوات دونو جملون کی نہین معلوم ہوتی بلکہ اوسی یہہ سمجھا جاتا ہے کہ کسر ایک سلسلہ کی صورت مین تعبیر ہو سکتی ہی

(١٨) ثابت کرو کہ $\frac{ا - ب لا}{ا + ح لا} = ١ - (ب + ح)\frac{لا}{ا} + (ب + ح)\frac{ح لا^{٢}}{ا^{٢}} - (ب + ح)\frac{ح^{٢} لا^{٣}}{ا^{٣}} +$ وغیرہما

ا+ح لا) ا - ب لا (ا - (ب+ح) لا/ا + (ب+ح) ح لا²/ا² - (ب+ح) ح² لا³/ا³ + وغیرہا

ا + ح لا

- (ب+ح) لا

- (ب+ح) لا - (ب+ح) ح لا²/ا

(ب + ح) ح لا²/ا

(ب + ح) ح لا²/ا + (ب+ح) ح² لا³/ا²

- (ب+ح) ح² لا³/ا²

- (ب + ح) ح² لا³/ا² - (ب+ح) ح³ لا⁴/ا³

(ب+ح) ح³ لا⁴/ا³

اسیواسطے خارج قسمت ا - (ب+ح) لا/ا + (ب+ح) ح لا²/ا² - (ب+ح) ح² لا³/ا³ + (ب+ح) ح³ لا⁴/ا³ ÷ (ا+ح لا)

امثلہ نمبری ۱۵ (۱) لا³ - ا³ کو لا + ا پر ۵ رقموں تک تقسیم کرو۔
اور ا کو ا + لا پر پانچ رقموں تک تقسیم کرکے ایک سلسلہ دریافت کرو جسمین قواء لا کی تبدریج بڑھتے جائین

(۲) ثابت کرو کہ (۱ + ۲ لا)/(۱ - لا - لا²) = ۱ + ۳ لا + ۴ لا² + ۷ لا³ + وغیرہا

(۳) ثابت کرو کہ (ا² + لا²)/(ا² - لا²) = ۱ + ۲ لا²/ا² + ۲ لا⁴/ا⁴ + ۲ لا⁶/ا⁶ + وغیرہا

(۴) ثابت کرو کہ (ا + لا)/(لا + ب) = ۱ + (ا - ب)/لا - (ا - ب) ب/لا² + (ا - ب) ب²/لا³ - وغیرہا
اور نیز = ا/ب - (ا - ب)/ب² لا + (ا - ب)/ب³ لا² - وغیرہا

(۵) لا³ کو لا² + ۲ ا لا + ا² پر تقسیم کرو اور دسوین رقم خارج قسمت کی دریافت کرو

(۳۷) ۱۶ امثال کی طرح ثابت ہوسکتا ہے کہ

ا ÷ (ا − ب) یا $\frac{ا}{ا-ب}$ = ا + اب + اب۲ + اب۳ + وغیرہما لانہایت

اب اگر ب = ا کے فرض کریں

$\frac{ا}{ا-ا}$ = ا + ا + ا + وغیرہما لانہایت

یعنی $\frac{ا}{۰}$ = ا + ا + ا + ا + وغیرہما لانہایت

اسکو اسطرح بیان کیا کرتے ہین کہ $\frac{ا}{۰}$ = ∞ اسکے یہہ معنی ہین کہ کسر کا شمار کنندہ عددی مقدار محدود ہو اور نسب نما کم ہو ہر مقدار سی جو فرض کیجا سکتی ہو تو کسر ہر ایک مقدار سی جسکا فرض کرنا ممکن ہی بڑی ہوگی اور یہہ اسطرح بہی ثابت ہو سکتا ہی کہ اگر ا کو جدا جدا ۱ر، ۰۱ر، ۰۰۱ر، ۰۰۰۱ر، وغیرہما ۰۰۰۰۰۰۱ر پر تقسیم کریں تو خارج قسمت ا۰، ا۰۰، ا۰۰۰، ا۰۰۰۰ ا وغیرہما ۰۰۰۰۰۰۰ ا وغیرہما اور علی ہذا القیاس پس جب مقسوم علیہون کو برابر کم کرتی جائین تو قیمت کسر کی بڑہتی جائیگی اور اسیواسطے جب نسب نما قریب صفر کی ہوتا ہے تو خارج قسمت بی حد زیادہ ہوتا ہی اور اسی معلوم ہوا کہ $\frac{ا}{۰}$ سی وہ مقدار تعبیر ہوتی ہی جو ہر مقدار سی کہ جسکا فرض کرنا ممکن ہی بڑی ہی اور اسکو علامت ∞ سی تعبیر کرتے ہین

(۳۸) اب ہم منفی اور کسری قوت نمایون کے معنی استنباط کرتے ہین

دفعہ ۳۰ مین ہم لکہہ ائی ہین کہ

$$\frac{ا^{۵}}{ا^{۲}} = ا^{۵-۲} \quad \text{یا} \quad ا^{۳}$$

اور دفعہ ۲۹ مین $ا^{۵} \times ا^{-۲} = ا^{۵-۲} = ا^{۳}$

اسی معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{۱}{ا^{۲}}$ مساوی $ا^{-۲}$ کے ہے

علی ہذا القیاس $\frac{ا^{م}}{ا^{ن}} = ا^{م-ن}$ اور نیز $ا^{م} \times ا^{-ن} = ا^{م-ن}$

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{۱}{ا^{ن}}$ برابر $ا^{-ن}$

پس ثابت ہوا کہ جزو ضربی کسر کے نسب نما سے شمار کنندہ مین اور بالعکس اسکے شمار کنندہ سی نسب نما مین قوت نما کی علامت بدل دینی سی منتقل ہو سکتا ہے

دوم ثابت کرو کہ $ا^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{ا}$ یعنی ا کے جذر کے

$ا^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{ا}$ یعنی ا کے جزر الکعب کے

$ا^{\frac{۱}{م}} = \sqrt[م]{ا}$ یعنی ا کے م مرتبہ کے نزول کے

اگر بموجب دفعہ ۱۸ کے یہہ صورت ہو کہ

$ا^{\frac{۱}{۲}} \times ا^{\frac{۱}{۲}}$ سے ا حاصل ہو

لیکن بموجب دفعہ ۲۹ کے $ا^{\frac{۱}{۲}} \times ا^{\frac{۱}{۲}} = ا^{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}}$

$= ا^{\frac{۲}{۲}} = ا^{۱} = ا$

اسیواسطے $ا^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{ا}$

اور چونکہ $ا^{\frac{۱}{۳}} \times ا^{\frac{۱}{۳}} \times ا^{\frac{۱}{۳}} = ا^{\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۳}} = ا^{\frac{۳}{۳}}$

$= ا^{۱} = ا$

اسیواسطے $ا^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{ا}$

اور چونکہ $ا^{\frac{۱}{م}} \times ا^{\frac{۱}{م}} \times ا^{\frac{۱}{م}}$ وغیرہ م اجزاء ضربی تک

$= ا^{\frac{۱}{م}+\frac{۱}{م}+\frac{۱}{م}+}$ وغیرہ م اجزاء ضربی تک

$= ا^{\frac{م}{م}} = ا^{۱} = ا$

اسیواسطے $ا^{\frac{۱}{م}} = \sqrt[م]{ا}$

اور اسیطرح ہم ثابت کرتے ہیں کہ

$ا^{\frac{۲}{۵}} = \sqrt[۵]{ا^{۲}}$

اسواسطے کہ $ا^{\frac{۲}{۵}} \times ا^{\frac{۲}{۵}} \times ا^{\frac{۲}{۵}} \times ا^{\frac{۲}{۵}} \times ا^{\frac{۲}{۵}} = ا^{\frac{۲}{۵}+\frac{۲}{۵}+\frac{۲}{۵}+\frac{۲}{۵}+\frac{۲}{۵}} = ا^{\frac{۱۰}{۵}} = ا^{۲}$

اسیواسطے $ا^{\frac{۲}{۵}} = \sqrt[۵]{ا^{۲}}$

(۳۹) جو کچھ ادھر بیان ہوا اوس سے ہم یہہ نتیجہ اور نکالتے ہیں

چونکہ $\frac{ا^{م}}{ا^{م}} = ا^{م-م}$

اسیواسطے ا = ۱

قسمت کے اندر جہاں قوت نما منفی ہوتی ہیں وہاں اسکے استعمال کی ضرورت پڑتی ہی چنانچہ یہہ امر مثال ذیل سے ظاہر ہے

مثال $لا\,د^{-1} + ۲\,لا^{\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + ۳ + ۲\,لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}} + لا^{-1}\,د$ کو $لا^{-1} + لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + د^{-1}$ پر تقسیم کرو

مقسوم اور مقسوم علیہ کے ارقام کو بہ ترتیب قوا لا کے لکھو

$$لا^{-1} + لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + د^{-1}\ )\ لا\,د^{-1} + ۲\,لا^{\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + ۳ + ۲\,لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}} + لا^{-1}\,د\ (\ د + لا^{\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}} + لا$$

$$لا\,د^{-1} + لا^{\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + ۱$$

$$لا^{\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + ۲ + ۲\,لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}}$$

$$لا^{\frac{1}{2}}\,د^{-\frac{1}{2}} + ۱ + لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}}$$

$$۱ + لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}} + لا^{-1}\,د$$

$$۱ + لا^{-\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}} + لا^{-1}\,د$$

اسیواسطے خارج قسمت $د + لا^{\frac{1}{2}}\,د^{\frac{1}{2}} + لا$ ہے

امثلہ نمبری ۱۶

(۱) ا = ۱۰ اور ب = ۵ اور ج = ۴ اور د = ۲ کے تو قیمت $ا^{-3} \div ب^{-3} + ج^{-3} \div د^{-3} - ا^{-2}\,ب^{-1} - ج^{-2}\,د^{2}$ کی دریافت کرو

(۲) ضرب دو

(۱) $ا^{\frac{1}{2}} + ب^{\frac{1}{2}} + ا^{-\frac{1}{2}}\,ب$ کو $ب^{\frac{1}{2}} + ا^{\frac{1}{2}} + ب^{-\frac{1}{2}}\,ا$ میں

(۲) $ا^{\frac{2}{3}} + ا^{-\frac{2}{3}} - ۲$ کو $ا^{\frac{1}{3}} - ا^{-\frac{1}{3}}$ میں

(۳) تقسیم کرو

(۱) $۱۲\,لا^{2}\,د^{-1} - ۴\,لا^{3}\,د^{-3} + ۸\,د - ۶\,لا^{-5}\,د^{4} + ۱۸\,لا\,د - ۳۶\,لا^{4}\,د^{2}$ کو $۲\,لا^{2}\,د - ۴\,لا\,د^{-3}$

(۲) $لا^{\frac{1}{۳}}\ ۷^{\frac{1}{۲}} + ۲ + لا^{\frac{1}{۳}}\ ی^{\frac{1}{۲}}$ کو $لا^{\frac{1}{۲}} + ی^{\frac{1}{۲}}$ پر تقسیم کرو

(۴۰) چونکہ

(۱) $(لا + ی)(لا - ی) = لا^{۲} - ی^{۲}$

(۲) $(لا + ی)(لا^{۲} - لا ی + ی^{۲}) = لا^{۳} + ی^{۳}$

(۳) $(لا - ی)(لا^{۲} + لا ی + ی^{۲}) = لا^{۳} - ی^{۳}$

اسیواسطے

$$\frac{لا^{۲} - ی^{۲}}{لا - ی} = لا + ی \quad اور \quad \frac{لا^{۲} - ی^{۲}}{لا + ی} = لا - ی$$

$$\frac{لا^{۳} + ی^{۳}}{لا + ی} = لا^{۲} - لا ی + ی^{۲} \quad اور \quad \frac{لا^{۳} - ی^{۳}}{لا - ی} = لا^{۲} + لا ی + ی^{۲}$$

اگر ان آسان صورتوں کو دھیان مین رکھین توان باتوں کو خوب یاد رکھہ سکتی ہین کہ

$لا^{ن} - ی^{ن}$ ہمیشہ $لا - ی$ پر خواہ قوت نمان جفت ہو یا طاق پورا تقسیم ہوتا ہے

$لا^{ن} + ی^{ن}$ ہمیشہ $لا + ی$ پر جب قوت نمان طاق ہو پورا تقسیم ہوتا ہے

$لا^{ن} + ی^{ن}$ کبھی $لا - ی$ پر تقسیم نہین ہوتا

ان صورتون مین سی ہر یک صورت مین خارج قسمت کی اندر قواء لاکی بتدریج کم ہوتی جاتی ہین اور ی کے بڑہتے۔ اگر لا - ی مقسوم علیہ ہو تو تمام رقمین مثبت ہوتی ہین اور اگر لا + ی مقسوم علیہ ہو تو ایک رقم مثبت اور ایک رقم منفی ہوتی پس

(۱) $\frac{لا^{۵} - ی^{۵}}{لا - ی} = لا^{۴} + لا^{۳} ی + لا^{۲} ی^{۲} + لا ی^{۳} + ی^{۴}$

(۲) $\frac{لا^{۶} - ی^{۶}}{لا - ی} = لا^{۵} + لا^{۴} ی + لا^{۳} ی^{۲} + لا^{۲} ی^{۳} + لا ی^{۴} + ی^{۵}$

(۳) $\frac{لا^{۴} - ی^{۴}}{لا + ی} = لا^{۳} - لا^{۲} ی + لا ی^{۲} - ی^{۳}$

(۴) $\frac{لا^{۵} + ی^{۵}}{لا + ی} = لا^{۴} - لا^{۳} ی + لا^{۲} ی^{۲} - لا ی^{۳} + ی^{۴}$

امثلہ نمبری ۱۷
مثالین مشق کی واسطے

خارج قسمت ہر ایک کا لکھہ دو

(۱) ن^۲ − ۱ اور ن + ۱ کا اور لا^۳ − ی^۳ اور لا − ی کا ۳۶ لا^۲ − ۱۶ و ۶ لا − ۴ کا

(۲) ۱۶ ا ب^۲ − ز^۲ اور ۴ ب + ز کا م^۲ ن^۲ − ۱۲۵ اور م ن + ۵ کا ۱ + ۲۷ لا^۳ و ۳ لا + ۱ کا

(۳) ا^۲ − لا^۲ اور ا − لا کا لا^۴ − ۱۶ ب^۴ اور لا + ۲ ب کا ۲۴۳ لا^۵ + ۱ اور ۱ + ۳ لا کا

(۴) لا^۶ − ی^۶ اور لا − ی^۲ کا ۲۷ لا^۹ + ی^۶ و ۳ لا^۳ + ی^۲ کا ۱۲۵ لا^۶ + ی^۳ لا^۳ د ۵ لا^۲ + ی لا کا

(۵) ی^۲ − ۴ لا^۲ اور ی + ۲ لا^۲ کا ۹ ا^۲ ک − ۴ ب^۲ م اور ۳ ا − ۲ ب^۲ م کا

لا^۶/۴ ب^۲ − ی^۶/۹ اور لا^۳/۲ ب + ی^۳/۳ کا

(۶) ۱/۱۶ لا^۴ − ۱/۲۵ ی^۶ و ۱/۴ لا^۲ + ۱/۵ ی^۳ کا لا − ی و لا^۴ − ی^۴ کا لا^۱ − ی^۱ اور لا^۳ − ی^۳ کا

(۷) (لا + ی)^۲ − ی^۲ و لا + ی − ی کا لا^۲ − (ی − ی)^۲ و لا − ی + ی کا

(۸) ۴ ا^۲ − (ب − ۳ ح)^۲ و ۲ ا + ب − ۳ ح کا (۲ ا − ۳ ب)^۳ + ۶۴ ح^۳ و ۲ ا + ۴ ح − ۳ ب کا

(۴۱) جو کچھہ اوپر بیان ہوا ہی اوس سی یہہ بات ظاہر ہوتی ہی کہ مقادیر جبریہ کی اصل اجزاء ضربیہ میں آسانی سی تحلیل ہو جاتی ہی

امثلہ نمبری ۱۸

مثالیں مشق کے واسطے

(۱) اصلی اجزاء ضربیہ ان جملوں کو تحلیل کرو

(۱) لا^۲ − ۱ و ا^۲ − ۹ لا^۲ و ۴ لا^۲ − ۹ و ۱۶ لا^۲ − ۹ ی^۲ ی^۲

(۲) ۲۵ ب^۲ − ۴ ا^۲ و لا^۶ − ی^۳ و لا^۳ − ی^۳ م و لا^۲ − ۱ لا

(۳) ا^۲ − ۲ لا + لا^۲ اور ۱ + ۹ لا^۲ − ۹ لا و ۲۵ لا^۲ − ۱۰ لا^۱/۲ + ۲

(۴) ی^۳ + لا^۳ و ا^۴ − لا^۴ و لا^۴/۴ − لا^۳/۳ + لا/۹ و ۸ لا^۳ + ۱

(۵) ی^۶ − لا^۶ و ا^۷ − ۷ لا^۳ و ۳۲ لا^۵ + ۲۴۳ ی^۵ و ۸ لا^۲ + ۱۴ لا + ۳

(۶) ا^۴ − لا^۴ و لا^۴ − ۴ ا^۲ لا^۲ + ۴ ا^۴ و لا^۲ + ۱۲ لا + ۳۴ و (ا + ب)^۲ − ح^۲

(۷) ۴ا^۳(ا^۳ − لا^۳) و (لا + ۵)^۲ + (لا − ۳)^۲ و ا^۲ − (ب − ح)^۲

(۸) لا^۸ − ا^۸ و لا^۴ + ۵لا^۲ + ۴ و لا^۲ − ۲لا − ۳

(۹) لا^۲ − ۸لا + ۷ و ۷لا^۲ − ۱۲لا + ۵ و (ا^۲ − الا)^۲ − لا^۴

(۱۰) ۶لا^۲ + لا − ۱ و ۴ب^۲ − ۵اب + ا^۲ و (ا + ب)^۲ − (ح + د)^۲

(۱۱) ا^۲ + ب^۲ − ح^۲ + ۲اب و ا^۲ − ب^۲ − ح^۲ + ۲بح

(۲) تقسیم کرو

(۱) (ا^۳ − ۱)لا^۳ + (۲ا + ۱)الا^۲ + ۲الا + ۱ کو (ا − ۱)لا + ۱ پر

(۲) ب(لا^۳ − ا^۳) + الا(لا^۲ − ا^۲) + ا^۳(لا − ا) کو (ا + ب)(لا − ا)

(۳) (لا^۳ − ۱)ا^۳ − (لا^۳ + لا^۲ − ۲)ا^۲ + (۴لا^۲ + ۳لا + ۲)ا − ۳(لا + ۱) کو

(لا − ۱)ا^۲ − (لا − ۱)ا + ۳ پر

(۳) تقسیم کرو ا^۲ − ب^۲ − ح^۲ + د^۲ − ۲(اد − بح) کو ا − ب + ح − د پر

(۴) اسان اجزاء ضربی مین تبدیل کرو

(۱) (ا − ب)(ب − ح) + (ا − د)(ح − د)

(۲) ۴ا^۲ − ب^۲ − ۹ح^۲ + د^۲ + ۲(۲اد − ۳بح)

---

(۴۲) لا^م − د^م کو لا − د پر پورا تقسیم ہونا اسانی سی بوساطت قسمت کی ثابت ہوتا ہے

لا − د) لا^م − د^م (لا^{م−۱} + لا^{م−۲}د + لا^{م−۳}د^۲ + لا^{م−۴}د^۳ + وغیرہا + لا د^{م−۳} + لا د^{م−۲} + د^{م−۱}

لا^م − لا^{م−۱}د

لا^{م−۱}د − د^م

لا^{م−۱}د − لا^{م−۲}د^۲

لا^{م−۲}د^۲ − د^م

لا^{م−۲}د^۲ − لا^{م−۳}د^۳

لا^{م−۳}د^۳ − د^م

اب باقیات مین متواتر بقدر ایک کی قوت لا کی کم اور ی کی زیادہ ہوتی جاتی ہی اور ہر ایک رقم کی قوت نمایون کا مجموعہ = م اسواسطی کہ م − ۱ + ۱ = م اور م − ۲ + ۲ = م
اور م + ۳ − ۳ = م اب آخر کو یہہ باقی نکلیگی $\text{لا}^{۳}\,\text{ی}^{\text{م}-۳} - \text{ی}^{\text{م}}$

$$\text{لا}^{۳}\,\text{ی}^{\text{م}-۳} - \text{ی}^{\text{م}}$$

$$\text{لا}^{۳}\,\text{ی}^{\text{م}-۳} - \text{لا}^{۲}\,\text{ی}^{\text{م}-۲}$$

$$\text{لا}^{۲}\,\text{ی}^{\text{م}-۲} - \text{ی}^{\text{م}}$$

$$\text{لا}^{۲}\,\text{ی}^{\text{م}-۲} - \text{لا}\,\text{ی}^{\text{م}-۱}$$

$$\text{لا}\,\text{ی}^{\text{م}-۱} - \text{ی}^{\text{م}}$$

$$\text{لا}\,\text{ی}^{\text{م}-۱} - \text{ی}^{\text{م}}$$

اب یہان کچھہ باقی نہیں ہی اسی ثابت ہوتا ہی کہ $\text{لا}^{\text{م}} - \text{ی}^{\text{م}}$ ہمیشہ لا − ی پر کو پورے تقسیم ہوتی ہے
اگر لا = ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وغیرہا کے رکہین تو یہہ حاصل ہوتا ہے

$$\frac{\text{لا}^{۲} - \text{ی}^{۲}}{\text{لا} - \text{ی}} = \text{لا} + \text{ی}$$

$$\frac{\text{لا}^{۳} - \text{ی}^{۳}}{\text{لا} - \text{ی}} = \text{لا}^{۲} + \text{لا}\,\text{ی} + \text{ی}^{۲}$$

$$\frac{\text{لا}^{۴} - \text{ی}^{۴}}{\text{لا} - \text{ی}} = \text{لا}^{۳} + \text{لا}^{۲}\,\text{ی} + \text{لا}\,\text{ی}^{۲} + \text{ی}^{۳}$$

$$\frac{\text{لا}^{۵} - \text{ی}^{۵}}{\text{لا} - \text{ی}} = \text{لا}^{۴} + \text{لا}^{۳}\,\text{ی} + \text{لا}^{۲}\,\text{ی}^{۲} + \text{لا}\,\text{ی}^{۳} + \text{ی}^{۴}$$

اور علی ہذا القیاس

اب یہہ

$$\text{لا} + \text{ی}\;)\;\text{لا}^{\text{م}} - \text{ی}^{\text{م}}\;(\;\text{لا}^{\text{م}-۱} - \text{لا}^{\text{م}-۲}\,\text{ی} + \text{لا}^{\text{م}-۳}\,\text{ی}^{۲} -$$

$$\text{لا}^{\text{م}} + \text{لا}^{\text{م}-۱}\,\text{ی}$$

$$-\,\text{لا}^{\text{م}-۱}\,\text{ی} - \text{ی}^{\text{م}}$$

$$-\,\text{لا}^{\text{م}-۱}\,\text{ی} - \text{لا}^{\text{م}-۲}\,\text{ی}^{۲}$$

$$\text{لا}^{\text{م}-۲}\,\text{ی}^{۲} - \text{ی}^{\text{م}}$$

$$\text{لا}^{\text{م}-۲}\,\text{ی}^{۲} + \text{لا}^{\text{م}-۳}\,\text{ی}^{۳}$$

$$-\,\text{لا}^{\text{م}-۳}\,\text{ی}^{۳} - \text{ی}^{\text{م}}$$

اب یہان اول باقی — لا م-۱ ی — ی م ہی جسمین قوت نما لا کا م — طاق عدد باقی دوم لا م-۲ ی۲ — ی م ہی جسمین قوت نما لا کا م — جفت عدد باقی سوم — لا م-۳ ی۳ — ی م جسمین قوت نما لا کا م — طاق عدد اور علیٰ ہذا القیاس جو طاق باقیان ہین اونکی اول علامت — ہی اور جفت باقیون کے اول رقم کی علامت + ہی اور باقی مین ہر رقم کی قوت نمایون کا مجموعہ = م اسی صاف ظاہر ہوتا ہی کہ م وین باقی = لا م-۱ ی — ی م ہی

اگر طاق باقی ہوئی تو اوسکی اول رقم کی علامت — ہوگی اور اگر جفت باقی ہو تو اوسکی اول رقم کی علامت + ہوگی اب اس رقم کے فنا ہونیکی واسطی ضرور ہی کہ اول رقم کی علامت + ہو یعنی قوت نما لا کا م — جفت عدد ہو یعنی م چاہیی کہ جفت ہو

اسی معلوم ہوا کہ لا م — ی م کو لا + ی اوسوقت پورا تقسیم کرتا ہی کہ قوت نما جفت ہو

اور اسیطرح ثابت ہوسکتا ہی کہ لا م + ی م پورا لا + ی پر اوس حالت مین بغیر باقی کے تقسیم ہوسکتا ہی کہ قوت نما طاق ہو اور لا م + ی م لا — ی پر بغیر باقی کے نہین تقسیم ہوتا

امثلہ نمبری ۱۹

دفعات گذشتہ کی متفرق سوالات

(۱) خط عرضی اور جذر اور علامات — ی × کے معنی پوری پوری بیان کرو

اگر ا = ۱۶ اور ب = ۱۰ لا = ۵ ی = ۱ تو قیمتین

(۱) (لا — ب) (۱۶ ا — ب) + $\sqrt{\text{(ا — ب) (لا + ی)}}$

(۲) (ا — لا)۲ — (ب — لا)۲ + $\sqrt{\text{(ا — لا) (ب + ی)}}$ کی دریافت کرو

(۲) وہ دلیل بیان کرو جسی یہہ ثابت ہوتا ہے کہ

ا — (ب — ج) = ا — ب + ج

تفریق کرو — (ا + ا — لا۲) کو ا — لا + لا۲ مین سے

(۳) [illegible] کیا مراد ہی اگر م اور [illegible] صحیح اعداد ہون تو ثابت کرو کہ [illegible]

وہ عمل بیان کرو جسی معنی اَ^ن اور اَ^(۱/ن) کے اخذ ہوتے ہین

(اَ^(۱/۲) + بَ^(۳/۵))^۲ کو اَ^(۱/۲) − بَ^(۳/۵) مین ضرب دو

(۴) ا + لا اور ب + لا اور ج + لا کے متواتر حاصل ضرب سی (ا − لا)^۳ کی قیمت استنباط کرو

اَ^۵ + اَ^۴ بَ^۱ + اَ^۳ بَ^۲ + اَ^۲ بَ^۳ + ا بَ^۴ + بَ^۵ کو اَ^۵ + بَ^۵ مین ضرب دو

اور ماحصل کو ایسی صورت مین لکہو کہ قوت نما منفی نہ ہو

(۵) ۳۲ اَ^(۵/۲) − دَ^(۱۵/۲) کو ۲ لاَ^(۱/۲) − دَ^(۳/۲) پر تقسیم کرو اور جب لا = ۴ اور د = ۱ کی ہو تو قیمت ماحصل کے

دریافت کرو

اس جملہ کو مختصر لکہو کہ

(ا + ب + ج) (ا + ب + د) + (ا + ج + د) (ب + ج + د) − (ا + ب + ج + د)^۲

اور ثابت کرو کہ (اَ^۲ + لاَ^۲) (بَ^۲ + دَ^۲) = (ا ب ∓ لا د)^۲ + (ا د ± ب لا)^۲

(۶) ثابت کرو کہ جب م طاق ہو تو لاَ^م + اَ^م کو لا + ا پورا تقسیم کرتا ہے

جب م جفت ہو تو لاَ^م + اَ^م کو لا + ا کبھی پورا نہین تقسیم کر سکتا

(ب)

(۱) اجزاء ضربی اور مقادیر متماثلہ اور غیر متماثلہ کی معنی بیان کرو اور جب لا = ۵ د = ۴ ی = ۲

و ھ = ۱ کے ہو تو

لاَ^۳/(ھ + د) − یَ^۲/ھ + (دَ^۲ + ۳ یَ^۲)/(ھ + د + ی) − دَ^۲ − یَ^۲ − ھَ^۲ کی قیمت دریافت کرو

(۲) جمع کرو (۳ ا لاَ^۲ + ج) لاَ^۲ − ۴ اور ۲ (ج لاَ^۳ + ب) − (د لا + ۳ ا) لا

اور لاَ^۳ − ۱ − ۳ لا (لا − ۱) و ۴ − ۲ ج لا + ۳ ب لاَ^۲ − ۴ ا لاَ^۳ + لاَ^۴

اور اول مقدار کو دوسری مقدارین سے تفریق کرو

(۳) وہ دلیل بیان کرو کہ جسی ثابت ہو کہ

(ا − ب) (ج − د) = ا ج − ب ج − ا د + ب د

$ا^{۴} + ۲ا^{۳}لا + ۱۲ا^{۲}لا^{۲} + لا^{۴}$ کو $ا^{۳} - ۲ا^{۲}لا + ۱۲ا لا^{۲} - لا^{۳}$ میں ضرب دو

تقسیم کرو (۱) $لا^{۶} - ۱۴۰ لا^{۴} + ۱۰۵۰ لا^{۳} - ۳۱۰۱ لا^{۲} + ۳۹۹۰ لا - ۱۸۰۰$

کو $لا^{۳} + ۱۲ لا^{۲} - ۴۳ لا + ۳۰$ پر تقسیم کرو

(۳) $۲۲ا^{۸}لا^{۵} + ۱۷ا^{۷}لا^{۶} - ۴۶لا^{۷} + ۲۴ا^{۵}لا^{۸}$ کو $- ۲ا^{۳}لا^{۳} + ۱۲لا$ پر تقسیم کرو

(۴) ثابت کرو کہ

$(۱ - \frac{۱}{۲}ب + \frac{۱}{۴}ج)(۱ + \frac{۱}{۲}ب - \frac{۱}{۴}ج) = (۱ + \frac{۱}{۲}ب)^{۲} - \frac{۱}{۲}(۱ + ب)^{۲} - \frac{۱}{۴}(ب - \frac{۱}{۲}ج)^{۲}$

$+ (\frac{۱}{۲} + \frac{ب}{۴})$ اور $(۱ + لا + لا^{۲})(۱ - لا)(۱ - لا) = (۱ - لا^{۲})(۱ - لا^{۳})$

(۵) اگر م اور ن اعداد صحیح ہوں اور م > ن تو ثابت کرو کہ $\frac{ا^{م}}{ا^{ن}} = ا^{م-ن}$ اور $ا^{۰} = ۱$

(۶) ا کو $(\frac{۱}{۲}ا + \frac{۱}{۴}ب)^{۲}$ پر چار رقموں تک تقسیم کر کے ایک سلسلہ بناؤ جس کے قواعد بتدریج گھٹتے جائیں

(ج)

(۱) ثابت کرو کہ $\frac{ا^{م}}{ا^{ن}} = ا^{م-ن}$ اور جب ا = ۱۰ ب = ۵ ج = ۴ د = ۲ تو عددی قیمت

$ا^{۳} + ب^{۳} + ج^{۳} + د^{۳} - ا^{۲}ب^{۲} - ج^{۲}د^{۲}$ کی دریافت کرو

(۲) قیمتیں لکھو (۱) $(ب - \frac{۱}{۴}ج)^{۲}$ (۲) $(۱ - \frac{۱}{۲}ب + \frac{۱}{۴}ج)^{۲}$

(۳) $(ا^{۲} - ا لا + لا^{۲})(ا^{۲} + ا لا + لا^{۲})$

اور (۴) $(۱۲لا^{۳} - ۸لا^{۲}د + ۱۵لا د^{۲} - ۱۰د^{۳}) (۳لا - ۲د)$

(۱) $۴لا^{۲} - ۹(ب - ج)^{۲}$ (۲) $(ا - ب)^{۲} - ج^{۲}$ کو اجزاء ضربی میں تقسیم کرو

(۳) ثابت کرو کہ $لا^{م} - د^{م}$ ہمیشہ $لا - د$ پر بغیر باقی کی تقسیم ہوتا ہے اور بتلاؤ کہ $لا^{م} - د^{م}$ کس صورت میں $لا + د$ پر پورا تقسیم ہوتا ہے

(۴) $\frac{۱}{۲}ا - \frac{۱}{۳}ب$ اور $\frac{۱}{۲}ا - \frac{۱}{۴}ب$ اور $\frac{۱}{۳}ا - \frac{۱}{۴}ب$ و $\frac{۱}{۲}ا + \frac{۱}{۴}ب$ اور $\frac{۱}{۲}ا + \frac{۱}{۴}ب$

اور $\frac{۱}{۳}ا + \frac{۱}{۳}ب$ کو آپس میں ضرب دو

تقسیم کرو (۱) $۹۱۰۵۲۵لا^{۳} + ۹۲۲۹لا^{۲} + ۵۴۹۳ لا - ۱۱۳$ کو $۱۵لا + ۲$ پر

(۴) $(ب-ح)ا^{۳}+(ح-ا)ب^{۳}+(ا-ب)ح^{۳}$ کو $ح^{۲}-ح ا-ح ب+ا ب$ پر

(۵) مختصر کرو

(۱) $(ا لا+ب ی)^{۲}+(ا ی-ب لا)^{۲}$ کے $(ب ی-ا لا)^{۲}+۲(ا^{۲}-ب^{۲})(لا^{۲}+ی^{۲})$

(۲) $۳ا^{۳}-۵ا^{۲}ب-(۲ا-ب)^{۲}(ا-۲ب)+لا^{۳}-۲ب^{۳}$

(۶) ثابت کرو کہ $(لا^{\frac{۳}{۴}}-ا^{\frac{۳}{۴}})\div(لا^{\frac{۱}{۴}}-ا^{\frac{۱}{۴}})=لا^{\frac{۲}{۴}}+لا^{\frac{۱}{۴}}ا^{\frac{۱}{۴}}+ا^{\frac{۲}{۴}}$ + وغیرہما

جملہ $\frac{۱}{۰}=\infty$ کا طریقہ استنباط لکھو اور اوسکے معنی بیان کرو

صعود

(۴۳) صعود اوس ترکیب کا نام ہی کہ جسسے کسی مقدار کی کوئی سی قوت دریافت کرلیں ضرب کے قاعدون سے صعود کا قاعدہ بآسانی مستنبط ہوتا ہی

صعود اعداد اور مقادیر مفرد

قاعدہ اول جس قوت کا صعود کسی مقدار کا چاہو اوس مقدار کو اتنی دفعہ فی نفسہ ضرب دو کہ تعداد اجزاء ضربی کی قوت نما کی اکائیون کے برابر ہو

جیسے کہ مجذور ا کا یا $ا^{۲}=ا\times ا$

مکعب ا کا یا $ا^{۳}=ا\times ا\times ا$

مجذور ۲ کا یا $۲^{۲}=۲\times ۲$ یا ۴

مکعب ۲ کا یا $۲^{۳}=۲\times ۲\times ۲$ یا ۸

وغیرہما

قاعدہ دوم اگر مقدار کی علامت + ہو تو اوسکی سب قوتین مثبت ہونگیں اور اگر علامت − ہو تو جفت قوتون کی علامت مثبت اور طاق قوتون کی علامت منفی ہوگی

وجہ اسکی یہہ ہے کہ $-ا\times -ا=+ا^{۲}$

$-ا\times -ا\times -ا=-ا^{۳}$

$-ا\times -ا\times -ا\times -ا=+ا^{۴}$

امثلہ نمبری ۲۰

مثالیں حل کی ہوئی

مکعب $ا^{۹}$ = $(ا^{۹})^{۳}$ = $ا^{۲۷}$

پانچویں قوت $-ا^{۲}ب^{۳}$ = $(-ا^{۲}ب^{۳})^{۵}$ = $-ا^{۱۰}ب^{۱۵}$

ساتویں قوت $-\frac{لا^{۲}ء^{۳}ی^{۴}}{۲}$ = $(-\frac{لا^{۲}ء^{۳}ی^{۴}}{۲})^{۷}$ = $-\frac{لا^{۱۴}ء^{۲۱}ی^{۲۸}}{۱۲۸}$

چوتھی قوت $-۲ا^{\frac{۱}{۳}}ب^{\frac{۱}{۲}}$ = $(-۲ا^{\frac{۱}{۳}}ب^{\frac{۱}{۲}})^{۴}$ = $۱۶ا^{\frac{۴}{۳}}ب^{\frac{۴}{۲}}$

ساتویں قوت $-\frac{۳}{۲}لا^{\frac{۱}{۳}}ء^{\frac{۲}{۳}}$ = $(-\frac{۳}{۲}لا^{\frac{۱}{۳}}ء^{\frac{۲}{۳}})^{۷}$ = $-\frac{۲۱۸۷لا^{\frac{۷}{۳}}ء^{\frac{۱۴}{۳}}}{۱۲۸}$

مثالیں مشق کی واسطی

امثلہ نمبری ۲۰ قیمتیں لکھو

(۱) $(ا^{۲})^{۵}$ و $(-ا^{۳})^{۳}$ و $(اب^{۳})^{۲}$ و $(-لا^{۲}ء)^{۳}$

(۲) $(۳لا^{۲}ءی^{۲})^{۵}$ و $(-\frac{ا^{۲}ب^{۳}}{۳})^{۴}$ و $(-\frac{۳ا^{۴}ج^{۲}}{۴ب^{۲}})^{۶}$ و $(۴ا^{\frac{۳}{۲}}لا)^{۵}$

(۳) $(لا^{\frac{۱}{۲}}ء^{\frac{۱}{۲}})^{ن}$ و $(لا^{۶}ء^{-۳})^{-۱}$ و $(-\frac{لا^{\frac{۵}{۲}}ء^{\frac{۱}{۳}}}{۳})^{۱۲}$ و $(-\frac{ا^{\frac{۵}{۳}}لا}{۵ء^{۲}ب})^{۳}$

(۴) $(ا^{۲})^{۲}$ = $ا^{۲}×ا^{۲}$ = $ا^{۴}$ = $ا^{۲×۲}$

$(ا^{۲})^{۳}$ = $ا^{۲}×ا^{۲}×ا^{۲}$ = $ا^{۲×۳}$ = $ا^{۶}$

وغیرہ = وغیرہ

$(ا^{ن})^{م}$ = $ا^{ن}×ا^{ن}×ا^{ن}$ ... م اجزاء ضربی تک

= $ا^{(ن+ن+ن...م)}$

= $ا^{م ن}$

اور $(-ا^{۲})^{۲}$ = $-ا^{۲}×-ا^{۲}$ = $ا^{۴}$

$(-ا^{۲})^{۳}$ = $-ا^{۲}×-ا^{۲}×-ا^{۲}$ = $-ا^{۶}$

علیٰ ہذا القیاس $(-ا^{ن})^{م}$ = $ا^{م ن}$ اگر م جفت ہو

$(-ا^{ن})^{م}$ = $-ا^{م ن}$ اگر م طاق

(۴۵) ثابت کرو کہ $\{[(ا^م)^ن]^ع\} = ا^{م ن ع}$

بموجب اخر دفعہ $(ا^م)^ن = ا^{م ن}$

اسیواسطی $\{(ا^{م ن})^ع\} = ا^{م ن ع}$

(۴۶) جملہ ثنائی اور ثلاثی وغیرہما کا صعود بہی اسی متواتر ضرب دیتی حاصل ہو سکتا ہی لیکن ہم دفعہ ۳۰ مین بیان کرائی ہین کہ جملہ ثنائی و ثلاثی کی مجذور ان قوانین جبریہ کی یاد کرنے سے باسانی دریافت ہوجاتی ہین کہ

$$(ا + ب)^۲ = ا^۲ + ۲ا ب + ب^۲$$

$$(ا - ب)^۲ = ا^۲ - ۲ا ب + ب^۲$$

ان قوانین جبریہ سی ہر ایک مقدار کا مجذور خواہ اوس مقدار مین کتنی ہی قیمتین ہون مستنبط کر سکتی ہین

اسواسطی کہ $(ا+ب+ح)^۲ = [(ا+ب)+ح]^۲$

$$= (ا+ب)^۲ + ۲(ا+ب)ح + ح^۲$$

$$= ا^۲ + ۲اب + ب^۲ + ۲اح + ۲بح + ح^۲$$

اب $(ا+ب+ح-د)^۲ = [(ا+ب+ح)-د]^۲$

$$= (ا+ب+ح)^۲ - ۲(ا+ب+ح)د + د^۲$$

ا+ب+ح کو ایک رقم اور د کو دوسری رقم خیال کیا ہے

$$= ا^۲+۲اب+ب^۲+۲اح+۲بح+ح^۲-۲اد-۲بد-۲حد+د^۲$$

بالعموم یہہ ہی کہ مجذور کسی جملہ کثیر الارقام کا = تمام ارقام کی مجذوروں کے مجموعہ مع ہر ایک دو دو رقموں کے حاصل ضرب کے

امثلہ نمبر ۲۱

امثلہ حل شدہ

مثال ۱ $(۱+۲لا+۳لا^۲)^۲ = ۱^۲+(۲لا)^۲+(۳لا^۲)^۲+۲×۱×۲لا+۲×۱×۳لا^۲+۲×۲لا×۳لا^۲$

= ۱ + ۴ لا^۲ + ۹ لا^۴ + ۴ لا + ۶ لا^۲ + ۱۲ لا^۳

= ۱ + ۴ لا + ۱۰ لا^۲ + ۱۲ لا^۳ + ۹ لا^۴

مثال ۲ (ا^۳ − ۳ ا^۲ ب + ۳ ا ب^۲ − ب^۳)^۲

= (ا^۳)^۲ + (−۳ ا^۲ ب)^۲ + (۳ ا ب^۲)^۲ + (− ب^۳)^۲ + ۲ ا^۳ × −۳ ا^۲ ب + ۲ ا^۳ × ۳ ا ب^۲ + ۲ ا^۳ × (− ب^۳)

+ ۲ × −۳ ا^۲ ب + ۳ ا ب^۲ + ۲ × −۳ ا^۲ ب × − ب^۳

+ ۲ × ۳ ا ب^۲ × − ب^۳

= ا^۶ + ۹ ا^۴ ب^۲ + ۹ ا^۲ ب^۴ + ب^۶

− ۶ ا^۵ ب + ۶ ا^۴ ب^۲ − ۲ ا^۳ ب^۳

− ۱۸ ا^۳ ب^۳ + ۶ ا^۲ ب^۴

= ا^۶ − ۶ ا^۵ ب + ۱۵ ا^۴ ب^۲ − ۲۰ ا^۳ ب^۳ + ۱۵ ا^۲ ب^۴ − ۶ ا ب^۵ + ب^۶

مثال ۳ (√(لا + ۲) − √(لا − ۳))^۲ = [(لا + ۲)^(۱/۲) − (لا − ۳)^(۱/۲)]^۲

= {(لا + ۲)^(۱/۲)}^۲ + {(لا − ۳)^(۱/۲)}^۲ − ۲ (لا + ۲)^(۱/۲) (لا − ۳)^(۱/۲)

= لا + ۲ + لا − ۳ − ۲ {(لا + ۲) (لا − ۳)}^(۱/۲)

= ۲ لا − ۱ − ۲ √(لا^۲ − لا − ۶)

مثال ۴ (√(ا^۲ − لا^۲) + √(ب^۲ + لا^۲))^۲

= [(ا^۲ − لا^۲)^(۱/۲)]^۲ + [(ب^۲ + لا^۲)^(۱/۲)]^۲ + ۲ (ا^۲ − لا^۲)^(۱/۲) (ب^۲ + لا^۲)^(۱/۲)

= ا^۲ − لا^۲ + ب^۲ + لا^۲ + ۲ (ا^۲ ب^۲ + ا^۲ لا^۲ − ب^۲ لا^۲ − لا^۴)^(۱/۲)

= ا^۲ + ب^۲ + ۲ √(ا^۲ ب^۲ − ب^۲ لا^۲ + ا^۲ لا^۲ − لا^۴)

امثلہ مشق

امثلہ نمبر ۱۲ ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کی قیمت لکھو

(۱) (۱۲ + ۲ ب)^۲ ، (۳ ج − ا)^۲ ، (ا لا − ی)^۲ ، (۲ م ن ع − ق)^۲

(۲) $(لا/۳ - ۲/۳)^۲$ و $(۳لا/۲ - لا/۳)^۲$ و $(لا/۲ - ۲/لا)^۲$ و $(لا/۲ + ۲/۳لا)^۲$

(۳) $(۳لا/۲ - ۲/۳لا)^۲$ و $(ی/لا - لا/ی)^۲$ و $(الا - ۲ب + ۳ج ی)^۲$

(۴) $(۱ + ۲لا - ۳لا^۲)^۲$ و $(ا + ب/۲ - د)^۲$ و $(۷لا^۲ - ۱۲لا + ۵)^۲$

(۵) $(۲لا^۳ - ۱۰لا^۲ + ۱۸لا)^۲$ و $(۱/لا^۲ - ۱/لا + ۱/۳ + لا/۳)^۲$ و $(ی^۲لا + ی لا + ۱)^۲$

(۶) $(ا + ب لا + ج لا^۲ + د لا^۳)^۲$ و $(ا^۴ - ۴ا^۳ب + ۴اب^۳ - ب^۴)^۲$

(۷) $(م لا - م ا + لا)^۲$ و $(ا + لا - م ۲الا + لا^۲)^۲$ و $(م لا + ی + م لا - ی)^۲$

(۸) $(م لا/ی + م ی/لا)^۲$ و $(م لا + ۲ + م ۱۲لا - لا)^۲$ و $(م لا + م لا - م لا - م لا)^۲$

(۴۷) $(ا + ب)(ا + ب)(ا + ب) = ا^۳ + ۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳$

$= ا^۳ + ب^۳ + ۳اب(ا + ب)$

$(ا - ب)(ا - ب)(ا - ب) = ا^۳ - ۳ا^۲ب + ۳اب^۲ - ب^۳$

$= ا^۳ - ب^۳ - ۳اب(ا - ب)$

اسی معلوم ہوتا ہی کہ کسی جملہ ثنائی ا + ب کا مکعب اس ترکیب سی معلوم ہوتا ہی کہ ا اور ب کے مکعبوں کو جمع کریں اور حاصل جمع پر سہ چند حاصل ضرب (ا) اور (ب) کے اور اونکی مجموعہ کا زیادہ کیا جاے اور مکعب کسی جملہ ثنائی ا − ب کا اسطرح سی معلوم ہوتا ہے کہ ا اور ب کے مکعبوں کی حاصل تفریق میں سی سہ چند حاصل ضرب ا اور ب اور انکی حاصل تفریق کا تفریق کیا جاے

امثلہ نمبری ۲۲

امثلہ حل شدہ

مثال $(لا + ۲)^۳ = لا^۳ + ۲^۳ + ۳ \times لا \times ۲ (لا + ۲)$

$= لا^۳ + ۸ + ۶لا^۲ (لا + ۲)$

$= لا^۳ + ۸ + ۶لا^۲ + ۱۲لا$

$= لا^۳ + ۶لا^۲ + ۱۲لا + ۸$

مثال ۲ $(\text{لا} - ۳)^۳ = \text{لا}^۳ - ۳^۳ - ۳ \times \text{لا} \times ۳\,(\text{لا} - ۳)$

$= \text{لا}^۳ - ۲۷ - ۹\,\text{لا}\,(\text{لا} - ۳)$

$= \text{لا}^۳ - ۲۷ - ۹\,\text{لا}^۲ + ۲۷\,\text{لا}$

$= \text{لا}^۳ - ۹\,\text{لا}^۲ + ۲۷\,\text{لا} - ۲۷$

مثال ۳ $(\text{ب لا}^۲ - \text{ا د}^۲)^۳ = (\text{ب لا}^۲)^۳ - (\text{ا د}^۲)^۳ - ۳\,\text{ب لا}^۲ \times \text{ا د}^۲\,(\text{ب لا}^۲ - \text{ا د}^۲)$

$= \text{ب}^۳\,\text{لا}^۶ - \text{ا}^۳\,\text{د}^۶ - ۳\,\text{ب}^۲\,\text{ا}\,\text{لا}^۴\,\text{د}^۲ + ۳\,\text{ا}^۲\,\text{ب}\,\text{لا}^۲\,\text{د}^۴$

$= \text{ب}^۳\,\text{لا}^۶ - ۳\,\text{ب}^۲\,\text{ا}\,\text{لا}^۴\,\text{د}^۲ + ۳\,\text{ا}^۲\,\text{ب}\,\text{لا}^۲\,\text{د}^۴ - \text{ا}^۳\,\text{د}^۶$

مثال ۴ $(\text{لا}^{-۱} - \text{د}^{-۱})^۳ = (\text{لا}^{-۱})^۳ - (\text{د}^{-۱})^۳ - ۳\,\text{لا}^{-۱}\,\text{د}^{-۱}\,(\text{لا}^{-۱} - \text{د}^{-۱})$

$= \text{لا}^{-۳} - \text{د}^{-۳} - ۳\,\text{لا}^{-۲}\,\text{د}^{-۱} + ۳\,\text{لا}^{-۱}\,\text{د}^{-۲}$

$= \text{لا}^{-۳} - ۳\,\text{لا}^{-۲}\,\text{د}^{-۱} + ۳\,\text{لا}^{-۱}\,\text{د}^{-۲} - \text{د}^{-۳}$

مثال ۵ $(\text{لا}^{۱\frac{۱}{۲}} + ۲\,\text{لا}^{۱\frac{۱}{۳}})^۳ = (\text{لا}^{\frac{۳}{۲}} + ۲\,\text{لا}^{\frac{۴}{۳}})^۳$

$= (\text{لا}^{\frac{۳}{۲}})^۳ + (۲\,\text{لا}^{\frac{۴}{۳}})^۳ + ۳\,\text{لا}^{\frac{۳}{۲}} \times ۲\,\text{لا}^{\frac{۴}{۳}}\,(\text{لا}^{\frac{۳}{۲}} + ۲\,\text{لا}^{\frac{۴}{۳}})$

$= \text{لا}^{\frac{۹}{۲}} + ۸\,\text{لا}^۴ + ۶\,\text{لا}^{\frac{۱۳}{۳}} + ۱۲\,\text{لا}^{\frac{۲۵}{۶}}$

$= \text{لا}^{\frac{۹}{۲}} + ۶\,\text{لا}^{\frac{۱۳}{۳}} + ۱۲\,\text{لا}^{\frac{۲۵}{۶}} + ۸\,\text{لا}^۴$

امثلہ نمبری ۲۲ مشق کے واسطے

پھیلاؤ

(۱) $(\text{لا} + ۶)^۳$ و $(\text{لا} - ۴)^۳$ و $(۲\,\text{لا} + ۱)^۳$ و $(۲\,\text{د}^۲ - ۳\,\text{ی}^۲)^۳$

(۲) $(\text{ا}^۲ + \text{لا}^۲)^۳$ و $(۸\,\text{لا}^۲ - ۱۱)^۳$ و $(۲\,\text{ا}\,\text{لا} - \text{لا}^۲)^۳$ و $(۳\,\text{ا}^۲ - ۲\,\text{ب}^۳)^۳$

(۳) $(\frac{\text{لا}}{\text{ا}} - \frac{\text{ا}}{\text{لا}})^۳$ و $(\frac{۱}{\text{ا}^۲} + \frac{۳}{\text{لا}^۲})^۳$ و $(\text{ا}^{\frac{۱}{۲}} - \text{ب}^{\frac{۱}{۲}})^۳$ و $(\text{ا}^۲ + ۲\,\text{ا}\,\text{لا} - \text{لا}^۲)^۳$

(۴۸) جسطرح مجذور کرنی کا طریقہ ا + ب + ح اور ا + ب + ح − د کا استنباط کیا تھا

اوسیطرح اونکی مکعب کرنی کا طریقہ بہی مستنبط ہو سکتا ہے

$$(ا+ب+ح)^{٣} = [(ا+ب)+ح]^{٣} = (ا+ب)^{٣} + ح^{٣} + ٣(ا+ب)ح[(ا+ب)+ح]$$

$$= ا^{٣} + ٣ا^{٢}ب + ٣اب^{٢} + ب^{٣} + ح^{٣} + ٣[(ا+ب)^{٢}ح + (ا+ب)ح^{٢}]$$

$$= ا^{٣} + ٣ا^{٢}ب + ٣اب^{٢} + ب^{٣} + ح^{٣} + ٣ا^{٢}ح + ٦ابح + ٣ب^{٢}ح + ٣اح^{٢} + ٣بح^{٢}$$

امثلہ نمبری ٢٣

مثالین حل کی ہوئی

(١) $(١-٢لا+٣لا^{٢})^{٣} = [(١-٢لا)+٣لا^{٢}]^{٣}$

$$= (١-٢لا)^{٣} + (٣لا^{٢})^{٣} + ٣(١-٢لا)٣لا^{٢}(١-٢لا+٣لا^{٢})$$

$$= ١-(٢لا)^{٣} - ٣×٢لا(١-٢لا) + ٢٧لا^{٦} + ٩لا^{٢}[(١-٢لا)^{٢} + ٣لا^{٢}(١-٢لا)]$$

$$= ١-٨لا^{٣}-٦لا+١٢لا^{٢}+٢٧لا^{٦}+٩لا^{٢}(١-٤لا+٤لا^{٢}+٣لا^{٢}-٦لا^{٣})$$

$$= ١-٦لا+٢١لا^{٢}-٤٤لا^{٣}+٦٣لا^{٤}-٥٤لا^{٥}+٢٧لا^{٦}$$

(٢) $(ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}}-ح^{\frac{١}{٢}})^{٣} = [(ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}})-ح^{\frac{١}{٢}}]^{٣}$

$$= (ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}})^{٣} - (ح^{\frac{١}{٢}})^{٣} - ٣(ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}})ح^{\frac{١}{٢}}(ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}}-ح^{\frac{١}{٢}})$$

$$= ا^{\frac{٣}{٢}}+ب^{\frac{٣}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ب^{\frac{١}{٢}}(ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}})-ح^{\frac{٣}{٢}}-(٣ا^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}}+٣ب^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}})(ا^{\frac{١}{٢}}+ب^{\frac{١}{٢}}-ح^{\frac{١}{٢}})$$

$$= ا^{\frac{٣}{٢}}+ب^{\frac{٣}{٢}}+٣ا ب^{\frac{١}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ب-ح^{\frac{٣}{٢}}-(٣اح^{\frac{١}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ب^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}}-٣ا^{\frac{١}{٢}}ح+٣ا^{\frac{١}{٢}}ب^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}}+٣بح^{\frac{١}{٢}}-٣ب^{\frac{١}{٢}}ح)$$

$$= ا^{\frac{٣}{٢}}+ب^{\frac{٣}{٢}}+٣ا ب^{\frac{١}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ب-ح^{\frac{٣}{٢}}-٣اح^{\frac{١}{٢}}-٣ا^{\frac{١}{٢}}ب^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ح-٣ا^{\frac{١}{٢}}ب^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}}-٣بح^{\frac{١}{٢}}+٣ب^{\frac{١}{٢}}ح$$

$$= ا^{\frac{٣}{٢}}+ب^{\frac{٣}{٢}}-ح^{\frac{٣}{٢}}+٣ا ب^{\frac{١}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ب-٣اح^{\frac{١}{٢}}+٣ا^{\frac{١}{٢}}ح-٣بح^{\frac{١}{٢}}+٣ب^{\frac{١}{٢}}ح-٦ا^{\frac{١}{٢}}ب^{\frac{١}{٢}}ح^{\frac{١}{٢}}$$

امثلہ نمبر ٢٣

مثالیں مشق کی واسطے

(۱) (۱ + لا + لا^{2})^{3} و (۱ − لا + لا^{2})^{3} و (ا − ب + ۲ح)^{3}

(۲) (ا + ب لا + ح لا^{2})^{3} و (لا^{3} − لا^{2} + لا)^{3} و (ب + ح − ا)^{3}

(۳) (لا^{2} − ۴لا + ۲)^{3} و (لا + ۱ − ۱/لا)^{3} و (۲لا/۳ی − ۵ + ۳ی/۴لا)^{3}

(۴) (ا − ۲ا$^{1/3}$ ب$^{1/3}$ + ب$^{2/3}$)^{3} و (۳لا$^{1/3}$ + ۲لا$^{1/4}$ + ۱)^{3} و (ا$^{1/2}$ لا$^{1/2}$ + ۱ + ا$^{-1/2}$ لا$^{-1/2}$)^{3}

امثلہ نمبری ۲۴

امثلہ متفرقہ

قیمتیں دریافت کرو

(۱) (لا + ی)^{3} − (لا − ی)^{3} − ۶لا^{2}ی

(۲) (لا + ۱)^{3} + (لا + ۲)^{3} + (لا + ۳)^{3} + ۳۶

(۳) (لا + ۳)^{3} − ۳(لا + ۲)^{3} + ۳(لا + ۱)^{3} − لا^{3}

(۴) (ا^{3} + ب^{3} + ر^{3}) (ب^{3} + د^{3} + س^{3}) − (ا^{2}ب + ح^{2}د + ر^{2}س) (اب^{2} + ح د^{2} + ر س^{2})

(۵) (ا + ب + ح)^{3} − (ا + ح − ب)^{3} − (ا + ب − ح)^{3} − (ب + ح − ا)^{3}

(۶) $\sqrt[3]{\text{لا} - \text{ی}}$ + $\sqrt[3]{\text{لا} + \text{ی}}$ + ۳ [$\sqrt[2]{\text{لا} - \text{ی}}$ (لا + ی) + $\sqrt[2]{\text{لا} + \text{ی}}$ (لا − ی)]

(۷) (ا^{2} − اب + ب^{2}) (ا + ب) − (ا − ب)^{3} + (۳ا^{2} − ۲ب^{2}) ب

(۲) ایندہ جملون کا اختصار کرو

(۱) (ا + ب + ح) (ا + ب − ح) (ب + ح − ا) (ا + ح − ب)

اور ح^{2} = ا^{2} + ب^{2} کی ہو تو اوسکی قیمت کیا ہوگی

اگر ح = ا$\sqrt{\text{ا} - \text{ب}^{2}}$ + ب$\sqrt{\text{ا} - \text{ا}^{2}}$ تو ثابت کرو کہ اوسکی قیمت ۴ا^{2}ب^{2}ح^{2} ہوگی

(۲) (ا + ب − ح)^{2} (ا − ب + ح) + (ا + ب + ح) (ا + ب − ح) (ب + ح − ا)

(۳) (لا^{2} + ی^{2} + ی^{2})^{2} − (لا + ی + ی) (لا + ی − ی) (لا − ی + ی) (ی + ی − لا)

(۲) (ا+۲ب+۳ح)^2 (ا-۲ب+۳ح) - (ا+۲ب+۳ح) (ا-۲ب-۳ح) (ا+۲ب-۳ح)

(۳) ثابت کرو کہ (لا+د+ی)^3 - (لا^3+د^3+ی^3) = ۳ (د+ی) (ی+لا) (لا+د)

اور اس مسئلہ کو الفاظ مین بھی بیان کرو

(۴) (ا+ب)^3 کو ا-ب مین اور (ا-ب)^3 کو ا+ب مین ضرب دو اور

ماحصل کا حاصل تفریق بتاؤ

(۵) قیمت (ا+ب+ح+د) (ا+د-ب-ح) - (ا+ح-ب-د) (ا+ب-ح-د)

کی اوس صورت مین دریافت کرو کہ ا د = ب ح

(۴۹) دفعہ ۴۶ و ۴۷ مین جو اعمال بیان ہوئی ہین اونکو وسعت دیکر جملہ ثنائی کی دوسرے تیسری قوت سی زیادہ قوتین دریافت کرسکتی ہین لیکن ایک ضابطہ جملہ ثنائی کا ہی اوسکی یاد کرنے سے سب قوتین جملہ ثنائی کی آسانی سی نکال سکتی ہین بشرطیکہ ن مثبت صحیح عدد ہو ضابطہ جملہ ثنائی سی ثابت ہوتا ہی کہ

(ا+ب)^ن = ا^ن + ن ا$^{ن-۱}$ ب + $\frac{ن(ن-۱)}{۲}$ ا$^{ن-۲}$ ب^2 + ن . $\frac{ن-۱}{۲}$. $\frac{ن-۲}{۳}$ ا$^{ن-۳}$ ب^3 وغیرہا

+ ن $\frac{ن-۱}{۲}$ ا^2 ب$^{ن-۲}$ + ن $\frac{ن-۱}{۲}$ ا ب$^{ن-۱}$ + ب^ن

اور (ا-ب)^ن = ا^ن - ن ا$^{ن-۱}$ ب + ن $\frac{ن-۱}{۲}$ ا$^{ن-۲}$ ب^2 - وغیرہا

± ن $\frac{ن-۱}{۲}$ ا^2 ب$^{ن-۲}$ ∓ ن ا ب$^{ن-۱}$ ± ب^ن

علامتین + اور - کی نوبت بہ نوبت آتی ہین

تعداد ارقام کی صورت منفصلہ مین ن+۱ ہی خواہ ن صحیح عدد کچھہ ہی ہو

طریقہ استعمال اس ضابطہ کا مثالون سی خوب واضح ہوگا

امثلہ نمبری ۲۵

مثالین حل کی ہوئی

مثال ا+ب کی چھٹی قوت دریافت کرو

یہاں ن = ۶

$\therefore$ $ا^{ن} = ا^{۶}$

$ن\, ا^{ن-۱}\, ب = ۶\, ا^{۵}\, ب$

$ن.\frac{ن-۱}{۲}\, ا^{ن-۲}\, ب^{۲} = \frac{۶\times۵}{۲}\, ا^{۴}\, ب^{۲} = ۱۵\, ا^{۴}\, ب^{۲}$

$ن.\frac{ن-۱}{۲}.\frac{ن-۲}{۳}\, ا^{ن-۳}\, ب^{۳} = \frac{۶\times۵\times۴}{۳\times۲}\, ا^{۳}\, ب^{۳} = ۲۰\, ا^{۳}\, ب^{۳}$

$ن.\frac{ن-۱}{۲}.\frac{ن-۲}{۳}.\frac{ن-۳}{۴}\, ا^{ن-۴}\, ب^{۴} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳}{۴\times۳\times۲}\, ا^{۲}\, ب^{۴} = ۱۵\, ا^{۲}\, ب^{۴}$

$ن.\frac{ن-۱}{۲}.\frac{ن-۲}{۳}.\frac{ن-۳}{۴}.\frac{ن-۴}{۵}\, ا^{ن-۵}\, ب^{۵} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳\times۲}{۵\times۴\times۳\times۲}\, ا\, ب^{۵} = ۶\, ا\, ب^{۵}$

$ن.\frac{ن-۱}{۲}.\frac{ن-۲}{۳}.\frac{ن-۳}{۴}.\frac{ن-۴}{۵}.\frac{ن-۵}{۶}\, ا^{ن-۶}\, ب^{۶} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱}{۶\times۵\times۴\times۳\times۲}\, ا^{۰}\, ب^{۶} = ب^{۶}$

آگے سب ارقام جزضربی صفر ہوگا اور اسیواسطی = ۰ کے ہوگا

$\therefore (ا+ب)^{۶} = ا^{۶} + ۶ا^{۵}ب + ۱۵ا^{۴}ب^{۲} + ۲۰ا^{۳}ب^{۳} + ۱۵ا^{۲}ب^{۴} + ۶اب^{۵} + ب^{۶}$

مثال ۲ $(لا^{۲} + ۳ی^{۲})^{۴}$ کے صورت مفصلہ لکھو

یہاں $ا = لا^{۲}$ اور $ب = ۳ی^{۲}$ اور $ن = ۴$

$\therefore (لا^{۲}+۳ی^{۲})^{۴} = (لا^{۲})^{۴} + ۴(لا^{۲})^{۴-۱} \times ۳ی^{۲} + \frac{۴(۴-۱)}{۲\times۱}(لا^{۲})^{۴-۲}(۳ی^{۲})^{۲}$

$+ \frac{۴(۴-۱)(۴-۲)}{۳\times۲\times۱}(لا^{۲})^{۴-۳}(۳ی^{۲})^{۳}$

$+ \frac{۴(۴-۱)(۴-۲)(۴-۳)}{۴\times۳\times۲\times۱}(لا^{۲})^{۴-۴}(۳ی^{۲})^{۴}$

$= لا^{۸} + ۴لا^{۶}\times۳ی^{۲} + ۶لا^{۴}\times۹ی^{۴} + ۴لا^{۲}\times۲۷ی^{۶} + ۸۱ی^{۸}$

مثال ۳ $۳لا - ۲ا$ کی پانچویں قوت دریافت کرو

$ن = ۵$ اور $ا = ۳لا$ اور $ب = ۲ا$

تو بموجب قانون جبریہ (۲) کے

$(۳لا - ۲ا)^{۵} = (۳لا)^{۵} - ۵(۳لا)^{۵-۱} \times ۲ا + \frac{۵(۵-۱)}{۲\times۱}(۳لا)^{۵-۲}(۲ا)^{۲}$

$- \frac{۵(۵-۱)(۵-۲)}{۳\times۲\times۱}(۳لا)^{۵-۳}(۲ا)^{۳}$

$$+\frac{۵(۵-۱)(۵-۲)(۵-۳)}{۴\times۳\times۲\times۱}(\text{۳لا})^{۵-۴}(\text{۲ا})^{۴}$$

$$-\frac{۵(۵-۱)(۵-۲)(۵-۳)(۵-۴)}{۵\times۴\times۳\times۲\times۱}(\text{۳لا})^{۵-۵}(\text{۲ا})^{۵}$$

$$=\text{۲۴۳لا}^{۵}-\text{۸۱۰لا}^{۴}\text{ا}+\text{۱۰۸۰لا}^{۳}\text{ا}^{۲}-\text{۷۲۰لا}^{۲}\text{ا}^{۳}+\text{۲۴۰لاا}^{۴}-\text{۳۲ا}^{۵}$$

امثلہ نمبری ۲۵ مثالیں مشق کی

(۱) ان جملون کو پھیلاؤ

(۱) $(\text{ا}-\text{ب})^{۴}$ و $(\text{۱}+\text{لا})^{۵}$ و $(\text{۲}-\text{۳لا})^{۴}$ و $(\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲})^{۵}$

(۲) $(\text{ا}^{۲}-\text{بلا})^{۶}$ و $(\text{۱}+\text{۲لا})^{۷}$ و $(\text{۱}-\text{لا}^{۲})^{۷}$ و $(\text{۲ا}+\text{۳لا})^{۷}$

(۳) $(\text{ا}^{\frac{۱}{۲}}-\text{لا}^{\frac{۱}{۲}})^{۴}$ و $(\text{۵ا}^{۲}\text{ب}^{۲}\text{ج}-\text{۴اح}^{۲})^{۴}$ و $(\text{ا}^{\frac{۱}{۳}}+\text{لا}^{\frac{۱}{۳}})^{۵}$ و $(\text{ا}^{-۱}-\text{د}^{-۱})^{۵}$

(۴) $(\text{ا}^{۲}-\frac{۲}{۳}\text{لا}^{۲})^{۴}$ و $(\frac{\text{لا}^{۲}}{۲}+\frac{\text{۲}}{\text{۳}})^{۵}$ و $(\frac{\text{۳}}{\text{۲}}-\frac{\text{۱۲}}{\text{لا}})^{۴}$ و $(\text{ا}^{۳}+\text{لا}^{۶})^{۹}$

(۲) $\text{ب}^{۳}$ کے امثال صورت مفصلہ $(\text{ا}-\text{ب})^{۶}$ کے اور $\text{لا}^{۱}$ کے امثال $(\text{۳ا}^{۲}-\text{۷لا}^{۳})^{۹}$ کے دریافت کرو

(۳) $\text{لا}^{۵}$ کے امثال صورت مفصلہ $(\text{۱}+\text{۲لا}-\text{لا}^{۲})^{۵}$ میں اور $\text{لا}^{۴}$ کے $(\text{۱}-\text{الا}+\text{بلا}^{۲})^{۴}$ کی صورت مفصلہ میں معلوم کرو

نزول

(۵۰) نزول صعود کا عکس ہی اوسی مقدار معلوم کا نزول کسی مرتبہ کا معلوم ہو جاتا ہے

نزول مقدار مفرد کا

مفرد مقدار معلوم کی قوت نمایون کو اوس عدد مین ضرب دینی سی جو صعود کی قوت کو تعبیر کرتا ہی
جسطرح صعود مقادیر مفرد کا معلوم ہوتا تہا اوسیطرح مقادیر مفرد کا نزول معلوم ہوتا ہے
کہ مقدار معلوم کی قوت نمایون کو اوس صحیح عدد پر تقسیم کرین جو نزول کے مرتبہ کو تعبیر کرتا ہو
جب کسی مقدار کا کسی مرتبہ کا نزول دریافت کرنا ہو تو ہم کو وہ مقدار دریافت کرنی چاہیے
کہ جسکو فی نفسہ اوتنی دفعہ ضرب دین کہ تعداد اجزاء ضربی کی برابر اوس عدد کی اکائیون
کے ہو جو نزول کو تعبیر کرتا ہی تو ایک مقدار برابر اوس مقدار معلوم کی حاصل ہو جسکا نزول

نکالنا منظور ہی اور ہی دریافت کرنے کی واسطی عام قاعدہ یہہ ہے

قاعدہ اگر کوئی مثال عددی ہو تو اوسکا نزول اوس مرتبہ کا نکالو اور اوسکو عددی حصے بناؤ اور حرف یا حروف کی قوت نمایوں کو اوس صحیح عدد پر تقسیم کرو جو نزول کی مرتبہ کو تعبیر کرتا ہو

مثال چونکہ $64 = 8 \times 8$ اسواسطی جذر ٦٤ کا ٨ ہے یعنی $\sqrt{64} = 8$

اور $4 لا^2 ی^2 = 2 لا ی \times 2 لا ی$

اسیواسطی جذر $4 لا^2 ی^2$ کا $= 2 لا ی$ یعنی $\sqrt{4 لا^2 ی^2} = 2 لا ی$

اور $ا^3 = ا \times ا \times ا$

اسیواسطے جذر الکعب $ا^3 = ا$ یعنی $\sqrt[3]{ا^3} = ا$

اور $\frac{16 ا^8 ب^4}{ح^4} = \frac{2 ا^2 ب}{ح} \times \frac{2 ا^2 ب}{ح} \times \frac{2 ا^2 ب}{ح} \times \frac{2 ا^2 ب}{ح}$

اسیواسطے چوتھی مرتبہ کا نزول $\frac{16 ا^8 ب^4}{ح^4}$ کا $= \frac{2 ا^2 ب}{ح}$ یعنی $\sqrt[4]{\left(\frac{16 ا^8 ب^4}{ح^4}\right)} = \frac{2 ا^2 ب}{ح}$

اور $ا^{\frac{1}{2}} ب^{\frac{3}{4}} ح^3 = ا^{\frac{1}{6}} ب^{\frac{1}{4}} ح \times ا^{\frac{1}{6}} ب^{\frac{1}{4}} ح \times ا^{\frac{1}{6}} ب^{\frac{1}{4}} ح$

اسیواسطی جذر الکعب $ا^{\frac{1}{2}} ب^{\frac{3}{4}} ح^3 = ا^{\frac{1}{6}} ب^{\frac{1}{4}} ح$ یعنی $\sqrt[3]{ا^{\frac{1}{2}} ب^{\frac{3}{4}} ح^3} = ا^{\frac{1}{6}} ب^{\frac{1}{4}} ح$

اور $ا^8 ب^2 ح^{\frac{1}{4}} = ا^2 ب^{\frac{1}{2}} ح^{\frac{1}{16}} \times ا^2 ب^{\frac{1}{2}} ح^{\frac{1}{16}} \times ا^2 ب^{\frac{1}{2}} ح^{\frac{1}{16}} \times ا^2 ب^{\frac{1}{2}} ح^{\frac{1}{16}}$

اسیواسطی چوتھی مرتبہ کا نزول $ا^8 ب^2 ح^{\frac{1}{4}}$ کا $= ا^2 ب^{\frac{1}{2}} ح^{\frac{1}{16}}$ یعنی $\sqrt[4]{ا^8 ب^2 ح^{\frac{1}{4}}} = ا^2 ب^{\frac{1}{2}} ح^{\frac{1}{16}}$

اور $ا^{3م} ب^{ن} ح^{\frac{1}{ن}} = ا^م ب^{\frac{ن}{3}} ح^{\frac{1}{3ن}} \times ا^م ب^{\frac{ن}{3}} ح^{\frac{1}{3ن}} \times ا^م ب^{\frac{ن}{3}} ح^{\frac{1}{3ن}}$

اسیواسطے جذر الکعب $ا^{3م} ب^{ن} ح^{\frac{1}{ن}} = ا^م ب^{\frac{ن}{3}} ح^{\frac{1}{3ن}}$ یعنی $\sqrt[3]{ا^{3م} ب^{ن} ح^{\frac{1}{ن}}} = ا^م ب^{\frac{ن}{3}} ح^{\frac{1}{3ن}}$

انتباہ اول مقدار مثبت کا نزول جفت مرتبہ کا مثبت یا منفی ہوتا ہی مثلاً جذر $ا^2$ کا $+ا$ یا $-ا$ ہی کیونکہ $(+ا) \times (+ا)$ سی $+ا^2$ حاصل ہوتا ہی اور $(-ا) \times (-ا)$ سی بہی $+ا^2$ حاصل ہوتا ہی اور طاق مرتبہ کا نزول مثبت مقدار کا مثبت اور منفی مقدار کا منفی ہوتا ہی کیونکہ $(+ا) \times (+ا) \times (+ا) = +ا^3$ اور $(-ا) \times (-ا) \times (-ا) = -ا^3$

انتباہ دوم کسی مقدار منفی کا جفت مرتبہ کا نزول نہیں مقرر ہو سکتا مثلاً $-ا^2$ کا

جذر نہیں نکل سکتا اسلئی کہ کوئی اصلی مقدار مثبت یا منفی ایسی نہیں ہو سکتی کہ اوسکو فی نفسہ ضرب دین تو -ا۲ حاصل ہو اسیواسطی مقادیر منفیہ کا جفت مرتبہ کا نزول مقادیر ناممکن یا تخیلی کہلاتی ہین اور ہم علامت جذر لکہکر تعبیر کرتی ہین -ا۲ کا جذر اسطرح لکہا جاتا ہی کہ ما -ا۲ یا ا ما (-۱)

انتباہ سوم کسی مقدار کی طاق مرتبہ کی نزول کی وہی علامت ہوتی ہی جو اوس خود مقدار کی علامت ہوتی ہے چونکہ -ا × -ا × -ا = -ا۳ اسیواسطے ما (-ا۳) = -ا

انتباہ چہارم جو مقدار ایسی ہو کہ اوسکی اجزا ضربی ایک طرح کی اتنی نہ ہو سکین جنکی تعداد مراتب نزول کی تعداد کی برابر ہو یا یہہ کہو کہ وہ مقدار ایک کامل قوت نہ رکہتی ہو تو اوسکا نزول پورا پورا نہین نکال سکتی تو اوس مقدار کو مع اوسکی علامت کی مقدار اصم کہتی ہین دفعہ ۱۹ دیکہو ما۵ ۳ و ما ا۲ و ما۳ ۳ ب۲ کو مقادیر اصم کہتی ہین اور اونکو مقادیر غیر ناطق یا غیر منطق بہی کہتی ہین اور بالعکس اسکی جن مقادیر کا نزول پورا پورا نکل آتا ہی اونکو مقادیر منطق یا ناطق کہتی ہین

مثالین نمبری ۲۶

(۱) جذر دریافت کرو

(۱) لا۲ ی۲ و ۱۶ ا۲ ب۲ ج۲ و ۸۱ ا۴ ب۴ و ۶۲۵ لا۸ ی۱۰

(۲) ۳۶ لا۴ ی۸ ی۱۰ و ۱۴۴ ا۶ م۲ ب۲ ن۸ ق۴ و ۹ ا۲ م۲ - ج۲ و لا ی

(۳) ا۲ ب۴ / ۴ ی۲ و ۲۵ ا۲ س۲ ج۲ / ۳۶ لا۴ ی۲ و ۱۶۹ ا۱۸ ب۱۲ / ۲۵۶ ج۱۲ و ۱۶ ا۲ ب۴

(۴) ۱۶۲ لا۲ س / ۹ و ۸۱ ا۴ ن۴ - ۲ ی۴ د۴ / ۴ ج۴ ع۴ و لا۱ ی۱ و ۳ ا۲ ب۶ ی۵

(۵) ۹۹ / ۱۶ و ۴ ا س / ۲۵ و ۵ ا۲ ب۳ و ۸ ا۳ / ۴ و ۳۶ لا۲ ی ن۲ / ۴۹

(۶) ۱۶ ا س۲ ج۲ / ۲۸۹ لا۲ ی۲ و ۵ لا۲ ی ن۲ / ۵ لا۲ ی۲ و ا ل ر۲ / ۱۴ ج۲ ر ی۲

(۲) قیمتین دریافت کرو

(۱) $\sqrt[3]{ا^۳ ب^۶ ج^۹}$ و $\sqrt[3]{-۶۴ ا^۳ لا^۶}$ و $\sqrt[3]{لا^{۳م} ی^ن}$ و $\sqrt[3]{لا ی^۱}$

(۲) $\sqrt[3]{\frac{۱۲۵ ا^۶ لا^{۱۲}}{لا^{۳} ی^{۱۵}}}$ و $\sqrt[3]{\frac{لا^{۳م}}{ی^{م}}}$ و $\sqrt[4]{\left(\frac{۱۶ ا^۸ ی^۴}{۲۵۶ لا^{۱۲}}\right)}$ و $\sqrt[5]{\frac{لا}{ی^۲}}$

(۳) $\sqrt[3]{-\frac{۲۷ ا^۶ لا^{۱۵}}{۳۴۳ ا^{۱۲} ج^۳}}$ و $\sqrt[5]{\frac{۳۲ ا^۵ ب^{۱۵}}{ج^{۴۵}}}$ و $\sqrt[3]{(۷۲۹ ا^{۳۵} لا^{\frac{۱}{۱۲}})}$

(۴) $\sqrt[3]{\left(\frac{۸ لا^{\frac{۳}{۲}} ی^{\frac{۳}{۲}}}{ی^{\frac{۳}{۲}}}\right)}$ و $\sqrt[4]{\left(\frac{ا^{۴م+ن} ب^{۴م+ن}}{۶۴}\right)}$ و $\sqrt[ن]{(ا^{ن} لا^{ن} ع^{ن+ن})}$

نزول ثنائی وثلاثی وغیرہ جملون کا

(۵۱) مقادیر مرکب کے نزول نکالنے کی واسطے ہم کو یہہ دیکھنا چاہیے کہ قوا کی ارقام کس طرح نزول کی رقمین نکل آتی ہین

چونکہ $(ا + ب)(ا + ب) = ا^۲ + ۲اب + ب^۲$ یہہ جملہ ا اور ب کی سب قیمتون کی واسطے درست اور صحیح ہے تو ہم دیکھ کر کہ $ا^۲ + ۲اب + ب^۲$ سے $ا + ب$ کس طرح حاصل ہوتا ہے ایک قاعدہ عام جذر کے نکالنے کا مقرر کر سکتے ہین

ارقام کو قوا کے ترتیب کے موافق لکھو

$$ا^۲ + ۲اب + ب^۲ \;)\; ا + ب$$
$$ا^۲$$
$$۲ا + ب \;\Big|\; ۲اب + ب^۲$$
$$۲اب + ب^۲$$

اب ہم دیکھتے ہین کہ $ا^۲ + ۲اب + ب^۲$ مین اول رقم مجذور ا کا ہے جو اول رقم جذر کی ہے اسواسطے ا کو اول رقم جذر کی بناؤ اوسکا مجذور رکھ کے اول رقم سے تفریق کرو

اب حاصل تفریق $۲اب + ب^۲$ ہے

اب دوچند جذر کو یعنی ۲ا کو نیچے لاکر مقسوم علیہ امتحانی بناؤ اور ۲اب کو اوسپر تقسیم کرو
تو خارج قسمت ب نکلے گا یہہ دوسری رقم جذر کی ہوگی اسکو بعد ا کی مثبت علامت کی ساتھہ
لکہدو اور امتحانی مقسوم علیہ پر بہی ب کو زیادہ کرو یعنی مقسوم علیہ کو ۲ا + ب بناؤ اور
اس مقسوم علیہ کو دوسری جذر کی رقم ب میں ضرب دو اور حاصل ۲اب + ب۲ کو اون دو
رقموں کی نیچے لکہو جو پہلی اتاری تہین اور اب تفریق کرنے سی کچھہ نہیں بچتا

اگر اور زیادہ رقمیں باقی ہوں تو ا + ب کو ایک مقدار سمجھہ کر عمل کرو اور اس بات کو یاد رکہو کہ
اوسکا مجذور ا۲ + ۲اب + ب۲ اہی مقدار معلوم سی تفریق ہو چکا ہی اب آگی اور رقم جذر کے
اندر دریافت کرنی کی لئی وہی عمل کرو جو اوپر کیا تہا یعنی ۲ (ا + ب) کو نیچے لاکر مقسوم علیہ
امتحانی بناؤ اور باقی کو اس ا کی نئی قیمت کے دوچند پر تقسیم کرو اور اوس سی آگی ایک اور
رقم جذر کی دریافت کرو اگر وہ ح نکلی تو ح کو اون رقموں پر جو اب تک جذر کے اندر لکہی گئے
زیادہ کرو اور مقسوم علیہ امتحانی پر بہی زیادہ کرو اور پہر ۲ا + ۲ب + ح کو ح سی ضرب
دیکر حاصل ضرب کو اون رقموں کے نیچے لکہو جو اوپر سی نیچے اتاری ہین اور تفریق کرو
اور یہی عمل وہاں تک جاری رکہو کہ بالکل جذر تحقیقی یا جذر تقریبی معلوم ہو جاوے

انتباہ نزول کی مثالوں میں جملے کسی حرف کی قوات نازلی کی ترتیب کی موافق لکہی جائیں

امثلہ نمبر ۲۷

مثالیں حل کی ہوئی

۱ مثال ا۲ − ۴اب + ۴ب۲ کا جذر نکالو

اب عمل موافق قاعدہ مذکور کے کیا تو

)ا۲ − ۴اب + ۴ب۲ (ا − ۲ب) کیونکہ −۴اب / ۲ا = −۲ب

ا۲

۲ا − ۲ب	−۴اب + ۴ب۲
	−۴اب + ۴ب۲

= ا − ۲ب

مثال ۲ $ا^{۲}$ − ۲ اب + $ج^{۲}$ + $ب^{۲}$ + ۲ اج − ۲ ب ج کا جذر نکالو

ارقام کو بالترتیب لکھا

$ا^{۲}$ − ۲ اب + $ب^{۲}$ + ۲ اج − ۲ ب ج + $ج^{۲}$ (ا − ب + ج

$ا^{۲}$

۲ ا − ب | − ۲ اب + $ب^{۲}$

− ۲ اب + $ب^{۲}$

۲ ا − ۲ ب + ج | ۲ اج − ۲ ب ج + $ج^{۲}$

۲ اج − ۲ ب ج + $ج^{۲}$

مثال ۳ $لا^{۶}$ + ۴ $لا^{۵}$ + ۲ $لا^{۴}$ + ۹ $لا^{۲}$ − ۴ لا + ۴ کا جذر نکالو

$لا^{۶}$ + ۴ $لا^{۵}$ + ۲ $لا^{۴}$ + ۹ $لا^{۲}$ − ۴ لا + ۴ ($لا^{۳}$ + ۲ $لا^{۲}$ − لا + ۲

$لا^{۶}$

۲ $لا^{۳}$ + ۲ $لا^{۲}$ | ۴ $لا^{۵}$ + ۲ $لا^{۴}$

۴ $لا^{۵}$ + ۴ $لا^{۴}$

۲ $لا^{۳}$ + ۴ $لا^{۲}$ − لا | − ۲ $لا^{۴}$ + ۹ $لا^{۲}$ − ۴ لا

− ۲ $لا^{۴}$ − ۴ $لا^{۳}$ + $لا^{۲}$

۲ $لا^{۳}$ + ۴ $لا^{۲}$ − ۲ لا + ۲ | ۴ $لا^{۳}$ + ۸ $لا^{۲}$ − ۴ لا + ۴

۴ $لا^{۳}$ + ۸ $لا^{۲}$ − ۴ لا + ۴

مثالیں مشق کی واسطے نمبری ۲۷

جذر نکالو

(۱) $لا^{۲}$ + ۴ لا + ۴ کا، ۴ $ا^{۲}$ + ۱۲ ا لا + ۹ $لا^{۲}$ کا، ۲۵ $لا^{۲}$ − ۳۰ لا ی + ۹ $ی^{۲}$ کا

(۲) ۱۶ $لا^{۲}$ $ی^{۲}$ − ۴۰ لا ی + ۲۵ کا، $لا^{۲}$ − ۶ $لا^{۲}$ $ی^{۲}$ + ۹ $ی^{۴}$ کا، ۸۱ $ا^{۲}$ $لا^{۲}$ − ۳۶ ا ب لا + ۴ $ب^{۲}$ کا

(۳) ۳۶ $ع^{۴}$ $لا^{۱۲}$ − ۸۰ $ع^{۲}$ $ق^{۳}$ $لا^{۶}$ $ی^{۵}$ + ۸۱ $ق^{۶}$ $ی^{۱۰}$ اور $لا^{۸}$ − ۴ $لا^{۶}$ + ۶ $لا^{۴}$ − ۴ $لا^{۲}$ + ۱

اور ۹ لا^۴ + ۱۲ لا^۳ + ۳۴ لا^۲ + ۲۰ لا + ۲۵ کا

(۴) لا^۴ + ۲ ا لا^۳ + ۳ ا^۲ لا^۲ + ۲ ا^۳ لا + ا^۴ اور لا^۴ − ۶ لا^۳ ی + ۱۳ لا^۲ ی^۲ − ۱۲ لا ی^۳ + ۴ ی^۴ کا

(۵) ۱ − لا^۲ + ۲۵ لا^۴ − ۳۰ لا^۳ + ۶ لا کا ۴ لا^۴ + ۱۲ ا لا^۳ + ۱۳ ا^۲ لا^۲ + ۶ ا^۳ لا + ا^۴ کا

(۶) ۲۵ لا^۴ ی^۲ − ۳۰ لا^۳ ی^۳ + ۲۹ لا^۲ ی^۴ − ۱۲ لا ی^۵ + ۴ ی^۶ ، لا − ۲ ا^۲ لا^۲ − ا^۴ لا^۴ + ۲ ا^۶ لا^۲ + ا^۸

(۷) ۹ لا^۴ − ۱۲ لا^۳ + ۱۰ لا^۲ − ۴ لا + ۱ کا ۴ ا^۲ + ۹ ب^۲ + ۱۶ ح^۲ − ۱۲ ا ب + ۱۶ ا ح − ۲۴ ب ح کا

(۸) ۱۶ لا^۴ − ۲۴ لا^۳ ی + ۲۵ لا^۲ ی^۲ − ۱۲ لا ی^۳ + ۴ ی^۴ کا ۴ لا^۴ − ۴ لا^۳ − ۳ لا^۲ + ۲ لا + ۱ کا

(۹) لا^۶ − ۴ لا^۵ + ۴ لا^۴ + ۱۲ لا^۳ − ۲۴ لا^۲ + ۳۶ کا لا^۶ − ۲ لا^۵ + ۳ لا^۴ − ۴ لا^۳ + ۳ لا^۲ − ۲ لا + ۱ کا

(۱۰) لا^۶ + ۶ لا^۵ ی + ۱۵ لا^۴ ی^۲ + ۲۰ لا^۳ ی^۳ + ۱۵ لا^۲ ی^۴ + ۶ لا ی^۵ + ی^۶ و

۹ ا^۲ − ۱۲ ا ب + ۳۰ ا ح − ۶ ا د + ۴ ب^۲ − ۲۰ ب ح + ۴ ب د + ۲۵ ح^۲ − ۱۰ ح د + د^۲

مثال ۴ لا^۴ − ۱/۲ لا + ۳/۲ لا^۲ + ۱/۱۶ − ۲ لا^۳ کا جذر دریافت کرو

رقموں کو بالترتیب

لا^۴ − ۲ لا^۳ + ۳/۲ لا^۲ − ۱/۲ لا + ۱/۱۶ (لا^۲ − لا + ۱/۴

لا^۴

۲ لا^۲ − لا | − ۲ لا^۳ + ۳/۲ لا^۲

− ۲ لا^۳ + لا^۲

۲ لا^۲ − ۲ لا + ۱/۴ | ۱/۲ لا^۲ − ۱/۲ لا + ۱/۱۶

۱/۲ لا^۲ − ۱/۲ لا + ۱/۱۶

مثال ۵ لا^۲ + ۲ ا لا/۳ − ب لا + ا^۲/۹ + ب^۲/۴ − ا ب/۳ کا جذر دریافت کرو

لا^۲ + ۲ ا لا/۳ − ب لا + ا^۲/۹ − ا ب/۳ + ب^۲/۴ (لا + ا/۳ − ب/۲

لا^۲

۲ لا + ا/۳ | ۲ ا لا/۳ − ب لا

۲ ا لا/۳ + ا^۲/۹

لا۲ + ۲ا/۳ − ب/۲) − ب لا − ا ب/۳ + ب۲/۴
− ب لا − ا ب/۳ + ب۲/۴

×

(۱۶) ۲۵ − ۳ی/۷ + ۲۰ لا/۷ ی − ۹ ی۲/۱۶ لا۲ + ۱۵ ی/لا۲ + ۴ لا۲/۴۹ ی۲

اول ارقام کو بالترتیب لکھو

۴ لا۲/۴۹ ی۲ + ۲۰ لا/۷ ی − ۱۷۸/۷ + ۱۵ ی/لا۲ − ۹ ی۲/۱۶ لا۲ (۲ لا/۷ ی + ۵ − ۳ ی/۴ لا

۹ ی۲/۱۶ لا۲

۵ − ۳ ی/۲ لا) − ۱۷۸/۷ + ۱۵ ی/لا۲
کیونکہ − ۱۵ ی/لا۲ ÷ ۳ ی/۲ لا
= − ۱۵ ی/لا۲ × ۲ لا/۳ ی = −۵
− ۲۵ + ۱۵ ی/لا۲

۴ لا۲/۴۹ ی۲ + ۲۰ لا/۷ ی − ۳/۷

۲ لا/۷ ی + ۱۰ − ۳ ی/۲ لا) ۴ لا۲/۴۹ ی۲ + ۲۰ لا/۷ ی − ۳/۷
کیونکہ ۳/۷ ÷ ۳ ی/۲ لا = ۳/۷ × ۲ لا/۳ ی = ۲ لا/۷ ی

×

مثال ۷ لا۲ + لا√لا − ۳/۱۲ لا − ۲/۳ √لا + ۴/۹ کا جذر نکالو

لا۲ + لا√لا − ۱۳/۱۲ لا − ۲/۳ √لا + ۴/۹ (لا + √لا/۲ − ۲/۳

لا۲

۲ لا + √لا/۲) لا√لا − ۱۳/۱۲ لا
لا√لا + ۱/۴ لا
کیونکہ لا√لا ÷ ۲ لا = √لا/۲

۲ لا + √لا − ۲/۳) − ۴/۳ لا − ۲/۳ √لا + ۴/۹
− ۴/۳ لا − ۲/۳ √لا + ۴/۹

×

مثال ۸ ا۴م − ۲ ا۳م+ن + ا۲(م+ن) − ۲ ا م+۳ن + ا۴ن کا جذر نکالو

$ا^{۴م} - ۴ا^{۳م+ن} + ۶ا^{۲م+۲ن} - ۴ا^{م+۳ن} + ا^{۴ن} \;(\; ا^{۲م} - ۲ا^{م+ن} + ا^{۲ن}$

$ا^{۴م}$

$۲ا^{۲م} - ۲ا^{م+ن} \;|\; -۴ا^{۳م+ن} + ۶ا^{۲م+۲ن}$

$-۴ا^{۳م+ن} + ۴ا^{۲م+۲ن}$

$۲ا^{۲م} - ۴ا^{م+ن} + ا^{۲ن} \;|\; ۲ا^{۲م+۲ن} - ۴ا^{م+۳ن} + ا^{۴ن}$

$۲ا^{۲م+۲ن} - ۴ا^{م+۳ن} + ا^{۴ن}$

مثال ٩ $\frac{ا^۲}{ا^۲ - لا^۲}$ کا جذر تین رقموں تک دریافت کرو

اول $ا^۲$ کو $ا^۲ - لا^۲$ پر پانچ رقموں تک تقسیم کرو تو خارج قسمت یہہ نکلیگا کہ

$$ا^۲ + لا + \frac{لا^۲}{ا^۲} + \frac{لا^۳}{ا^۳} + \frac{لا^۴}{ا^۴}$$

اب اسکا جذر اسطرح نکالتی ہین

$$ا^۲ + لا + \frac{لا^۲}{ا^۲} + \frac{لا^۳}{ا^۳} + \frac{لا^۴}{ا^۴} \;(\; ا + \frac{لا}{۲ا} + \frac{۳لا^۲}{۸ا^۳}$$

$ا^۲$

$۲ا + \frac{لا}{۲ا} \;|\; لا + \frac{لا^۲}{ا^۲}$

$لا + \frac{لا^۲}{۴ا^۲}$

$۲ا + \frac{لا}{ا} + \frac{۳لا^۲}{۸ا^۳} \;|\; \frac{۳لا^۲}{۴ا^۲} + \frac{لا^۳}{ا^۳} + \frac{لا^۴}{ا^۴}$

$\frac{۳لا^۲}{۴ا^۲} + \frac{۳لا^۳}{۸ا^۳} + \frac{۹لا^۴}{۶۴ا^۴}$

$\frac{۵لا^۳}{۸ا^۳} + \frac{۵۵لا^۴}{۶۴ا^۴}$

امثلہ نمبر ٢٧ ب

اول جذر نکالو

(۱) $۴لا^۲ - \frac{۴لاد}{۳} + \frac{د^۲}{۹}$ کا، $\frac{۱}{۴}لا^۶ + \frac{۱}{۵}لا^۳ی^۲ + \frac{۱}{۲۵}ی^۴$ کا

(۲) $\frac{ا^۲}{ب^۲} + \frac{ب^۲}{ا^۲} - ۲$ کا، $\frac{ا^۲}{ج^۲} - \frac{۲الا}{ج} + لا^۲$ کا، $\frac{۱}{۹} + \frac{۲لا}{۳} + لا^۲$

(۳) $۴لا^۴ + ۶لا^۳ + \frac{۸۹لا^۲}{۴} + ۱۵لا + ۲۵$ کا، $۴لا^۴ - ۲لا^۲د + \frac{۱}{۴}د^۲$ کا

(۴) $ا^۲م - ۴ا^م ب^{۳ن} + ۴ب^{۶ن}$ کا $ا^{\frac{۱}{۲}} - ۲ا^{\frac{۱}{۴}}ب^{\frac{۱}{۲}} + ب$ کا

(۵) $لا^۴ + ۲لا^۳ - لا + \frac{۱}{۴}$ کا $لا^۴ - ۲لا^۳ + \frac{۳}{۲}لا^۲ - \frac{۱}{۲}لا + \frac{۱}{۱۶}$ کا

(۶) $\frac{ا^۴}{۴} + ا^۳لا + \frac{۴ا^۲لا^۲}{۳} + \frac{۲الا^۳}{۳} + \frac{لا^۴}{۹}$ ، $(لا^۲ + \frac{۱}{لا^۲}) + ۲(لا - \frac{۱}{لا}) - ۳$

(۷) $ا^۲ - \frac{۳ا^{\frac{۳}{۲}}}{۲} - \frac{۳ا^{\frac{۱}{۲}}}{۲} + \frac{۴۱ا}{۱۶} + ۱$ ، $\frac{ا^۲}{۴ب^۲} - \frac{ا}{ب} + \frac{۴ب}{ا^۲} - ۱ + \frac{ب^۲}{ا}$

(۸) $\frac{لا^۲}{د^۲}\left(\frac{لا^۲}{۴د^۲} + ۱\right) + \frac{۴د^۲}{لا^۲}\left(\frac{د^۲}{لا^۲} + ۱\right) + ۳$

$\frac{۹لا^۳}{۴} - ۵\frac{لا^{\frac{۵}{۲}}}{} \frac{د^{\frac{۱}{۲}}}{} + \frac{۲۷۹لا^۲}{۴۵} - ۴\frac{لا^{\frac{۳}{۲}}د^{\frac{۳}{۲}}}{۳} + \frac{۴لاد^۲}{۲۵}$

(۹) $ا^۲م لا^{۲ن-۲} - ۱۸ا^م ب^{\frac{۳}{۲}} لا^{ن-۱} + ۱۶ا^۲ب^۳ - \frac{۶ا^م ج}{لا^۲} + \frac{۲۴اب^{\frac{۳}{۲}} ج}{لا^{ن+۱}} + \frac{۹ج^۲}{لا^{۲ن+۲}}$

$ا لا - \frac{۲ا^{\frac{۱}{۲}}لا^۲}{۳ب^{\frac{۱}{۲}}} + \frac{لا^۳}{۹ب} + \frac{۴ا^{\frac{۱}{۲}}لا^۳}{ب^{\frac{۳}{۲}}} - \frac{۴لا^۴}{۳ب^۲} + \frac{۴لا^۵}{ب^۳}$

دوم ۱ + لا کا اور ا^۲ + لا^۲ کا اور $\frac{ا + لا}{ا - لا}$ میں سے ہر ایک کا جذر چار رقموں تک نکالو

(۵۲) اس جذر کے ترکیب سے اعداد کے جذر نکالنے کی ترکیب مستنبط ہوئی

$۲۲۵ + ۴۰۰ = ۶۲۵ = ۲۵ \times ۲۵ = (۲۵)^۲$

$۲۵ + ۱۰۰ \times ۲ + ۴۰۰ =$

دفعہ ۵ کے موافق عمل کیا

$ب + ا \; (۲۰ + ۵ \quad ۲۵ + ۱۰۰ \times ۲ + ۴۰۰$

$ا^۲ = ۴۰۰$

$۲ا + ب \quad ۲۵ + ۱۰۰ \times ۲$

$۲۵ + ۱۰۰ \times ۲$

×

اسواسطے جذر ۲۵ ہے

یہہ مثال اسطرح بہی حل ہوسکتی ہے

$ا + ب \; (۲۰ + ۵ \quad ۶۲۵$

$ا^۲ = ۴۰۰$

$۲ا + ب \quad ۲۲۵$

$۴۰ + ۵ = ۴۵ \quad ۲۲۵$

دفعات ۵۳ سی ۵۸ تک کا مع مثالون کی ترجمہ حساب کی کتاب مین لکھا گیا انگریزی مین
حساب اور جبر ومقابلہ ایک جلد مین ہین اور ہم نی جدا جدا ترجمہ کیا اسلئی ان دفعات کو حساب
مین لکھنا مناسب سمجھا گیا

جزرالکعب

(۵۹) چونکہ (ا + ب) (ا + ب) (ا + ب) = ا^{3} + ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3} خواہ ا اور ب کے
کچھ ہی قیمتین ہوئین بطابق ہر سب صورتون مین درست ہی اب ہم دیکھتی ہین کہ ا + ب کس ترکیب سے

ا^{3} + ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3}

سے حاصل ہوتا ہی اور پہر اوسے عام قاعدہ جزرالکعب کے نکالنے کا اخذ کرتے ہین
اسکے قواعد کے اعتبار سے ارقام کو لکھو

ا^{3} + ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3} (ا + ب

ا^{3}

۳ا^{2} + ۳اب + ب^{2} | ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3}

| ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3}

اب ہم دیکھتی ہین کہ ا^{3} + ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3} کی اول رقم مکعب ا کا ہی اور ا اول
رقم جزرالکعب کی ہی اسواسطی ا کو اول رقم جزرالکعب کی بناؤ اور اوسکا مکعب کرو اور قوت کی اول
رقم مین سے تفریق کرو

اب ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} + ب^{3} کہ باقی رہی اوسی ب کا دریافت کرنا منظور ہے
جو جزرالکعب مین اول رقم نکالی اوسکی سہ چند مربع کو یعنی ۳ا^{2} کو نیچی لاؤ اور اوسکو مقسوم
علیہ امتحانی بناؤ اور ۳ا^{2}ب کو ۳ا^{2} پر تقسیم کرو اور خارج قسمت ب دوسرے رقم جزرالکعب
کی دریافت کرو یہہ دوسرے رقم جزرالکعب کی ہی اوسکو بعد ا کے علامت مثبت کی ساتھہ لکھدو
اور جو جزرالکعب مین رقمین نکلی ہین اونکی سہ چند حاصل ضرب + مجذور آخر رقم مقسوم علیہ
امتحانی پر زیادہ کرو یعنی ۳اب + ب^{2} کو ۳ا^{2} مقسوم علیہ امتحانی پر زیادہ کرو یا یون بیان کرو

که مقسوم علیه امتحانی کو $۳ا^{۲} + ۳اب + ب^{۲}$ کی شکل بناؤ اور اس مقسوم علیه کو ب دوسری رقم جزء المکعب مین ضرب دو تو حاصل ضرب $۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳}$ حاصل ہوا اسکو اول مین رقمون کی نیچی لکھو جو اوپر سی اتاری گئین تہین اور تفریق کرو تو کچھہ باقی نہین بچی اگر اور رقمین باقی ہون تو (ا + ب) کو اول رقم بناؤ اور اس بات کو خیال مین رکھو که اونکا مکعب $ا^{۳} + ۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳}$ مقدار معلوم سی تفریق ہو چکا ہی اور اب آگی اور رقم موافق عمل مذکور کی دریافت کرو یعنی $۳(ا + ب)^{۲}$ کو نیچی لاکر مقسوم علیه امتحانی بناؤ اور باقی کو $۳(ا + ب)^{۲}$ پر تقسیم کرکے اور آگی رقم نکالو اگر وہ ح نکلی

جسطرح مثال ذیل مین نکلی ہی تو جو رقمین جزء المکعب مین نکلین ہین اونسی ح زیادہ کرو اور مقسوم علیه امتحانی پر $۳(ا + ب)ح + ح^{۲}$ زیادہ کرو تو کل مقسوم علیه امتحانی $۳ا^{۲} + ۶اب + ۳ب^{۲} + ۳اح + ۳بح + ح^{۲}$ ہو جائیگا اب اسکی ہر رقم کو ح مین ضرب دو جسطرح پہلی عمل مین ضرب دی تہی اور حاصل ضرب کو اون رقمون کی نیچی لکھو جو اوپر سی اتاری تہین اور تفریق کرو اور یہی عمل جاری رہی جب تک که جزء المکعب حقیقی یا تقریبی دریافت ہو جاوے

مثال $ا^{۳} + ۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳} + ۳ا^{۲}ح + ۶ابح + ۳ب^{۲}ح + ۳اح^{۲} + ۳بح^{۲} + ح^{۳}$ کا جزر الکعب دریافت کرو

موافق قاعدہ کے عمل کیا

$ا^{۳} + ۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳} + ۳ا^{۲}ح + ۶ابح + ۳ب^{۲}ح + ۳اح^{۲} + ۳بح^{۲} + ح^{۳} \,(ا + ب + ح$

$ا^{۳}$

مقسوم علیہ امتحانی $۳ا^{۲}$ ہے جو $۳ا^{۲}ب$ میں ب دفعہ جاتا ہے، اسواسطے موافق قاعدہ کے تمام مقسوم علیہ امتحانی $۳ا^{۲} + ۳اب + ب^{۲}$ ہے جسکو ب مین ضرب دینے سے مفروق حاصل ہوتا ہے

$۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳}$

$۳ا^{۲}ب + ۳اب^{۲} + ب^{۳}$

$۳ا^{۲}ح + ۶ابح + ۳ب^{۲}ح + ۳اح^{۲} + ۳بح^{۲} + ح^{۳}$

$۳ا^{۲}ح + ۶ابح + ۳ب^{۲}ح + ۳اح^{۲} + ۳بح^{۲} + ح^{۳}$

×

مقسوم علیہ امتحانی $۳(ا + ب)^{۲}$ یعنی $۳ا^{۲} + ۶اب + ۳ب^{۲}$ اور $۳ا^{۲}ح$ کو $۳ا^{۲}$ پر تقسیم کرنے سے ح حاصل ہوتا ہے :. کل مقسوم علیہ امتحانی $۳ا^{۲} + ۶اب + ۳ب^{۲} + ۳(ا + ب)ح + ح^{۲}$ یعنی $۳ا^{۲} + ۶اب + ۳ب^{۲} + ۳اح + ۳بح + ح^{۲}$ ہوا اسکو ح مین ضرب دیا تو مفروق حاصل ہوا

مثال ۲ $ا^{۳} - ۶ا^{۲}لا + ۱۲الا^{۲} - ۸لا^{۳}$ کا جزر الکعب دریافت کرو

$ا^{۳} - ۶ا^{۲}لا + ۱۲الا^{۲} - ۸لا^{۳} \,(ا - ۲لا$

$ا^{۳} = (ا)^{۳}$

اسواسطے $۳ا^{۲}$ مقسوم علیہ امتحانی ہے اور $\frac{-۶ا^{۲}لا}{۳ا^{۲}} = -۲لا$

اسیواسطے کل مقسوم علیہ امتحانی $۳ا^{۲} - ۶الا + ۴لا^{۲}$ ہے جسکو $-۲لا$ مین ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

$-۶ا^{۲}لا + ۱۲الا^{۲} - ۸لا^{۳}$

$-۶ا^{۲}لا + ۱۲الا^{۲} - ۸لا^{۳}$

مثال ۳ لا^٦ + ٦ لا^٥ − ٤٠ لا^٣ + ٩٦ لا − ٦٤ کا جزر الکعب دریافت کرو

لا^٦ + ٦ لا^٥ − ٤٠ لا^٣ + ٩٦ لا − ٦٤ (لا^٢ + ٢ لا − ٤

لا^٦

٦ لا^٥ − ٤٠ لا^٣ + ٩٦ لا

٦ لا^٥ + ١٢ لا^٤ + ٨ لا^٣

− ١٢ لا^٤ − ٤٨ لا^٣ + ٩٦ لا − ٦٤

− ١٢ لا^٤ − ٤٨ لا^٣ + ٩٦ لا − ٦٤

مقسوم علیہ امتحانی ٣ (لا^٢)^٢ یعنی ٣ لا^٤ ہے اور ٦ لا^٥ / ٣ لا^٤ = ٢ لا

اسواسطے کل مقسوم علیہ امتحانی ٣ لا^٤ + ٦ لا^٣ + ٤ لا^٢ ہے

جسکو ٢ لا میں ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

مقسوم علیہ امتحانی ٣ (لا^٢ + ٢ لا)^٢ ہے یعنی ٣ لا^٤ + ١٢ لا^٣ + ١٢ لا^٢ ہے اور − ١٢ لا^٤ / ٣ لا^٤ = − ٤

اسواسطے کل مقسوم علیہ امتحانی ٣ لا^٤ + ١٢ لا^٣ + ١٢ لا^٢ + ٣ (لا^٢ + ٢ لا) × − ٤ + (− ٤)^٢

= ٣ لا^٤ + ١٢ لا^٣ + ١٢ لا^٢ − ١٢ لا^٢ − ٢٤ لا + ١٦

= ٣ لا^٤ + ١٢ لا^٣ − ٢٤ لا + ١٦

جسکو − ٤ میں ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

اسواسطے لا^٢ + ٢ لا − ٤ جزر الکعب مطلوب ہے

مثال ۴ لا^٣ − ١/لا^٣ − ٣ لا + ٣/لا کا جزر الکعب دریافت کرو اول ارقام کو بالترتیب لکھو

لا^٣ − ٣ لا + ٣/لا − ١/لا^٣ (لا − ١/لا

لا^٣

− ٣ لا + ٣/لا − ١/لا^٣

− ٣ لا + ٣/لا − ١/لا^٣

٣ لا^٢ کو نیچے لاؤ اور − ٣ لا / ٣ لا^٢ = − ١/لا

اسواسطے مقسوم علیہ امتحانی ٣ لا^٢ + ٣ لا × (− ١/لا) + (− ١/لا)^٢ ہے

یعنی ٣ لا^٢ − ٣ + ١/لا^٢ ہے جسکو − ١/لا میں ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

اسواسطے لا − ١/لا جزر الکعب مطلوب ہے

تنبیہ اکثر علامتِ مقسوم علیہ امتحانی بغیر تفصیل اور شرح کے لکھا کرتے ہیں اوپر تشریح فقط اسلئے کی ہے کہ عمل بہت عیان اور صاف معلوم ہو

امثلہ مشق

امثلہ نمبری ۲۹ جزر الکعب دریافت کرو

(۱) لا۳ + ۱۲ لا۲ + ۴۸ لا + ۶۴ (۲) ا۳ − ۳ ا۲ لا + ۳ ا لا۲ − لا۳

(۳) ۸ لا۳ + ۱۲ لا۲ + ۶ لا + ۱ (۴) ۲۷ ا۳ − ۵۴ ا۲ لا + ۳۶ ا لا۲ − ۸ لا۳

(۵) ۲۷ لا۳ − ۱۳۵ لا۲ + ۲۲۵ لا − ۱۲۵ (۶) ا۳ ب۶ − ۱۲ ا۲ ب۴ + ۴۸ ا ب۲ − ۶۴

(۷) ۱۲۵ ا۶ ح۳ − ۲۲۵ ا۴ ح۲ لا ی۲ + ۱۳۵ ا۲ ح لا۲ ی۴ − ۲۷ لا۳ ی۶

(۸) ۸ لا۶ − ۳۶ لا۴ ی۲ + ۵۴ لا۲ ی۴ − ۲۷ ی۶ (۹) لا۳ + ۳ لا + ۳/لا + ۱/لا۳

(۱۰) ا۳/۸ + ا۲/(۴ب) + ا/(۶ب۲) + ۱/(۲۷ب۳) (۱۱) لا۳/ی۳ − ۳لا/ی + ۳ی/لا − ی۳/لا۳

(۱۲) ی۳لا − ۳ی۲لا + ۳یلا − ۱ (۱۳) ا۶/ی۳ − ۶ ا۴/ی۲ + ۱۲ ا۲/ی − ۸

(۱۴) ا۳ب۳/ح۳ ی۳ − ۳ا۲ب/ح ی۲ + ۳اح/ب ی − ح۳/ب۳ ی۳

(۱۵) ا۶ − ۶ ا۵ + ۱۵ ا۴ − ۲۰ ا۳ + ۱۵ ا۲ − ۶ ا + ۱

(۱۶) ۸ لا۶ + ۴۸ لا۵ ی + ۶۰ لا۴ ی۲ − ۸۰ لا۳ ی۳ − ۹۰ لا۲ ی۴ + ۱۰۸ لا ی۵ − ۲۷ ی۶

(۱۷) ا۳م − ۶ ا۲م لا ن + ۱۲ ا م لا۲ن − ۸ لا۳ن

(۱۸) ا۳ + ب۳ − ح۳ + ۳ (ا۲ب + اب۲ − ا۲ح − ب۲ح + اح۲ + بح۲) − ۶ ا ب ح

(۱۹) لا۳ − ۱۲ لا۲ + ۵۴ لا − ۱۱۲ + ۱۰۸/لا − ۴۸/لا۲ + ۸/لا۳

(۲۰) لا۳ + ۳ لا۲ − ۳ لا۳/۲ − ۶ لا + ۳ لا۱/۲ ... + ۳/لا − ۳/لا۳/۲ − ۱/لا۳ ... جو ترکیب جزر الکعب دریافت کرنیکی بیان ہوسکتی ہے

(۶۰) جو ترکیب جزر الکعب نکالنے کی بیان ہوئی ہے اوسی اعداد کے جزر الکعب دریافت کرنیکی یہی ترکیب

(۲۳)۳ = ۲۳ × ۲۳ × ۲۳ = ۱۲۱۶۷ = ۸۰۰۰ + ۴۱۶۷

= ۸۰۰۰ + ۴۱،۴۰ + ۲۷۰۰

$٢٧ + ٥٤٠ + ٣٦٠٠ + ٨٠٠٠ =$

$٣^٣ + ٣^٢ × ٢٠ × ٣ + ٣ × (٢٠)^٢ × ٣ + (٢٠)^٣ =$

دفعہ ٥٩ کے قاعدہ کے موافق عمل کرنے سے

$٣ + ٢٠) \quad ٣^٣ + ٣^٢ × ٢٠ × ٣ + ٣ × (٢٠)^٢ ٣ + (٢٠)^٣)$

$ا^٣ = (٢٠)^٣$

$٣^٣ + ٣^٢ × ٢٠ × ٣ + ٣ × (٢٠)^٢ × ٣$	$٣ا^٢ + ٣اب + ب^٢$
$٣^٣ + ٣^٢ × ٢٠ × ٣ + ٣ × (٢٠)^٢ × ٣$	$٣^٢ + ٣ × ٢٠ + ٣ × (٢٠)^٢ × ٣$
	جسکو ٣ مین ضرب دینے سے یعنی ب سے بین حاصل ہوتا ہے

اسیواسطے ٢٠ + ٣ یعنی ٢٣ جذر الکعب ہے

اس مثال کو اس طرح حل کرسکتے تہے

$٣ + ٢٠) \quad ١٢١٦٧ \quad (٢$

$(٢٠)^٣ = ٨٠٠٠$

٤١٦٧

$٣ × (٢٠)^٢ = ١٢٠٠$

$٣ا^٢ب = ٣٦٠٠$

$٣اب^٢ = ٥٤٠$

$ب^٣ = ٢٧$

٤١٦٧

دفعات ٦١ و ٦٢ و ٦٣ و ٦٤ و ٦٥ و ٦٦ و ٦٧ واسطہ حساب کی کتاب مین ترجمہ ہوکر لکہی گئین

(٦٨) اکثر مثالین اس قسم کی بہی آجاتی ہین ثابت کرو

$\frac{(\sqrt{٧})^٣ - (\sqrt{٨})^٣}{\sqrt{٧} - \sqrt{٨}} = ١٧٥٦٨$

اب ہم دیکہتے ہین کہ نسب نما کسر کا $\sqrt{٨} - \sqrt{٧}$ یعنی $٨^{\frac{١}{٢}} - ٧^{\frac{١}{٢}}$ ہے اسلئے یہہ جملہ نہایت سادہ ہوجائیگا اگر نسب نما اور شمارکنندہ کو $\sqrt{٨} + \sqrt{٧}$ یعنی $٨^{\frac{١}{٢}} + ٧^{\frac{١}{٢}}$ مین ضرب دین

اس دلیل سے کہ

$\frac{(\sqrt{٧})^٣ - (\sqrt{٨})^٣}{\sqrt{٧} - \sqrt{٨}} × \frac{\sqrt{٧} + \sqrt{٨}}{\sqrt{٧} + \sqrt{٨}}$

یعنی $\dfrac{\sqrt{4}+\sqrt{2}}{\sqrt{4}+\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{4}\cdot 2-\sqrt{2}\times 3}{\sqrt{4}-\sqrt{2}}$

$= \dfrac{4\times 2-\sqrt{2}\times\sqrt{4}\times 3+\sqrt{2}\times\sqrt{4}\times 2-2\times 3}{4-2}$

$= 14-\sqrt{56}\;3+\sqrt{56}\;2-34$

$= 10+\sqrt{56}$

(۷۰۴۸ ... ۵۶

اسیواسطے قیمت جملہ معلوم کی ۱۰ + وغیرہ ۸۵ ۴ ۰ ۷ = ۹۸ ۰ ۱۷

امثلہ نمبری ۳۱

ان جملون مین سے ہر یک جملہ کی قیمت دریافت کرو

(۱) $(\frac{3}{4})^{\frac{1}{2}}$ و $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ و $\dfrac{3}{1-\sqrt{8}}$ و $\dfrac{7}{\sqrt{4}}$

۲ $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$ و $\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$ و $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ و $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$

۳ $\dfrac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{2}$ مین $\dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}+\frac{1}{3}$ مین $\dfrac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

۴ $\sqrt{\dfrac{50.30\cdot 913}{65536}}$ و $\sqrt{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$ و $\sqrt{\left(\dfrac{573}{200}\right)}\times\sqrt{\dfrac{296}{1500}}$

مقسوم علیہ مشترک اعظم یا وفق اعظم

(۶۹) حد ا جب ایک مقدار دوسری مقدار مین پوری او دفعہ شامل ہوتی ہے تو دوسری مقدار کو ذو اضعاف یا ضعف یا اضعاف پہلی مقدار کا کہتے ہین مثلاً ۱۲ ا اضعاف ۳ ا کا ہے کیونکہ ۳ ا پوری ۴ دفعہ ۱۲ ا مین شامل ہین

حد ۲ جب ایک مقدار دوسری مقدار مین پوری دفعہ شامل ہوتی ہے تو پہلی مقدار کو دوسری مقدار کا وفق یا قاسم یا عاد کہتے ہین مثلاً ۳ ا وفق یا قاسم یا عاد ۱۲ ا کا ہی کیونکہ ۳ ا چار دفعہ ۱۲ ا مین شامل ہین

حد ۳ جب جبریہ جملے کسی حرف کے قوارنازلی کی ترتیب کے موافق مرتب ہون تو اس حرف کے اعتبار سے جو اعلیٰ قوت کا جز ضربی ہوگا یعنی ہر جملہ کو بغیر باقی کے تقسیم کردیگا اوسکو مشترک قاسم اعلیٰ یا مقسوم علیہ اعظم یا مشترک وفق اعظم کہتے ہین اور اختصاراً مقسوم علیہ اعظم کی جگہہ حروف معا کام مین لائینگے

(۷۰) جبریہ مقادیر مفرد کی مقسوم علیہ اعظم ایک نظر دیکھنے سے معلوم ہوجاتے ہین اور اون مقادیر مرکب کی بہی جو مقادیر مفرد کی طرح لکہی جاسکتی ہین فقط دیکھنے سے مقسوم علیہ اعظم دریافت ہوجاتے ہین

امثلہ نمبری ۳۲

مثالین حل کی ہوی

مثال ۱ معا ۳۶ ا۲ لا ار اور ۹ ا لا ۲ ی کا ۳ ا لا ی ہے

چونکہ ۳۶ ا۲ لا ی = ۳ ا لا ی × ۱۲ ا

اور ۹ ا لا ۲ ی = ۳ ا لا ی × ۳ لا

اور ۱۲ ا اور ۳ لا کا کوی وفق مشترک سوا واحد کے نہین ہے

اسواسطے معا مطلوب ۳ ا لا ی ہے

مثال ۲ ۸۵ ا لا ۲ ی ۲ ی اور ۵۱ ا۳ لا ۳ ی کا معا ۱۷ ا لا ی ہے

چونکہ ۸۵ ا لا ی ۲ ی = ۱۷ ا لا ی × ۵ ی

اور ۵۱ ا۳ لا ۳ ی = ۱۷ ا لا ی × ۳ ا۲ لا

اور ۵ ی اور ۳ ا۲ لا کا کوی وفق مشترک سوا واحد کے نہین ہے

اسواسطے ۵ ا لا^2 ی معا مطلوب ہے

مثال ۳ ۔ ۷ ا^2 - ۱۴ ا ب اور ۳ ا ح - ب ح کا معا ا - ۲ ب ہے

چونکہ ۷ ا^2 - ۱۴ ا ب = ۷ ا (ا - ۲ ب)

نیز ۳ ا ح - ۶ ب ح = ۳ ح (ا - ۲ ب)

اور چونکہ ح اور ۷ ا کا وفق مشترک نہیں ہے اسلئے ا - ۲ ب معا ۷ ا^2 - ۱۴ ا ب

اور ۳ ا ح - ۶ ب ح کا ہے

مثال ۴ لا^2 - ا^2 اور لا^3 + ا^3 کا معا لا + ا ہے

چونکہ لا^2 - ا^2 = (لا + ا) (لا - ا)

لا^3 - ا^3 = (لا + ا) (لا^2 - ا لا + ا^2)

اور لا - ا اور لا^2 - ا لا + ا^2 کا کوئی مشترک جزضربی نہیں ہے

اسواسطے لا + ا معا مطلوب ہے

مثال ۵ (لا + ۱)^2 اور (لا^2 - لا - ۲) کا معا لا + ۱ ہے

اسواسطے کہ (لا + ۱)^2 = (لا + ۱) (لا + ۱)

لا^2 - لا - ۲ = (لا + ۱) (لا - ۲)

لا + ۱ اور لا - ۲ کا کوئی وفق مشترک نہیں ہے

اسواسطے لا + ۱ معا ہے

مثال ۶ ا لا (لا^3 - ا^3) اور ا^2 لا - ا^3 کا معا ا (لا - ا) ہے

اسواسطے کہ ا لا (لا^3 - ا^3) = ا لا (لا - ا) (لا^2 + ا لا + ا^2)

ا^2 لا - ا^3 = ا^2 (لا - ا)

ا اور لا (لا^2 + ا لا + ا^2) کا کوئی وفق مشترک سوائے ایک نہیں ہے

اسواسطے ا (لا - ا) معا ہے

امثلہ نمبری ۳۲ مشق کے واسطے

(۱) مشترک مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

(۱) ۳ الا اور ۶ اج کا ۷۵ الا^{2} اور ۱۵ ا^{2} کا ۳۰ ب لا^{2} اور ۴۵ اب لا کا

(۲) ۱۴ ا^{2} لا^{2} اور ـ ۴۲ ا^{3} لا کا ۴۴ ا^{3} ب^{3} لا^{5} اور ۱۲ اب لا^{2} ی کا ـ ۷ ا^{5} لا^{3} اور ۱۴ ا^{3} لا^{5} کا

(۳) ـ اب ج در و ـ ب ج در س کا ی^{لا} لا^{3} اور ۲ ی^{لا} لا کا لا$^{۲م+۱}$ ا$^{۲م+۱}$ اور لا$^{۲ن+۱}$ ا$^{۲ن+۱}$ کا

(۲) مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو

(۱) لا^{2} + ۲ج لا اور ۳ ا لا + ۶ اج کا ۶ ا + ۶ لا اور ۱۲ ا^{2} + ۱۲ لا^{2} کا

(۲) ۴ا^{2} لا اور ۱۴ ا^{2} لا ـ ۲ ا^{3} کا ۳۵ الا^{2} اور ۱۴ لا^{3} + ۷ ا لا + ۲۱ لا^{2} کا

(۳) لا^{2} ـ ا^{2} اور لا + ا کا ا لا + لا^{2} اور ۵ ب لا ـ ۲ج لا کا

(۴) ۶ ا^{2} لا^{2} + ا لا^{3} اور ۸ اب لا + ۳ ب لا^{2} کا ا^{2} لا + ا لا^{2} اور ۲ ا لا + ۴ لا^{2} کا

(۵) لا^{2} ـ ۱ اور لا ی + ی کا (لا ـ ا)^{2} اور لا^{2} ـ ا^{2} کا

(۶) ا^{2} ـ ب^{2} اور ا^{5} + ا^{3} ب^{2} کا ۳۵ ا^{3} + ۱۲۵ ا لا اور ۱۵ (ا^{2} ـ لا^{2}) کا

(۷) لا^{2} ـ ۱ اور لا^{3} ـ ۱ کا لا^{2} ـ ا^{2} لا اور لا^{2} ـ ۳ ا لا + ا^{2} کا

(۸) ۹ (ا^{3} + لا^{3}) اور ۱۲ (ا^{2} ـ لا^{2}) کا ۳ ا لا ـ ۳ لا^{2} اور ۹ ا^{2} ـ ۱۲ ا لا + ۴ لا^{2} کا

(۹) لا^{3} + ۵ لا^{2} اور لا^{2} + ۴ لا ـ ۵ کا ا^{3} + لا^{3} اور ا^{2} + ۲ ا لا + لا^{2} کا

(۱۰) لا^{2} ـ ۴ لا + ۳ اور لا^{2} ـ لا ـ ۶ کا ا^{3} ـ ۲ ا^{2} اور ا^{2} ـ ۴ ا + ۴ کا

(۱۱) لا^{4} ـ ب^{4} اور ۳ (لا^{5} ـ ب لا^{3}) کا لا^{4} ـ ی^{4} اور لا^{3} ـ لا^{2} ی ـ لا ی^{2} + ی^{3} کا

(۱۲) لا^{2} + ۲ لا + ۱ اور لا^{3} + ۳ لا^{2} + ۳ لا + ۱ کا ۶ لا^{3} ـ ۹ لا^{2} ی + ۳ لا ی^{2} ـ ۱۲ ی^{3} اور ۱۲ لا^{2} ـ ۱۵ لا ی + ۳ ی^{2} کا

(۱۴) لا۴ − ا۲ لا − ا لا۲ + ا۳ اور ا لا۳ + ا۲ لا − ا لا − ا۴ کا ا ح + ب د + ا د + ب ح

اور ا س + ۲ ب لا + ۲ ا لا + ب س کا

(۷۱) اگر ایک مقدار دوسری مقدار کو پورا تقسیم کرے تو اوسکے ذو اضعاف کو بھی تقسیم کریگی

فرض کرو کہ ق کو ع پورا تقسیم کرتی ہے اور م اکائیان خارج قسمت مین نکلتی ہین یعنی ق = م ع

تو ن ق = م ن ع اسواسطے ع پوران ق کو بھی تقسیم کرتی ہے اور خارج قسمت مین م ن پوری اکائیان نکلتی ہین

۷۲ اگر ایک مقدار دو اور مقدارون مین سے ہر ایک کو پورا تقسیم کرے تو اونکے حاصل جمع اور حاصل تفریق کو بھی تقسیم کریگی

فرض کرو کہ ع پورا ق کو تقسیم کرتا ہی اور خارج قسمت مین م اکائیان نکلتی ہین اور ر کو بھی پورا تقسیم کرتا ہے اور ن اکائیان خارج قسمت مین نکلتی ہین تو

ق = م ع اور ر = ن ع

ق ± ر = م ع ± ن ع

= (م ± ن) ع

اسواسطے ع پورا ق ± ر کو تقسیم کرتا ہے اور م ± ن اکائیان خارج قسمت مین نکلتی ہین

(۷۳) دو جبریہ جملون کی مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکی تحقیقات کرو

فرض کرو کہ ط اور ص دو جملے ہین اور کسی حرف مشترک کے قوا تنازلی کی ترتیب سے لکھی گئی ہین اور ط کا درجہ ادنی ص کے درجہ سے نہین ہے اور فرض کرو کہ ط مین ص ع دفعہ جاتا ہے اور س باقی رہتا ہی اور پھر ص مین س ق دفعہ جاتا ہی اور د باقی رہتا ہے اور س مین د ر دفعہ بغیر باقی کے جاتا ہی تو ہن عمل کی صورت یہہ ہوگی

ص) ط (ع
ع ص
س) ص (ق
ق س
د) س (ر
ر د

پس د مقسوم علیہ اعظم ط اور ص کا ہوگا

وجہ اسکی یہہ ہے کہ اوپر کے عمل سے ہمکو یہہ ارتباطات حاصل ہوتے ہین

ط = ع ص + س (١) ط - ع ص = س (۴)

ص = ق س + د (٢) ص - ق س = د (۵)

س = د ر (٣)

اب چونکہ س = د ر (٣) اسواسطے د پورا س کو تقسیم کرتا ہے

اسواسطے د پورا تقسیم ق س کو کرتا ہے بموجب دفعہ ١ کے

اسواسطے د پورا تقسیم ق س + د کو کرتا ہے یعنی ص کو بموجب دفعہ ٢ اور (٢) کے

اسواسطے د پورا تقسیم ع ص کو کرتا ہے بموجب دفعہ ١ کے

اسیواسطے د پورا ع ص + س یعنی ط کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ ٢ اور (١) کے

پس د مقسوم علیہ مشترک ط اور ص کا ہے

اب اعظم ثابت کرنا اوسکا باقی رہا سو اسطرح ہوتا ہے کہ اگر وہ اعظم نہو تو فرض کرو کہ دَ مشترک مقسوم علیہ اعظم ہے اب چونکہ دَ پورا پورا ط اور ص کو تقسیم کرتا ہے

∴ دَ پورا ط - ع ص یعنی س کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ ١ و ٢ و (۴) کے

∴ دَ پورا ق س کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ ١ کے

∴ دَ پورا ص - ق س یعنی د کو تقسیم کرتا ہے بموجب دفعہ (١ و ٢) اور (۵) کے

لیکن دَ پورا د کو تقسیم نہین کر سکتا اگر دَ اعلی درجہ کا جملہ د کے جملے سے ہے اسواسطے دَ مشترک مقسوم علیہ اعظم د سے نہین ہو سکتا یعنی د مقسوم علیہ اعظم ط اور ص کا ہے

انتباہ اب تاکہ عمل مذکور مین کوئی دقت اور دشواری نہ پڑے اور بہت آسانی سے عمل ہو جاوے ضرور ہے کہ باقیات اور اصل جملون کی صورت ایسی بنائین کہ اول تو اشکال کسری جو آتے ہون وہ نہ آئین اور جملون کے مقسوم علیہ اعظم مین بھی فرق نہ پڑے سو اسطرح یہہ بات حاصل ہو سکتی ہے کہ کسی ایسی مقدار مین ضرب دین کہ کوئی نیا مقسوم علیہ مشترک

نہ داخل ہو جاے اسواسطے کہ مقسوم علیہ اعظم م د اور ن د کا بشرطیکہ م اور ن مقسوم علیہ
مشترک سوا ایک کے نہ رکھتی ہون وہی اور وہی مقسوم علیہ اعظم ط م اور ع ن د کا ہے
بشرطیکہ ع اور م کا کوئی مقسوم علیہ مشترک سوا ایک کی نہو

دوم اوس جزر ضربی کو دور کرین جو ایک باقی مین پایا جاے اور اوس باقی مین نہ پایا جاے
جو بالفعل مقسوم علیہ بن رہی ہی اور آینده مقسوم نبیگی اسواسطے کہ اگر ط اور ص کا مقسوم علیہ اعظم
د ہو ایسا کہ ط = م د اور ص = ن د اور ص کو ع مین ضرب دین اور ع جزر ضربی ط کا نہ ہو
تو د مقسوم علیہ اعظم ط اور ع ص کا ہوگا

سوم اگر کسی باقی کی اول علامت منفی کی ہو تو اوسکی ساری رقمونکی علامت بدل دو اسلیے کہ
اگر د مقسوم علیہ اعظم ط اور ص کا ہو تو + د بہی مقسوم علیہ اعظم ط اور ص کا ہوگا جو کچہہ اوپر بیان
ہوا ہے اوسے اخذ کر کے یہہ قاعدہ لکہتے ہین

قاعدہ دو جبریہ جملون کے مقسوم علیہ اعظم دریافت کرنیکا

کسی جملون مین جو حروف مشترک ہون اونمین سے کسی ایک حرف کی ترتیب کے موافق اون جملون
کو لکہو اور جو اعلے درجہ کا جملہ ہو اوسکو ادنی درجہ کے جملہ پر تقسیم کرو اور اگر اونمین اعلی ادنی درجہ
نہو بلکہ مساوی درجہ ہو تو اونمین سی کسی ایک کو دوسرے پر تقسیم کرو اور جو باقی نکلے
اوسپر آخر مقسوم علیہ کو تقسیم کرو اور یہی عمل کیے جاؤ جب تک کہ کچہہ باقی نہ بچی تو آخر
مقسوم علیہ مشترک مقسوم علیہ اعظم ہوگا اگر اون جملون مین سے کسی ایک جملہ کے اندر کوئی
جزر ضربی ایسا ہو کہ وہ دوسرے جملہ کے ارقام مین نہ پایا جاے تو اوس جزر ضربی کو علیحدہ کر سکتے ہین
اور اسیطرح سے ایک جزر ضربی کو داخل کر سکتے ہو بشرطیکہ وہ مشترک دوسرے جملہ مین نہو اور
اس جزر ضربی کے خارج داخل کرنے سے مقسوم علیہ اعظم مین کچہہ فرق نہین آیگا اور اس
امر کا برتاو ہر باقی کے ساتہہ جسطرح مقسوم اور مقسوم علیہ کے ساتہہ ہی نیز اوسط کے ساتہہ اثناء عمل مین
جہان موقع ہو ہو سکتا ہے

امثلہ نمبری ۲۴

مثالین حل کی ہوئی

مثال ۱ ۱۲ ا^2 + ۲۲ الا + ۶ لا^2 اور ۶ ا^2 + ۷ الا − ۳ لا^2 کا معا دریافت کرو

اب عمل موافق قاعدہ کے کیا

۶ ا^2 + ۷ الا − ۳ لا^2) ۱۲ ا^2 + ۲۲ الا + ۶ لا^2 (۲

۱۲ ا^2 + ۱۴ الا − ۶ لا^2

۸ الا + ۱۲ لا^2

= ۴ لا (۲ ا + ۳ لا)

چونکہ ۴ لا وفق ۶ ا^2 + ۷ الا − ۳ لا^2 کا نہین ہے تو اوسکو علیحدہ کرکے اس طرح آگے عمل کرو

۲ ا + ۳ لا) ۶ ا^2 + ۷ الا − ۳ لا^2 (۳ ا − لا

۶ ا^2 + ۹ الا

− ۲ الا − ۳ لا^2

− ۲ الا − ۳ لا^2

اسسے معلوم ہوا کہ ۲ ا + ۳ لا مقسوم علیہ اعظم ہے

مثال ۲ ۱۶ ا^2 ب − ۲۰ اب^2 + ۴ ب^3 اور ۱۸ ا^4 ب − ۱۸ ا^3 ب^2 + ۶ ا^2 ب^3 − ۶ اب^4 کا معا دریافت کرو

۱۶ ا^2 ب − ۲۰ اب^2 + ۴ ب^3 = ۴ ب (۴ ا^2 − ۵ اب + ب^2)

۱۸ ا^4 ب − ۱۸ ا^3 ب^2 + ۶ ا^2 ب^3 − ۶ اب^4 = ۲ اب (۹ ا^3 − ۹ ا^2 ب + ۳ اب^2 − ۳ ب^3)

معا مطلوب ہے ۲ ب × معا ۴ ا^2 − ۵ اب + ب^2 اور ۹ ا^3 − ۹ ا^2 ب + ۳ اب^2 − ۳ ب^3 ہین

اب ۹ ا^3 − ۹ ا^2 ب + ۳ اب^2 − ۳ ب^3 کو ۴ مین ضرب دیلو تاکہ عمل آسانی سے ہو

۹ ا^3 − ۹ ا^2 ب + ۳ اب^2 − ۳ ب^3
۴

۴ ا^2 − ۵ اب + ب^2) ۳۶ ا^3 − ۳۶ ا^2 ب + ۱۲ اب^2 − ۱۲ ب^3 (۹ ا

۳۶ ا^3 − ۴۵ ا^2 ب + ۹ اب^2

۹ ا^2 ب + ۳ اب^2 − ۱۲ ب^3

۳ ب (۳ ا^2 + اب − ۴ ب^2)

اب ۳ب پر تقسیم کرو اور ۴ا۲ − ۵اب + ب۲ کی ہر رقم کو ۳ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا

۳ا۲ + اب − ۴ب۲) ۱۲ا۲ − ۱۵اب + ۳ب۲ (۴

۱۲ا۲ + ۴اب − ۱۶ب۲

− ۱۹اب + ۱۹ب۲

= − ۱۹ب(ا − ب)

− ۱۹ب پر تقسیم کرو اور اسیطرح عمل کرو

ا − ب) ۳ا۲ + اب − ۴ب۲ (۳ا + ۴ب

۳ا۲ − ۳اب

۴اب − ۴ب۲

۴اب − ۴ب۲

اسیواسطے بظاہر معا ۲ب (ا − ب)

= ۲اب − ۲ب۲ ہے

مثال ۳ ۲لا۲ − ۱۵لا + ۱۴ اور لا۳ − ۱۵لا۲ + ۲۸لا − ۱۲ کا دریافت کرو

لا۳ − ۱۵لا۲ + ۲۸لا − ۱۲

۲

۲لا۳ − ۳۰لا۲ + ۵۶لا − ۲۴

۲لا۲ − ۱۵لا + ۱۴) ۲لا۳ − ۳۰لا۲ + ۵۶لا − ۲۴ (لا

۲لا۳ − ۱۵لا۲ + ۱۴لا

− ۱۵لا۲ + ۴۲لا − ۲۴

− ۳(۵لا۲ − ۱۴لا + ۸)

− ۳ کو ساقط کرو اور ۲لا۲ − ۱۵لا + ۱۴ کی ہر رقم کو ۵ مین ضرب دو تو یہہ حاصل ہوگا

۵لا۲ − ۱۴لا + ۸) ۱۰لا۳ − ۷۵لا۲ + ۷۰لا (۲لا

۱۰لا۳ − ۲۸لا۲ + ۱۶لا

۲۸لا۲ − ۹۱لا + ۷۰

۷(۴لا۲ − ۱۳لا + ۱۰)

۷ کو علیحدہ کرو اور ۴لا۲ − ۱۳لا + ۱۰ کو ۵ مین ضرب دو

(۴) ۵۰ + ۶۵لا − ۲۰لا۲) ۸ + ۱۴لا − ۵لا۲

۳۲ + ۵۶لا − ۲۰لا۲

۱۸ + ۹لا −

(۲ − لا) ۹ −

(لا − ۲) ۵لا۲ − ۱۴لا + ۸ (۵لا − ۴

۵لا۲ − ۱۰لا

− ۴لا + ۸

− ۴لا + ۸

×

اسواسطے لا − ۲ عاد مطلوب ہوگا

مثال ۴ لا۳ − (ا۲ + ب۲) لا + اب اور لا۳ − ۲ الا۲ + (ا۲ + ب۲) لا − اب۲ کا عادِ اعظم دریافت کرو

لا۳ − (ا۲ + ب۲) لا + اب) لا۳ − ۲ الا۲ + (ا۲ + ب۲) لا − اب۲ (۱

لا۳ − (ا۲ + ب۲) لا + اب

− ۲ الا۲ + ۲(ا۲ + ب۲) لا − ۲ اب

ا لا۲ − (ا۲ + ب۲) لا + اب) الا۳ − ا (ا۲ + ب۲) لا + اب (لا + (ا۲ + ب۲)

الا۳ − (ا۲ + ب۲) لا۲ + اب لا

(ا۲ + ب۲) لا۲ − (ا۲ + ۲ ب۲) لا + ا۲ ب

ا (ا۲ + ب۲) لا۲ − ا (ا۲ + ۲ب۲) لا + ا۲ ب

ا (ا۲ + ب۲) لا۲ − (ا۲ + ۲ اب + ب۲) لا + اب (ا۲ + ب۲)

ب۲ لا − اب۲ یعنی ب۲ (لا − ا)

لا − ا) الا۲ − (ا۲ + ب۲) لا + اب۲ (الا − ب۲

الا۲ − ا۲ لا

− ب۲ لا + اب۲

− ب۲ لا + اب۲

اسواسطے لا − ا عاد مطلوب ہے

مثال ۵ ۳لا۲ − (۳ح + د − ۳) لا − ۳ح − د اور

۲لا۲ + (۲ا + ب + ۲) لا + ۲ا + ب کا عاد دریافت کرو

) ۳لا^{۲} − (۳ح + د − ۳) لا − ۳ح − د

۳لا^{۳} + (۳ا + ب + ۳) لا^{۲} + ۳ا + ب) ۶لا^{۳} − ۲ (۳ح + د − ۳) لا − ۶ح − ۲د

۶لا^{۳} + ۳ (۲ا + ب + ۲) لا + ۶ا + ۳ب

− (۶ا + ۳ب + ۶ح + ۲د) لا − ۶ا − ۳ب − ۶ح − ۲د

= − (۶ا + ۳ب + ۶ح + ۲د) لا − (۶ا + ۳ب + ۶ح + ۲د)

= − (۶ا + ۳ب + ۶ح + ۲د) (لا + ۱)

جز ضربی − (۶ا + ۳ب + ۶ح + ۲د) علیحدہ کرو

لا + ۱) ۲لا^{۲} + (۲ا + ب + ۲) لا + ۲ا + ب (۲لا + (۲ا + ب)

۲لا^{۲} + ۲لا

(۲ا + ب) لا + ۲ا + ب

(۲ا + ب) لا + ۲ا + ب

اسیواسطے لا + ۱ معا مطلوب ہے

مثال ۶ ی^{لا}ا^{۳} + ی^{لا} − ا^{۳} − ۱ اور ی^{لا}ا^{۲} + ۲ی$^{لا/۲}$ا^{۲} − ۲ی$^{لا/۲}$ + ا^{۲} − ۲ کا معا دریافت کرو

ی^{لا}ا^{۳} + ی^{لا} − ا^{۳} − ۱ = ا^{۳} (ی^{لا} − ۱) + (ی^{لا} − ۱)

= (ا^{۳} + ۱) (ی$^{لا/۲}$ + ۱) (ی$^{لا/۲}$ − ۱)

اور ی^{لا}ا^{۲} + ۲ی$^{لا/۲}$ا^{۲} − ۲ی$^{لا/۲}$ + ا^{۲} − ۲ =

= ا^{۲} (ی^{لا} + ۲ی$^{لا/۲}$ + ۱) − ۲ (ی$^{لا/۲}$ + ۱)

= ا^{۲} (ی$^{لا/۲}$ + ۱)^{۲} − ۲ (ی$^{لا/۲}$ + ۱)

= (ی$^{لا/۲}$ + ۱) [ا^{۲} (ی$^{لا/۲}$ + ۱) − ۲]

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ ی$^{لا/۲}$ + ۱ معا مطلوب ہے

اشکلہ نمبری ۳۳ مشق کے واسطے

دریافت کرو عا

(۱) لا^{2} + لا − ۳۰ ، لا^{3} + ۱۱ لا + ۳۰ کا لا^{3} − لا^{2} اور لا^{2} − لا^{2} کا

(۲) ۶ لا^{2} + ۷ لا − ۲۰ اور ۳ لا^{2} − لا − ۴ کا لا^{3} − لا^{2} اور لا^{2} − لا کا

(۳) لا^{2} + ۳ لا − ۴ لا اور لا^{2} − ۷ لا + ۶ کا

(۴) لا^{2} + ۱۱ لا + ۳۰ اور ۹ لا^{3} + ۵۳ لا^{2} − ۹ لا − ۱۸ کا

(۵) لا^{2} + ۴ لا − ۵ اور لا^{2} − ۳ لا + ۲ کا

(۶) لا^{2} + ۴ لا − ۵ لا اور لا^{2} − ۶ لا + ۵ کا

(۷) لا^{3} + ۲ لا^{2} − ۳ لا اور ۲ لا^{3} + ۵ لا^{2} − ۳ لا کا

(۸) ۱۴ − ۳۴ لا + ۱۲ لا^{2} اور ۱۴۲ − ۴۸ لا − ۶ لا^{2} کا

(۹) لا^{3} + ۲ لا^{2} + ۲ لا + ۱ اور لا^{3} − ۲ لا − ۱ کا

(۱۰) ۳ لا^{3} + لا^{2} − ۵ لا + ۲ اور ۱۵ لا^{2} + ۱۱ لا − ۱۴ کا

(۱۱) ا^{2} − ۵ اب + ۴ ب^{2} اور ا^{3} − ا^{2}ب + ۳ اب^{2} − ۳ ب^{3} کا

(۱۲) لا^{3} − ۳ لا^{2} + ۷ لا − ۲۱ اور ۳ لا^{3} + ۱۹ لا^{2} + ۳۵ کا

(۱۳) ا^{3} + ۲ ا^{2}ب − اب^{2} − ۲ ب^{3} اور ا^{3} − ۲ ا^{2}ب − اب^{2} + ۲ ب^{3} کا

(۱۴) ا^{2} + ب^{2} + ح^{2} + ۲ اب + ۲ اح + ۲ بح اور ا^{2} − ب^{2} − ح^{2} − ۲ بح

(۱۵) ۶ لا^{3} − ۶ لا^{2}ی + ۲ لا ی^{2} − ۲ ی^{3} اور ۱۲ لا^{2} − ۱۵ لا ی + ۳ ی^{2}

(۱۶) لا^{4} + ۷ لا^{3} + ۷ لا^{2} − ۱۵ لا اور لا^{3} − ۲ لا^{2} − ۱۳ لا + ۱۱۰

(۱۷) ۳ لا^{3} − ۳ لا^{2}ی + لا ی^{2} − ی^{3} اور ۴ لا^{2} − لا ی − ۳ ی^{2}

(۱۸) ۳ ا^{3} − ۳ ا^{2}ب + اب^{2} − ب^{3} اور ۴ ا^{2} − ۵ اب + ب^{2}

(۱۹) لا^{4} − لا^{2} + لا − ا^{4} اور لا^{4} − ا^{4} کا

(۲۰) لا^{4} − ۳ لا^{3}ی + ۳ لا^{2}ی^{2} − ی^{4} اور لا^{4} − ۳ لا^{3}ی + ۲ لا^{2}ی^{2} − ۲ لا ی^{3} + ی^{4} کا

(۲۱) ۳۰ لا۳ + لا۲ − ۱ اور ۷۵ لا۳ + ۱۵ لا۲ − ۳ لا − ۳ کا

(۲۲) لا۴ − ۶ لا۳ + ۳ لا۲ − ۱۲ لا + ۴ اور لا۴ − ۴ لا۳ + ۸ لا۲ − ۱۶ لا۲ + ۱۶ لا

(۲۳) ۲ ا۳ − ۱۱ ا۲ ب + ۱۲ ب۲ اور ۳ ا۳ − ۸۴ ا ب۲

(۲۴) ۲ لا۵ − ۴ لا۴ + ۸ لا۳ − ۲ لا۲ + ۶ لا اور ۳ لا۵ − ۳ لا۴ − ۶ لا۳ + ۹ لا۲ − ۳ لا

(۲۵) ۳۶ ا۳ − ۸۱ ا۵ − ۲۷ ا۲ + ۹ ا۳ اور ۲۷ ا۵ ب − ۸۱ ا۲ ب − ۹ ا ب۳

(۲۶) ۳ ا۳ − ا۲ ب − ۲ ب۳ اور ۱۰ ا۲ + ۱۵ ا۲ ب − ۱۰ ا ب − ۱۵ ا ب۳ کا

(۲۷) لا۲ + لا ی − لا ی − ی۲ اور لا۳ − لا ی − لا ی + ی۳ کا

(۲۸) لا۶ + ۴ لا۵ − ۳ لا۴ − ۱۶ لا۳ + ۱۱ لا۲ + ۱۲ لا − ۹

اور ۶ لا۵ + ۲۰ لا۴ − ۱۲ لا۳ − ۴۸ لا۲ + ۲۲ لا + ۱۲

(۲۹) ۲ لا۳ − ۱۶ لا + ۶ اور ۵ لا۶ + ۱۵ لا۵ + ۵ لا + ۱۵

(۳۰) ا۳ − ب۲ ا۲ − ب ا۲ + ب۳ اور ا۵ − ب۲ ا۲ + ب ا۲ + ب۳ کا

(۳۱) ۴ لا۵ ی − ۴ لا۳ ی۳ + ۴ لا۲ ی۴ − لا ی۵ اور

۴ لا۵ + ۱۶ لا۴ ی − ۶ ۳ لا۳ ی۲ − ۱۲ لا۲ ی۳ + ۸ لا ی۴ کا

(۳۲) لا۲ + (ا − ب) لا − ا ب اور لا۲ + (ا + ب) لا + ا ب کا

(۳۳) لا۴ − (ا۲ + ب۲) لا۲ + ا۲ ب۲ اور لا۳ − (ا + ب) لا۲ + ۲ ا ب (ا + ب) لا − ا۲ ب۲

(۳۴) لا۲ − ع لا۲ + (ق − ۱) لا + ع لا − ق اور لا۳ − ق لا۲ + (ع − ۱) لا۲ + ق لا − ع

(۳۵) لا۲ − ۲ ا (ا − ب) لا + (ا۲ + ب۲) (ا − ب) لا − ا ب۲

اور لا۳ − (ا − ب) لا۲ + (ا − ب) ب لا − ب۲ کا

(۳۶) ا لا۶ + (ا + ب) لا۵ + (ا + ب + ج) لا۴ + (ا + ب + ج + د) لا۳ + (ب + ج + د) لا۲
+ (ج + د) لا + د اور ا لا۵ + (ا + ب) لا۴ + (ا + ب + ج) لا۳ + (ا + ب + ج) لا۲ + (ب + ج) لا + ج

(۳۷) ن ع^۳ ق + ۳ن ع^۲ ق^۲ − ۳ن ع ق^۳ − ن ق^۴ اور م ع^۲ ق − ۲م ع^۲ − م ع^۳ ق + ۳م ع ق^۳

(۳۸) ۱ + لا^۲ + لا + لا^۲ اور ۲ لا + ۳ لا^۲ + ۳ لا + ۳ لا^۲

(۳۹) ۲ لا^۴ + ۲ لا^۳ + ۲ لا^۱ + ۸ اور ۳ لا^۴ − ۳ لا^۳ + ۱۲ لا^۱ + ۱۵ لا

(۴۰) ی^لا لا^۲ + ی^لا − لا^۲ − ۱ اور ی^لا لا^۲ + ۲ ی^لا لا^۲ − ی^لا − ۲ ی^لا + لا^۲ − ۱

(۷۴) دو سے زیادہ جبریہ جملوں کا مشترک وفق اعظم دریافت کرو

فرض کرو کہ ط اور ص اور س جملے ہوں بموجب دفعہ ۷۳ کے ط اور ص کا مشترک مقسوم علیہ اعظم دریافت کرو تو د اور س کا مشترک وفق اعظم ط اور ص اور س کا وفق اعظم ہوگا

دلیل اسکی یہہ ہے کہ بموجب دفعہ ۷۳ کے ط اور ص کا ہر ایک وفق د کا وفق ہے اسواسطے ہر ایک وفق ط اور ص اور س کا وفق س اور د کا ہے اور ہر ایک وفق د کا وفق ط اور ص کا ہے اسواسطے ہر ایک د اور س کا وفق ط اور ص اور س کا ہے اسلئے معلوم ہوتا ہے کہ ط اور ص اور س کے وہی وفق ہیں جو د اور س کے وفق ہیں اسواسطے وفق اعلیٰ س اور د کا وفق اعلیٰ ط اور ص اور س کا ہوگا پس ہے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا

قاعدہ جملوں میں سے دو جملوں کا مشترک وفق اعظم دریافت کرو اور پھر اس وفق اعظم اور تیسرے جملے کا مشترک وفق اعظم دریافت کرو

اور اس قاعدہ سے جتنی مقداروں کا مشترک وفق اعظم چاہو نکال لو

امثلہ نمبری ۳۴

مثالیں حل کی ہوئی

مثال لا^۲ − ی^۲ اور لا^۳ + ی^۳ اور لا^۲ − ی^۲ کا معا دریافت کرو

لا^۴ − ی^۴ = (لا^۲ − ی^۲) (لا^۲ + ی^۲)

اسواسطے لا^۲ − ی^۲ معا لا^۴ − ی^۴ اور لا^۲ − ی^۲ کا ہے

اب معا لا^۲ − ی^۲ اور لا^۳ + ی^۳ کا دریافت کرو

لا^{2} − ا^{2} = (لا + ا) (لا − ا)

لا^{3} + ا^{3} = (لا + ا) (لا^{2} − ا لا + ا^{2})

اسواسطے لا + ا معا مطلوب ہے

امثلہ نمبری ۳۴ مشق کے واسطے

معا دریافت کرو

(۱) ا^{3} + ا^{2}ب − اب^{2} − ب^{3} و ا^{3} − ۳ا^{2}ب + ۳اب^{2} − ب^{3} اور ا^{3} − ۳ا^{2}ب − اب^{2} + ۳ب^{3} کا

(۲) لا^{3} − ۲ا^{3} − ا لا و لا^{3} − ۴ا^{2} لا − ۶ا^{3} + ا لا و لا^{3} − ۸ا^{3} + ۲ا لا کا

(۳) ا^{5} + ب^{5} و ا^{4} − ب^{4} و ا^{3} + ب^{3} کا

(۴) ۳لا^{3} − ۷لا^{2}ی + ۵لای^{2} − ی^{3} اور لا^{2}ی + ۳ لای^{2} − ۳لا^{3} − ی^{3} و ۳لا^{3} + ۵لا^{2}ی + لای^{2} − ی^{3} کا

مشترک ذواضعاف اقل

۷۵ حد اگر جملے جو ایک حرف مشترک کے قواء تنازلی کے موافق بہ ترتیب لکھے جائیں تو اس حرف کے لحاظ سے جو جملہ ادنی درجہ کا ایسا ہو کہ اون جملوں میں سے ہر ایک پر پورا منقسم ہو جاوے تو اوسکو مشترک ذواضعاف اقل اون جملوں کا کہتے ہیں اور اس ذواضعاف اقل کی جگہہ اختصاراً لفظ ضیق کا لکھا کرینگے

۷۶ دو جبریہ جملوں کے مشترک ذواضعاف اقل کے باب میں تحقیقات کرو

فرض کرو کہ ط اور ص سے جملے ہوں اور د اونکا مشترک وفق اعظم ایسا ہو کہ

ط = م د اور ص = ن د

اب چونکہ م اور ن کوئی وفق مشترک سواء واحد کے نہیں رکھتی (اسلئے کہ اگر ایسا ہو تو د مشترک وفق اعظم ط اور ص کا نہیں ہوسکتا) اسواسطے ظاہر اوسکا مشترک ذواضعاف = م ن د
اسواسطے ضیق م د اور ن د کا = م ن د

= (م د × ن د) ÷ د

= (ط × ص) ÷ د

= حاصلضرب جملونکا ÷ مشترک وفق اعظم

پس اسے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ
جملون کے حاصلضرب کو اونکے وفق مشترک اعظم پر تقسیم کرو
عمل اسطرح آسان ہوجاتا ہے کہ ایک جملہ کو پہلے مشترک وفق اعظم پر تقسیم کرین اور خارج قسمت کو
دوسرے جملے مین ضرب دین

انتباہ وہ جملے جو مقادیر مفرد کی طرح لکھے جاوین اونکا اور مقادیر مفرد کا مشترک ذو اضعاف اقل
فقط دیکھنے سے معلوم ہوجاتا ہے

٫٫ ط اور ص کا ذو اضعاف مشترک اونکے مشترک ذو اضعاف اقل کا اضعاف ہوتا ہے
فرض کرو کوئی اور ذو اضعاف مشترک ط اور ص کا ہے
اب اگر م اضعاف ف کا نہو تو فرض کرو کہ ف میں م ر دفعہ جاتا ہے اور ص باقی رہتا ہے
جو ف سے کم ہوگا یعنی یہہ فرض کرو کہ

ف) م (ر
رف
ص

اسواسطے ص = م - رف

اب چونکہ ط اور ص دونو ف کو پورا تقسیم کرتے ہین اسواسطے وہ رف کو بھی بموجب دفعہ
٫٫ کے پورا تقسیم کرینگے اور اسواسطے م - رف کو بھی یعنی ص کو لیکن ص چھوٹا ف سے ہے
پس اسے معلوم ہوا کہ ف مشترک ذو اضعاف اقل نہین اسے معلوم ہوا کہ م مین ف
پوری دفعہ شامل ہے یعنی جو م کو ف پر تقسیم کرنے سے کچھہ باقی نہین رہتا اسیواسطے
وہ ذو اضعاف ف کا ہے

امثلہ نمبری ۵۳ حل کی ہوئی

مثال ۱ ضیق ۶ ا۲ اور ۹ ا۲ کا دریافت کرو
معا ۶ ا۲ اور ۹ ا۲ کا ۳ ا۲ ہے

∴ ضیق = ۶ ا^{4} × ۹ ا^{5} / ۳ ا^{2} = ۵۴ ا^{9} / ۳ ا^{2} = ۱۸ ا^{7}

مثال ۲ ۱۲ لا^{2} ز^{3} ی^{4} اور ۸ ز^{5} ی^{3} لا^{2} کا دریافت کرو

معا ۱۲ لا^{2} ز^{3} ی^{4} اور ۸ ز^{5} ی^{3} لا^{2} کا ۴ لا^{2} ز^{3} ہے

∴ ضیق = ۱۲ لا^{2} ز^{3} ی^{4} × ۸ ز^{5} ی^{3} لا^{2} / ۴ لا^{2} ز^{3} ی^{3} = ۳ ی × ۸ ز^{5} ی^{3} لا^{2}

= ۲۴ لا^{2} ز^{5} ی^{4}

مثال ۳ ضیق لا^{2} − ا^{2} اور (لا − ا)^{2} کا دریافت کرو

لا^{2} − ا^{2} = (لا + ا) (لا − ا) اور (لا − ا)^{2} = (لا − ا)(لا − ا)

لا − ا معا لا^{2} − ا^{2} اور (لا − ا)^{2} کا ہے

∴ ضیق = (لا + ا) (لا − ا) (لا − ا) (لا − ا) / لا − ا

= (لا + ا) (لا − ا) (لا − ا)

= (لا + ا) (لا^{2} − ۲ ا لا + ا^{2})

= لا^{3} − ۲ ا لا^{2} + ا^{2} لا + ا لا^{2} − ۲ ا^{2} لا + ا^{3}

= لا^{3} − ا لا^{2} − ا^{2} لا + ا^{3}

مثال ۴ ضیق ا^{3} − لا^{3} اور ا^{2} − لا^{2} کا دریافت کرو

ا^{3} − لا^{3} = (ا − لا)(ا^{2} + ا لا + لا^{2}) اور ا^{2} − لا^{2} = (ا − لا)(ا + لا)

معا = ا − لا

∴ ضیق = (ا − لا) (ا^{2} + ا لا + لا^{2}) (ا − لا) (ا + لا) / ا − لا

= (ا^{2} + ا لا + لا^{2}) (ا^{2} − لا^{2})

= ا^{4} + ا^{3} لا + ا^{2} لا^{2} − ا^{2} لا^{2} − ا لا^{3} − لا^{4}

= ا^{4} + ا^{3} لا − ا لا^{3} − لا^{4}

مثال ۵ ضیق (ا^{2} لا − ا لا^{2}) اور ا لا (ا^{2} − لا^{2}) کا دریافت کرو

(ا^2 لا − ا لا^2)^2 = [ا لا (ا − لا)]^2 = ا^2 لا^2 (ا − لا)(ا − لا)

لا (ا^2 − لا^2)^2 = لا (ا + لا)^2 (ا − لا)^2

معا = ا لا (ا − لا)^2

∴ ضیق = ا^2 لا^2 (ا − لا)(ا − لا)(ا + لا)^2

= ا^2 لا^2 (ا^2 − لا^2)^2

امثلہ نمبری ۳۵ مشق کے واسطے

ضیق دریافت کرو

(۱) ا^2 اور ۳ اب کا ۸ ا^3 اور ۱۲ ا^4 کا ۹ ا لا^2 اور ۲۴ لا^5 کا

(۲) ۱۰ اب اور ۵ اب ج کا ۱۵ ا لا^2 ی^2 اور ۲۰ لا^2 ی^4 کا ۳۳ لا^{11} ی^{33} اور ۳ لا^3 ی^{11} کا

(۳) ا لا + ا ی اور ا لا − ا ی کا ا − لا اور ا^2 − لا^2 کا

(۴) ۳(ا + لا) اور ۴(ا^2 − لا^2) کا ا^2 ب لا − ا ب^2 ی اور ا ب لا + ب^2 ی کا

(۵) لا^2 + لا ی اور (لا + ی) ب^2 اور ب (ب + ا لا) کا

(۶) ۶ لا^2 + ۵ لا − ۶ اور ۶ لا^2 − ۱۳ لا + ۶ کا لا^2 − ۱ اور لا^2 + ۴ لا + ۳ کا

(۷) لا^3 − لا^2 ی اور لا^2 − ی^2 کا ۱۲ لا^2 − ۱۷ لا ی + ۶ ی^2 اور ۹ لا^2 + ۶ لا ی − ۸ ی^2

(۸) لا^2 − ۱ اور لا^3 + ۱ کا ۶ لا^2 + ۱۳ لا + ۶ اور ۸ لا^2 + ۶ لا − ۹ کا

(۹) لا^3 − ۷ لا^2 + ۶ لا اور لا^2 + ۲ لا − ۳ کا اور (لا + ۱)^2 اور لا^3 + ۱ کا

(۱۰) لا^3 + ب لا^2 + ا لا + اب اور لا^2 − (ا − ب) لا − اب کا

(۱۱) ۱۵ ا^5 + ۱۰ ا^4 ب + ۴ ا^3 ب^2 + ۶ ا^2 ب^3 − ۳ ا ب^4

اور ۱۲ ا^3 ب^2 + ۳۸ ا^2 ب^3 + ۱۶ ا ب^4 − ۱۰ ب^5 کا

(۱۲) لا^5 + لا^4 ی + لا^3 ی^2 + لا^2 ی^3 + لا ی^4 + ی^5 اور لا^5 − لا^4 ی + لا^3 ی^2 − لا^2 ی^3 + لا ی^4 − ی^5 کا

(۷۸) تین جبریہ جملوں کا مشترک ذو اضعاف اقل دریافت کرو

فرض کرو کہ ط اور ص اور س تین جملے ہین ط اور ص کا مشترک ذو اضعاف اقل م ہے بموجب
دفعہ ۷۶ کے دریافت کرو تو م اور س کا مشترک ذو اضعاف اقل ط اور ص اور س کا مشترک
ذو اضعاف اقل ہوگا دلیل اسکی یہہ ہے کہ ط اور ص کا ذو اضعاف م ہے اسیواسطے م اور
س کا ہر یک ذو اضعاف ط اور ص اور س کا ذو اضعاف ہوگا اور ہر یک ذو اضعاف
ط اور ص کا ذو اضعاف م کا ہے اسیواسطے ہر یک ذو اضعاف ط اور ص اور س کا
ذو اضعاف م اور س کا ہی اسیواسطے ط اور ص اور س کے وہی ذو اضعاف ہین جو م اور
س کے ذو اضعاف ہین اسیواسطے مشترک ذو اضعاف اقل م اور س کا ط اور ص اور س کا
مشترک ذو اضعاف اقل ہے

اس قاعدہ کی توسیع جتنی مقادیر تک چاہو کر سکتے ہو

امثلہ نمبر ۱۳ حل کی ہوئی

مثال ۱ لا − ۱ اور لا^2 − ۱ اور لا^2 − ۲لا + ۱ کا ضیق دریافت کرو

لا − ۱ = لا − ۱

لا^2 − ۱ = (لا + ۱)(لا − ۱)

∴ ضیق لا − ۱ اور لا^2 − ۱ کا = (لا + ۱)(لا − ۱)

اب (لا + ۱)(لا − ۱) اور لا^2 − ۲ لا + ۱ کے ضیق پانے کے واسطے

(لا + ۱)(لا − ۱) = (لا + ۱)(لا − ۱)

لا^2 − ۲ لا + ۱ = (لا − ۱)(لا − ۱)

∴ ضیق (لا + ۱)(لا − ۱) اور لا^2 − ۲ لا + ۱ کا = (لا + ۱)(لا − ۱)(لا − ۱)

= لا^3 − لا^2 − لا + ۱

∴ ضیق مطلوب = لا^3 − لا^2 − لا + ۱

مثال ۲ لا^2 − ی^2 اور (لا − ی)^2 اور لا^3 − ی^3 کا ضیق دریافت کرو

لا^2 − ی^2 = (لا + ی)(لا − ی)

(لا − ی)^2 = (لا − ی)(لا − ی)

∴ ضیق (لا^2 − ی^2) اور (لا − ی)^2 کا = (لا + ی)(لا − ی)(لا − ی)

اب (لا+ی)(لا−ی)(لا−ی) اور لا۳ − ی۳ کا ضیق دریافت کرنیکے واسطے

لا۳ − ی۳ = (لا − ی)(لا۲ + لای + ی۲)

∴ ضیق لا۳ − ی۳ اور (لا + ی)(لا − ی)(لا − ی) کا

= (لا۲ + لای + ی۲)(لا + ی)(لا − ی)۲

= لا۵ − لا۳ی۲ − لا۲ی۳ + ی۵

∴ ضیق مطلوب = لا۵ − لا۳ی۲ − لا۲ی۳ + ی۵

امثلہ نمبری ۳۶ مشق کیواسطے

ضیق دریافت کرو

(۱) اب و اج و بج کا

(۲) ا+ب اور ا−ب اور ا۲−ب۲ کا

(۳) ۶ لا و ۲ (لا+۱) اور ۲ (لا+۳) کا

(۴) ا و ا + ۲ب اور ا۲ − ۴ب۲ کا

(۵) لا و ۳لا − ۱ اور ۹لا۲ − ۱ کا

(۶) لا + ی و ۳لا اور ۳لا (لا − ی) کا

(۷) لا۲ و لا و (لا۲ + ۱)۲ اور لا۲ + ۱ کا

(۸) لا − ۱ و لا۲ + لا + ۱ و لا۳ − ۱ کا

(۹) اب و ا − ب اور ا۲ب − ب۳ کا

(۱۰) ۶لا۲ − ۱۳لا + ۶ و ۶لا۲ + ۵لا − ۶ و ۹لا۲ − ۴ کا

(۱۱) لا − ۱ و ۲ + ۲لا اور ۲لا۲ + ۲ کا

(۱۲) لا(لا+۱)(لا+۲) و لا(لا−۱)(لا−۲) اور لا(لا+۱)(لا−۱)

(۱۳) لا و ا و لا (لا+ا) اور ا(لا−ا)

(۱۴) ۲ لا + ۳ و لا + ۲ د ۲ (لا + ۳) اور ۳ (لا + ۲) (لا + ۳)

(۱۵) (ا ـ ب) (ا ـ ح) (لا + ا) و (ا ـ ب) (ب ـ ح) (ب + لا) اور (ا ـ ح) (ب ـ ح) (لا + ح)

(۱۶) ا + ب و ۳ (ا ـ ب) و ۳ (ا۲ ـ ب۲) و ۶ (ا + ب۲) اور (ا۲ + ب۲) کا

(۱۷) لا۳ ـ ۳ لا۲ + ۳ لا ـ ۱ و لا۳ ـ لا۲ ـ لا + ۱ و لا۳ ـ ۳ لا۲ + ۲ لا ـ ۱

اور لا۴ ـ ۲ لا۳ + ۲ لا۲ ـ ۲ لا + ۱ کا

(۱۸) لا۲ ـ ی۲ و لا۲ + ی۲ و (لا ـ ی)۲ و (لا + ی)۲ و لا۳ ـ ی۳ اور لا۳ + ی۳ کا

(۱۹) (۱ + لا)^ش و (۱ + لا)^ش+۱ و (۱ + لا)^ش+ن

(۲۰) (ا ـ ب + ح) و (ا + ب ـ ح) و (ح ـ ا + ب) و ح۲ ـ (ا ـ ب)۲ و ا۲ ـ (ب ـ ح)۲

کسور جبریہ

(۷۹) کسور جبریہ کے قاعدے اونہین اصول پر مبنی ہین جنپر کسور حسابیہ کے قاعدے مبنی تہے اور حساب مین مثالون سے قاعدون کا ثبوت لکہا تہا جبر مقابلہ مین بالعموم اونکا ثبوت لکہا جاتا ہے

(۸۰) کسر ا/ب سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ اکائی ب برابر حصون مین تقسیم ہوئی ہے اور اونہین سے ا حصہ لیگئے ہین اور کسر ا/ب سے وہ خارج قسمت بہی تعبیر ہوتا ہے جو ا کو ب پر تقسیم کرنے سے نکلتا ہے اسلئے کہ یہہ ایک ہی بات ہی کہ ہم ایک چیز کے ب برابر حصے کرین اور اونین ا حصے لین یا ا/ب حصہ ا اکائیون کو لین یعنی ا کو ب پر تقسیم کرین

(۸۱) ہر ایک صحیح مقدار ایسی کسر سمجہی جاسکتی ہے کہ اوسکا نسب نما ا ہو جیسے کہ $ا = \frac{ا}{۱}$

(۸۲) اگر کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما دونو کو ایک ہی مقدار مین ضرب دین یا دونو کو ایک ہی مقدار پر تقسیم کرین تو کسر کی قیمت مین فرق نہین آتا

اسواسطے کہ اگر کسر ا/ب مین اکائی کو ب برابر حصو نمین تقسیم کرنیکی جگہہ م ب برابر حصو نمین تقسیم کرین تو ہر ایک حصہ ان حصو نمین سے ۱/م وان حصہ اصل حصے کا ہوگا اور ایسے م ا حصے لیئے گئے برابر کسر کے ہونگے یعنی $\frac{ا}{ب} = \frac{م ا}{م ب}$

اور بالعکس اسکے

(۸۳) اگر کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کی تمام رقمون کی علامتین بدل دین تو کسر کی قیمت مین فرق نہین آتا اسواسطے کہ $\frac{+\text{ا}}{+\text{ب}} = \frac{-\text{ا}}{-\text{ب}}$ اور $\frac{-\text{ا}}{+\text{ب}} = \frac{+\text{ا}}{-\text{ب}}$

مثلاً $\frac{\text{لا}^2 - \text{ا}^2}{2\,\text{ا لا} - \text{لا}^2}$ اور $\frac{\text{ا}^2 - \text{لا}^2}{\text{لا}^2 - 2\,\text{ا لا}}$ ایک ہی کسرین ہین اسواسطے کہ $\frac{\text{ا}^2 - \text{لا}^2}{\text{لا}^2 - 2\,\text{ا لا}}$ درحقیقت $\frac{\text{لا}^2 - \text{ا}^2}{2\,\text{ا لا} - \text{لا}^2}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما کی تمام رقمونکو − ایک سے ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہے

(۸۴) اگر کسی کسر کو صحیح مقدار مین ضرب دینا ہو تو (۱) کسر کے شمار کنندہ مین اوس مقدار کو ضرب دو یا (۲) نسب نما پر تقسیم کرو اور اسکے بالعکس اگر کسی کسر کو صحیح مقدار پر تقسیم کرنا ہو تو (۳) نسب نما کو اوسمین ضرب دو یا (۴) شمار کنندہ اوسپر تقسیم کرو

مثلاً $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \text{م} = \frac{\text{ام}}{\text{ب}}$ اسواسطے کہ کسر $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ مین اکائی ب برابر حصونمین تقسیم ہوئی ہے اور اون حصون مین سے ا حصے لئے گئے ہین اور برخلاف اسکے کسر $\frac{\text{ام}}{\text{ب}}$ مین اکائی ب برابر حصونمین تقسیم ہوئی ہے اور ام حصے اونمین سے لئے گئے ہین یعنی پہلی کسر کی نسبت دوسری کسر مین م گنی حصے لئے گئے اسسے معلوم ہوا کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \text{م} = \frac{\text{ام}}{\text{ب}}$ (۱) ثابت ہوا

اب $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \div \text{ن} = \frac{\text{ا}}{\text{بن}}$ اسواسطے کہ کسر $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ مین اکائی ب برابر حصون مین تقسیم ہوئی ہے اور ا حصے اونمین سے لئے گئے ہین اور برخلاف اسکے $\frac{\text{ا}}{\text{بن}}$ مین اکائی ب ن برابر حصونمین تقسیم ہوئی ہے اور اونمین سے ا حصے لی گئی ہین اب چونکہ دوسری کسر مین ہر یک حصہ $\frac{\text{ا}}{\text{ن}}$ وان حصہ ہر یک پہلے حصہ کا ہے اسسے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{بن}}$ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کے ن وان حصہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کا ہے اسسے ثابت ہوا کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \div \text{ن} = \frac{\text{ا}}{\text{بن}}$ اسسے (۳) ثابت ہوا

اب $\frac{\text{ا}}{\text{بن}} \times \text{ن} = \frac{\text{نا}}{\text{بن}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اسسے (۲) ثابت ہے

$\frac{\text{ما}}{\text{ب}} \div \text{م} = \frac{\text{ما}}{\text{مب}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اسسے (۴) ثابت ہے

(۸۵) کسی صحیح کو ایسی کسر کی طرف تحویل کرو کہ اوسکا نسب نما ایک مقدار معلوم ہو

قاعدہ نسب نما معلوم کو صحیح مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو شمار کنندہ بناؤ تو یہہ

یہ

شمار کنندہ کسر مطلوب کا ہوگا اور اوسکی نیچے نسب نما مطلوب لکھو دفعات ۸۱ و ۸۳ سے ثبوت اسکا ظاہر ہے

مثلاً ۲ا کو ایک ایسی کسر سے تعبیر کرو کہ نسب نما اوسکا ب ہو تو وہ ۲ا ب / ب ہوگی اور ۲ا کو ایسی کسر کی طرف تحویل کرو کہ اوسکا نسب نما ا۲ - لا۲ ہو تو وہ ۲ا (ا۲ - لا۲) / ا۲ - لا۲

یعنی ۲ا۳ - ۲ا لا۲ / ا۲ - لا۲ ہے

(۸۶) ایک مقدار مخلوط کو کسر کی صورت مین لکھو

اسکا قاعدہ بہی وہی ہے جو حساب کے رسالہ مین دفعہ ۷۰ مین لکھا ہے کہ

قاعدہ صحیح حصہ کو کسر کے نسب نما مین ضرب دو اور حاصل ضرب کے ساتہہ شمار کنندہ کو مع اوسکی علامتون کے الحاق کرو اور اس مجموعہ کے نیچے پہلا نسب نما لکہو تو ماحصل کسر مطلوب ہوگی

امثلہ نمبری ۳۷ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۳ا + ۵ا / ۶ لا کی تحویل ایک کسر کی طرف کرو

بموجب قاعدہ کے عمل کرنے سے کسر

= ۳ا × ۶ لا + ۵ا / ۶ لا

= ۱۸ ا لا + ۵ا / ۶ لا

دلیل عمل مذکور کی

۳ا + ۵ا / ۶ لا = ۳ا / ۱ + ۵ا / ۶ لا = ۳ا × ۶ لا / ۶ لا + ۵ا / ۶ لا

= ۱۸ ا لا / ۶ لا + ۵ا / ۶ لا = ۱۸ ا لا + ۵ا / ۶ لا

مثال ۲ ۵ لا - ۲ لا - ۳ / ۷ کی تحویل ایک کسر کی طرف کرو

۵ لا - ۲ لا - ۳ / ۷ = ۵ لا × ۷ - (۲ لا - ۳) / ۷

انتباہ کسر ۲ لا - ۳ / ۷ کے اول جو علامت - کی ہے تو اوس سے مراد یہہ ہے کہ کل کسر تفریق کی گئی ہے اسواسطے شمار کنندہ کی ہر رقم کی علامت بدلکر ۵ لا کے ساتہہ

شامل کرو اسے معلوم ہوا کہ ماحصل یہ ہے ۳۵ لا − ۲ لا − ۳ = ۳۳ لا + ۳

امثلہ نمبری ۳۷ مشق کے واسطے

ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کو کسر کی صورت میں لکھو

(۱) ۳ا + ب/ح اور ۲ا + (الا − ا)/لا و ۵الا − (الا − ا²)/لا

(۲) ا + لا/(ا − لا) و ۲ا + (ا² − ب²)/(ا − ب) اور ا + لا + (ا² + لا²)/(ا − لا)

(۳) ۳ + ۳/(ا − لا) و الا − ۴ + (الا − ی)/(لا + ی) و (ا + ب + ح)/(ا + ح) − ۱

(۴) ا² − الا + لا² + ۲لا²/(ا + لا) و ا − (ا² − ۲الا + لا²)/(ا² + ا²)

(۱۷) ایک کسر کو صحیح یا مقدار مخلوط کی صورت میں لکھو

قاعدہ کسر کے شمار کنندہ کو نسب نما پر صحیح حصہ کے حاصل کرنیکے لیے تقسیم کرو اور اگر باقی بچے تو اوسکو شمار کنندہ بنا کر نسب نما پہلی کا لکھدو تو کسری حصہ حاصل ہو جائیگا

امثلہ نمبری ۳۸ حل کی ہوئی

مثال ۱ (۱۵ا² + ۲لا − ۳ح)/۵ا کو مقدار مخلوط کی طرف تحویل کرو

بموجب قاعدہ کے عمل کیا

(۱۵ا² + ۲لا − ۳ح)/۵ا = ۳ا + (۲لا − ۳ح)/۵ا

دلیل عمل مذکور کی

(۱۵ا² + ۲لا − ۳ح)/۵ا = ۱۵ا²/۵ا + (۲لا − ۳ح)/۵ا

= ۳ا + (۲لا − ۳ح)/۵ا

مثال ۲ (الا + ۲لا²)/(ا + لا) کو مقدار مخلوط کی طرف تحویل کرو

(الا + ۲لا²)/(لا + ا) = (الا + لا² + لا²)/(ا + لا)

= (لا (ا + لا) + لا²)/(ا + لا)

= لا + لا²/(ا + لا)

اشتلہ نمبری ۳۸

مشق ۱۵

ان کسور کو صحیح مقدار یا مخلوط مقدار کی طرف تحویل کرو

۱ $\frac{ا^۲ - لا^۲}{ا}$ و $\frac{۴ لا^۲ + ۲ لا ی}{۲ لا}$ و $\frac{۲۵ لا^۳ - ۳ ا^۲ + ۲ ح}{۵ لا}$ و $\frac{لا^۳ - ی^۳}{لا - ۱}$

۲ $\frac{۵ لا + ۲ لا^۲}{۱ + لا}$ و $\frac{ا + ۳ لا^۲}{۱ + لا}$ و $\frac{ا^۲ - لا^۲}{ا + لا^۲}$ و $\frac{لا^۲}{ا - لا^۲}$

۳ $\frac{لا^۲ + ۶ لا + ۲ + ۱ لا - ۵ ی^۲}{لا - ۲ ی + ۶}$ و $\frac{لا^۲ + لا}{لا - ۱}$ و $\frac{۴ لا - ۳ لا^۲ - ا^۲}{۲ ا - لا}$ و $\frac{۲ (ا^۲ + لا^۳)}{ا^۲ + لا^۲}$

۸۸ ایک کسر کی ارقام کو بنھایت مختصر بناؤ

کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو اونکے مشترک وفق اعظم پر تقسیم کرو

مثالیں ۳۹

مثالیں حل کی ہوئی

مثال ۱ $\frac{لا^۳ ی - ا^۲ لا ی}{لا^۲ + ۲ ا لا + ا^۲}$ کو بنھایت مختصر کرو

$$\frac{لا^۳ ی - ا^۲ لا ی}{لا^۲ + ۲ ا لا + ا^۲} = \frac{لا ی (لا^۲ - ا^۲)}{(لا + ا)(لا + ا)} = \frac{لا ی (لا + ا)(لا - ا)}{(لا + ا)(لا + ا)}$$

بظاہر لا + ا معا شمار کنندہ اور نسب نما کا ہے اسواسطے کسر بنھایت مختصر

$$= \frac{لا ی (لا - ا)}{لا + ا}$$

$$= \frac{لا^۲ ی - ا لا ی}{لا + ا}$$

مثال ۲ $\frac{لا^۳ - ۳ لا^۲ ی + ۵ لا ی^۲ - ۳ ی^۳}{لا^۳ - ۳ لا^۲ ی + ۳ ی^۳}$ کو بنھایت مختصر کرو

لا^۳ - ۳ لا^۲ ی + ۲ ی^۲) لا^۳ - ۳ لا^۲ ی + ۵ لا ی^۲ - ۳ ی^۳ (لا

لا^۳ - ۳ لا^۲ ی + ۳ لا ی^۲

۲ لا ی^۲ - ۳ ی^۳

= ۲ ی^۲ (لا - ی)

لا - ی) لا^۲ - ۳ لا ی + ۲ ی^۲ (لا - ۲ ی

لا^۲ - لا ی

- ۲ لا ی + ۲ ی^۲

- ۲ لا ی + ۲ ی^۲

اسواسطے لا - ی نیا شمار کنندہ اور نسب نما ہے

(لا − ی) لا³ − ۳ لا² ی + ۵ لا ی² − ۳ ی³ (لا² − ۲ لا ی + ۳ ی²

لا³ − لا² ی

− ۲ لا² ی + ۵ لا ی²

− ۲ لا² ی + ۲ لا ی²

۳ لا ی² − ۳ ی³

۳ لا ی² − ۳ ی³

(لا − ی) لا² − ۳ لا ی + ۲ ی² (لا − ۲ ی

لا² − لا ی

− ۲ لا ی + ۲ ی²

− ۲ لا ی + ۲ ی²

اس واسطے کسر بغایت مختصر = (لا² − ۲ لا ی + ۳ ی²) / (لا − ۲ ی)

امثلہ نمبری ۳۹ مشق کے واسطے

کسور ذیل کو بغایت مختصر کرو

(۱) ۹ ا لا / ۱۵ ا² ، ۵ ا لا² / ۱۵ ب لا³ ، ۳ ا ب لا / ۹ ا لا ، ۱۴ لا² ی / ۷ لا³ ی

(۲) ۹۶ ا² لا² ی² / ۳۶ ا² لا³ ی ، ۱۵ لا³ − ۷ لا² + ۴ ۳ لا / ۱۷ لا ، ۶ لا³ ی + ۱۲ لا² ی² − ۱۸ لا ی³ / ۶ ا لا

(۳) ا لا² + لا³ / ۳ ج لا − ا لا ، ۴ لا³ ی² − ۱۲ لا² ی³ / ۴۲ لا³ ی³ ، ۳ ا² + ۳ ا لا / ا² − لا²

(۴) ا − ب / ا² − ب² ، لا² − ب² / ا² − ب² لا ، ۲ لا³ + ۵ لا² − ۳ لا / لا³ + ۲ لا² − ۳ لا

(۵) ا² + ۳ ا / ا² + ۴ ا + ۴ ، ۳ ا لا² − ۱۳ ا لا + ۱۴ ا / ۷ لا² − ۱۷ لا + ۶ ، ۱۰ لا − ۲۴ لا² + ۱۴ لا³ / ۱۵ − ۲۴ لا + ۳ لا² + ۶ لا³

(۶) لا³ − ۹ لا² + ۳۰ لا − ۱۶ / لا³ − ۸ لا + ۷ لا² ، ۲ ا لا³ + ا لا² − ۸ ا لا + ۵ ا / ۷ لا³ − ۱۲ لا² + ۵ لا

(۷) لا³ − ۳ لا² + ۳ لا − ۲ / لا³ − ۴ لا² + ۶ لا − ۴ ، ۱۲ (ا³ − لا³) / ۱۵ (ا² − لا²)

(۸) لا² − (ا − ب) لا − ا ب / لا² + ب لا + ا لا + ا ب ، لا² + (۲ ج − ا) لا + ج² / لا² + ۲ ا لا + ا² − ج²

(۹) ا² + (ا + ا) ا ب + ب² / ا² − ب² ، لا⁴ + ا لا³ − ۹ ا² لا² + ۱۱ ا³ لا − ۴ ا⁴ / لا⁴ − ا لا³ − ۳ ا² لا² + ۵ ا³ لا − ۲ ا⁴

(۱۰) ا⁵ + ۳ ا ب⁴ − ۴ ا² ب³ / ا³ − ا² ب − ا ب² + ب³ ، ۱۵ لا³ + ۳۵ لا² + ۳ لا + ۷ / ۲۷ لا³ + ۶۳ لا² − ۱۲ لا − ۲۸

(۱۱) (لا³ − (۲ا + ب) لا² + (ا² + ۲اب) لا − ا²ب) / (لا³ − (۲ا + ب) لا² + (۲اب + ا²) لا − ا²ب) و (ا لا² − ب لا + ۱) / (اب لا − ب³ لا²)

(۱۲) (۳لا³ − ۵لا² + ۴لا² + ۱۷لا + ۵) / (۵لا⁴ − ۹لا³ + ۱۴لا² + ۹لا + ۳۵) و (۹لا² − ۳لا² د − ۶لا د² + ۲د³) / (۶لا³ − ۳لا² د − ۴لا د² + ۲د³)

(۱۳) (۵ا⁴ + ۱۰ا³ لا + ۵ا² لا² + ا لا³) / (ا³ لا + ۲ا² لا² + ۲ا لا³ + لا⁴) و (لا⁴ + ۵ا لا³ − ا² لا² − ۵ا³ لا) / (لا⁴ + ۳ا لا³ − ا² لا − ۳ا³)

(۱۴) ((اب − ۱)² + (ا + ب − ۲)(ا + ب − ۲اب)) / ((اب + ۱)² − (ا + ب)²) و (ی² لا² + ی لا³ − لا³ − ۱) / (ی² لا² + ۲ی لا² − ی لا − ۲ی لا + لا² − ۱)

(۸۹) کسرونکے مختلف نسب نما ہین اونکی مساوی ایسی کسرین دریافت کرو کہ اونکا نسب نما یکسان ہو

قاعدہ ہر کسر کے شمار کنندہ کو سوا اپنی نسب نما کے سب نسب نماؤن میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو نیا شمار کنندہ اوس کسر کا بناؤ اور سب نسب نماؤن کو ضرب دیکر نیا نسب نما بناؤ

مثالین جو پہلے حل کی ہوئی

مثال ۱ ا/ب و ج/د اور ر/س کا نسب نما متحد بناؤ

بموجب قاعدہ کے عمل کرنے سے

ا/ب = (ا × د × س)/(ب × د × س) = ادس/بدس

ج/د = (ج × ب × س)/(ب × د × س) = جبس/بدس

ر/س = (ر × ب × د)/(ب × د × س) = ربد/بدس

اسواسطے کسور مطلوب ادس/بدس و جبس/بدس و ربد/بدس ہین

اب یہہ ظاہر ہے کہ ہر کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما ایک ہی مقدار مین ضرب کہاتی ہین اسلیے اونکی قیمت مین فرق نہین آتا گو سب کسور کا نسب نما یکسان ہوگیا

انتباہ اگر کسور مفروضہ کے نسب نما کوئی وفق مشترک رکھین تو کسرون کی برابر کسرین ایسی دریافت ہوسکتی ہین جنکا نسب نما متحد ہو اول نسب نماؤن کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو اور پہر ہر شمار کنندہ کو اوس خارج قسمت مین ضرب دو جو اوس مشترک ذو اضعاف اقل کو اوسکے نسب نما پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوا اور ہر نئی شمار کنندہ کے نیچے اس مشترک ذو اضعاف اقل کو لکہدو

مثال ۲ ۔ ۳لا / ۵ا و ۴ب لا / ۳ا و ۵لا² / ا کی برابر کسرین ایسی دریافت کرو جنکا نسب نما متحد اقل ہو

اب ضیق ۵ا و ۳ا و ا کا = ۱۵ا اسواسطے کسرین یہہ ہونگین

۳لا / ۵ا × ۳ / ۳ و ۴ب لا / ۳ا × ۵ / ۵ اور ۵لا² / ا × ۱۵ / ۱۵

یعنی ۹لا / ۱۵ا و ۲۰ب لا / ۱۵ا و ۷۵لا² / ۱۵ا

مثال ۳ ۔ ۲ / (۲لا − ۳) و (۲لا + ۱) / (۴لا² + ۹) و (۲لا² − ۱) / (۴لا² − ۹) کی برابر کسرین ایسی دریافت کرو کہ اونکا نسب نما متحد اقل ہو چونکہ ۲لا − ۳ اور ۴لا² + ۹ کا کوئی وفق مشترک سوا ا کے نہین ہے

∴ اوسکا ضیق = (۲لا − ۳) (۴لا² + ۹) . . . . . (۱)

اور نیز ۴لا² − ۹ = (۲لا − ۳) (۲لا + ۳) . . . . . (۲)

اب معا (۱) اور (۲) کا ۲لا − ۳ ہے

∴ ضیق نسب نمایون کا = (۲لا − ۳) (۲لا + ۳) (۴لا² + ۹) = ۱۶لا⁴ − ۸۱

∴ ۲ / (۲لا − ۳) = ۲ / (۲لا − ۳) × (۲لا + ۳)(۴لا² + ۹) / (۲لا + ۳)(۴لا² + ۹) = (۱۶لا³ + ۲۴لا² + ۳۶لا + ۵۴) / (۱۶لا⁴ − ۸۱)

(۲لا + ۱) / (۴لا² + ۹) = (۲لا + ۱) / (۴لا² + ۹) × (۲لا − ۳) / (۲لا − ۳) × (۲لا + ۳) / (۲لا + ۳) = (۸لا³ + ۴لا² − ۱۸لا − ۹) / (۱۶لا⁴ − ۸۱)

(۲لا² − ۱) / (۴لا² − ۹) = (۲لا² − ۱) / (۴لا² − ۹) × (۴لا² + ۹) / (۴لا² + ۹) = (۸لا⁴ + ۱۴لا² − ۹) / (۱۶لا⁴ − ۸۱)

اسواسطے کسور یہہ ہین

(۱۶لا³ + ۲۴لا² + ۳۶لا + ۵۴) / (۱۶لا⁴ − ۸۱) و (۸لا³ + ۴لا² − ۱۸لا − ۹) / (۱۶لا⁴ − ۸۱) و (۸لا⁴ + ۱۴لا² − ۹) / (۱۶لا⁴ − ۸۱)

امثلہ نمبری ۴۔ مشق کے واسطے

ان کسور کو ایسی کسرون کی طرف تحویل کرو کہ جنکا نسب نما متحد ہو

(۱) ۲ا / ۳ و ۳ب / ۵ و ۴ج / ۷ (۲) ا / ۳ و ۲ا / ۵ و ۷ا / ۱۰

(۳) لا / ی و ی / لا (۴) ا / ب و ج / ی و د / ی

(۵) لا / اب و ی / اج و ی / ب ج (۶) ۵لا / (ا + لا) و (ا − لا) / ۲ و ا / ۳لا

(۷) $\frac{\text{ل}}{\text{ا}-\text{ب}}$ و $\frac{\text{ل}}{\text{ا}+\text{ب}}$ (۸) $\frac{۲}{\text{اب}}$ و $\frac{۳}{\text{ب ج}}$ و $\frac{۴}{\text{ج ا}}$

(۹) $\frac{۱}{\text{ا}-\text{ل}}$ و $\frac{۱}{\text{ا}^2-\text{ل}^2}$ (۱۰) $\frac{\text{ل}}{\text{ا}^2+\text{ل}^2}$ و $\frac{\text{ل}}{\text{ا}^2-\text{ل}^2}$

(۱۱) $\frac{۲}{\text{اب}}$ و $\frac{۳}{\text{۲ب ج}}$ و $\frac{۴}{\text{۳ج د}}$ و $\frac{۵}{\text{۴د ر}}$ و $\frac{۶}{\text{۵ر س}}$ (۱۲) $\frac{۲}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ و $\frac{\text{۳ا}}{\text{ا}^3-\text{ب}^3}$

(۱۳) $\frac{۱}{\text{ا}^2(\text{ا}+\text{ل})}$ و $\frac{۱}{\text{ا}^2(\text{ا}-\text{ل})}$ و $\frac{۲}{\text{ا}(\text{ا}^2-\text{ل}^2)}$ (۱۴) $\frac{\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}}$ و $\frac{۲}{\text{ا}^2\text{ب}-\text{ب}^3}$ و $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

(۱۵) $\frac{\text{ل}}{۱-\text{ل}}$ و $\frac{\text{ل}^2}{۱-\text{ل}^2}$ و $\frac{\text{ل}}{۱+\text{ل}^2-\text{ل}}$ (۱۶) $\frac{۱+\text{ل}}{۱-\text{ل}}$ و $\frac{۱+\text{ل}^2}{۱+\text{ل}+\text{ل}^2}$ و $\frac{\text{۳ل}}{۱-\text{ل}^3}$

جمع و تفریق کسور

(۹۰) قاعدہ کسور کو اگر ضرورت ہو تو ایسی مساوی الکسور کی طرف تحویل کرو جنکے نسب نما یکسان ہوں اور اگر جمع کرنی ہو تو شمار کنندوں کو جمع کرو اور اگر تفریق کرنی ہو تو شمار کنندوں کو تفریق کرو اور ماحصل کے نیچے نسب نما مشترک لکھدو

دلیل اسکی یہہ ہے کہ اگر $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اور $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ کسور مفروضہ ہوں تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ = ل کے اور $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ = ی کے فرض کرو تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}\times\text{ب} = \text{ل}\times\text{ب}$ اور $\frac{\text{ج}}{\text{د}}\times\text{د} = \text{ی}\times\text{د}$

یعنی ا = ب ل اور ج = د ی

∴ ا د = ب د ل اور ب ج = ب د ی

∴ ب د ل ± ب د ی = ا د ± ب ج

یعنی ب د (ل ± ی) = ا د ± ب ج

ان مساویوں میں سے ہر ایک کو ب د پر تقسیم کرو

ل ± ی یعنی $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \pm \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{ا د} \pm \text{ب ج}}{\text{ب د}}$

اسئلہ نمبری ۱۴
حل کی ہوئی

مثال ۱ $\frac{\text{۳ا}}{۵}$ و $\frac{\text{۲ا}}{۷}$ و $\frac{\text{ا}}{۳}$ کو جمع کرو

نسب نماؤں کا ذو اضعاف اقل = ۵ × ۷ × ۳ = ۱۰۵

اسیواسطے کسور کی یہہ صورتین ہونگی

$\frac{3\times 7\times 3\text{ا}}{3\times 7\times 5}$ یعنی $\frac{63\text{ا}}{105}$

$\frac{3\times 5\times 2\text{ا}}{3\times 5\times 7}$ یعنی $\frac{30\text{ا}}{105}$ اور $\frac{5\times 7\times \text{ا}}{5\times 7\times 3}$ یعنی $\frac{35\text{ا}}{105}$

اسیواسطے اونکا حاصل جمع = $\frac{35\text{ا}+30\text{ا}+63\text{ا}}{105}=\frac{128\text{ا}}{105}$

مثال ۲ $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}}$ اور $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}}$ کا حاصل جمع دریافت کرو

ضیق نسب نماؤن کا = $(\text{ا}-\text{ب})(\text{ا}+\text{ب}) = \text{ا}^2-\text{ب}^2$

اسیواسطے کسرون کی یہہ صورتین ہو جائینگین

$\frac{(\text{ا}+\text{ب})(\text{ا}+\text{ب})}{(\text{ا}-\text{ب})(\text{ا}+\text{ب})}$ یا $\frac{\text{ا}^2+2\text{ا}\text{ب}+\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$ اور $\frac{(\text{ا}-\text{ب})(\text{ا}-\text{ب})}{(\text{ا}+\text{ب})(\text{ا}-\text{ب})}$ یعنی $\frac{\text{ا}^2-2\text{ا}\text{ب}+\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$

اسیواسطے اونکا حاصل جمع = $\frac{\text{ا}^2+2\text{ا}\text{ب}+\text{ب}^2+\text{ا}^2-2\text{ا}\text{ب}+\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$

$=\frac{2\text{ا}^2+2\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}=\frac{2(\text{ا}^2+\text{ب}^2)}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}$

مثال ۳ $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}}$ و $\frac{\text{ج}-\text{ا}}{\text{ا}\text{ج}}$ و $\frac{\text{ب}-\text{ج}}{\text{ب}\text{ج}}$ کو جمع کرو

ضیق نسب نماؤن = $\text{ا}\text{ب}\text{ج}$

اسیواسطے کسور کی یہہ صورتین ہونگین

$\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}}\times\frac{\text{ج}}{\text{ج}}$ یا $\frac{\text{ا}\text{ج}-\text{ب}\text{ج}}{\text{ا}\text{ب}\text{ج}}$ و $\frac{\text{ج}-\text{ا}}{\text{ا}\text{ج}}\times\frac{\text{ب}}{\text{ب}}$ یعنی $\frac{\text{ب}\text{ج}-\text{ا}\text{ب}}{\text{ا}\text{ب}\text{ج}}$ و $\frac{\text{ب}-\text{ج}}{\text{ب}\text{ج}}\times\frac{\text{ا}}{\text{ا}}$ یعنی $\frac{\text{ا}\text{ب}-\text{ا}\text{ج}}{\text{ا}\text{ب}\text{ج}}$

اسیواسطے اونکا حاصل جمع = $\frac{\text{ا}\text{ج}-\text{ب}\text{ج}+\text{ب}\text{ج}-\text{ا}\text{ب}+\text{ا}\text{ب}-\text{ا}\text{ج}}{\text{ا}\text{ب}\text{ج}}=\frac{}{\text{ا}\text{ب}\text{ج}}=0$

مثال ۴ جمع کرو $\frac{1}{4\text{ا}^3(\text{ا}+\text{ل})}+\frac{1}{4\text{ا}^3(\text{ا}-\text{ل})}+\frac{1}{2\text{ا}(\text{ا}^2-\text{ل}^2)}$

ضیق نسب نماؤن = $4\text{ا}^3(\text{ا}+\text{ل})(\text{ا}-\text{ل})$

$=4\text{ا}^3(\text{ا}^2-\text{ل}^2)$

اسیواسطے کسور یہہ ہونگین

$\frac{\text{ا}-\text{ل}}{4\text{ا}^3(\text{ا}^2-\text{ل}^2)}$ و $\frac{\text{ا}+\text{ل}}{4\text{ا}^3(\text{ا}^2-\text{ل}^2)}$ و $\frac{2\text{ا}^2}{4\text{ا}^3(\text{ا}^2-\text{ل}^2)}$

اسیواسطے اونکا حاصل جمع = $\frac{\text{ا}-\text{ل}+\text{ا}+\text{ل}+2\text{ا}^2}{4\text{ا}^3(\text{ا}^2-\text{ل}^2)}$

$$= \frac{...}{(ا - لا)}$$

مثال ٥ $\frac{ا - ب}{ا + ب}$ کو $\frac{ا^2 + ب^2}{ا^2 - ب^2}$ مین سے تفریق کرو

ذو اضعاف اقل نسب نماؤن کا = $ا^2 - ب^2$

اسواسطے حاصل تفریق $= \frac{ا^2 + ب^2}{ا^2 - ب^2} - \frac{ا - ب}{ا + ب} \times \frac{ا - ب}{ا - ب}$

$$= \frac{ا^2+ب^2}{ا^2-ب^2} - \frac{ا^2 - ٢اب + ب^2}{ا^2 - ب^2} = \frac{ا^2 + ب^2 - (ا^2 - ٢اب + ب^2)}{ا^2 - ب^2} = \frac{ا^2 + ب^2 - ا^2 + ٢اب - ب^2}{ا^2 - ب^2} = \frac{٢اب}{ا^2 - ب^2}$$

مثال ٦ $\frac{ع ق - ق^2}{ع^2 - ق^2}$ کو $\frac{ع^2 - ع ق}{ع^2 - ق^2}$ مین سے تفریق کرو

حاصل تفریق $= \frac{ع^2 - ع ق}{ع^2 - ق^2} - \frac{ع ق - ق^2}{ع^2 - ق^2} = \frac{ع^2 - ع ق - ع ق + ق^2}{ع^2 - ق^2}$

$$= \frac{ع^2 - ٢ع ق + ق^2}{ع^2 - ق^2} = \frac{(ع - ق)^2}{(ع - ق)(ع + ق)} = \frac{ع - ق}{ع + ق}$$

٧ $\frac{\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا}}$ کو $\frac{\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا}}$ مین سے تفریق کرو

ضیق نسب نماؤن کا $= (\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا})(\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا})$

$$= \left[(ا + لا) - (ا - لا)\right] = ٢لا$$

اسواسطے حاصل تفریق $= \frac{\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا}} \cdot \frac{\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا}}$

$$- \frac{\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا} + \sqrt{ا-لا}} \cdot \frac{\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا} - \sqrt{ا-لا}}$$

$$= \frac{ا + لا + ٢\sqrt{ا^2 - لا^2} + ا - لا}{٢لا} - \frac{ا + لا - ٢\sqrt{ا^2 - لا^2} + ا - لا}{٢لا}$$

$$= \frac{٢ا + ٢\sqrt{ا^2 - لا^2}}{٢لا} - \frac{٢ا - ٢\sqrt{ا^2 - لا^2}}{٢لا}$$

$$= \frac{٤\sqrt{ا^2 - لا^2}}{٢لا} = \frac{٢\sqrt{ا^2 - لا^2}}{لا}$$

اگر جملہ مین بعض ارقام کی تو علامت + ہو اور بعض کی − تو جن ارقام کے اول + ہو انکو جمع کرو اور جن ارقام کے اول − ہو انکو بھی جمع کرو اور پہلے مجموعہ مین سے دوسرے مجموعہ کو تفریق کرو جس طریقہ سے یہہ عمل ہوگی اونکی مثالین نیچے لکھکر توضیح کرتے ہین

مثال ۸ اس جملہ کو مختصر کرو

$$\frac{۲}{۲لا+۱} - \frac{۱}{۴لا+۱} + \frac{۳}{۳لا+۲}$$

نسب نمایون کا ضیق $= (۲لا+۱)(۴لا+۳)(۳لا+۲) = ۲۴لا^۳ + ۴۶لا^۲ + ۲۹لا + ۶$

اسواسطے جملہ

$$= \frac{۲(۴لا+۳)(۳لا+۲) - ۸(۲لا+۱)(۳لا+۲) + ۳(۲لا+۱)(۴لا+۱)}{۲۴لا^۳ + ۴۶لا^۲ + ۲۹لا + ۶}$$

$$= \frac{۲۴لا^۲ + ۳۴لا + ۱۲ - (۴۸لا^۲ + ۵۶لا + ۱۶) + (۲۴لا^۲ + ۳۰لا + ۹)}{۲۴لا^۳ + ۴۶لا^۲ + ۲۹لا + ۶}$$

$$= \frac{۲۴لا^۲ + ۳۴لا + ۱۲ - ۴۸لا^۲ - ۵۶لا - ۱۶ + ۲۴لا^۲ + ۳۰لا + ۹}{۲۴لا^۳ + ۴۶لا^۲ + ۲۹لا + ۶}$$

$$= \frac{۸لا + ۹}{۲۴لا^۳ - ۴۶لا^۲ + ۲۹لا + ۶}$$

مثال ۹ اس جملہ کو مختصر کرو

$$\frac{ا+ب}{ا-ب} - \frac{ا-ب}{ا+ب} + \frac{ا^۲+ب^۲}{ا^۲-ب^۲}$$

ضیق نسب نمایون کا $= (ا+ب)(ا-ب) = (ا^۲ - ب^۲)$

اسیواسطے جملہ

$$= \frac{(ا+ب)(ا+ب)(ا^۲+ب^۲) - (ا-ب)(ا-ب)(ا^۲+ب^۲) + (ا^۲+ب^۲)(ا^۲+ب^۲)}{ا^۲ - ب^۲}$$

$$= \frac{ا^۳ + ۳ا^۲ب + ۳اب^۲ + ب^۳ - (ا^۳ - ۳ا^۲ب + ۳اب^۲ - ب^۳) + ا^۴ + ۲ا^۲ب^۲ + ب^۴}{ا^۲ - ب^۲}$$

$$= \frac{۲ا^۳ + ۲ا^۲ب + ۴ا^۲ب^۲ + ۲اب^۳ + ۲ب^۳ - ا^۴ + ۲ا^۲ب^۲ - ب^۴}{ا^۲ - ب^۲}$$

$$= \frac{ا^۴ + ۲ا^۳ب + ۶ا^۲ب^۲ + ۲اب^۳ + ب^۴}{ا^۲ - ب^۲}$$

مثال ۱۰ جملہ کو مفرد بناؤ

$$\frac{۱}{لا^۳} + \frac{۱}{لا^۲} - \frac{۱}{لا} - \frac{۱}{(لا^۲+۱)^۲} + \frac{لا-۱}{لا^۲+۱}$$

اب $\frac{۱}{لا^۳} + \frac{۱}{لا^۲} - \frac{۱}{لا} = \frac{۱ + لا - لا^۲}{لا^۳}$

اسیواسطے جملہ $= \frac{۱ + لا - لا^۲}{لا^۳} - \frac{۱}{(لا^۲+۱)^۲} + \frac{لا-۱}{لا^۲+۱}$

اسیواسطے ضیق نسب نمایون کا $= لا^۳ (لا^۲ + ۱)^۲$

اسیواسطے جملہ

$$= \frac{۱ + لا - لا^۲}{لا^۳} \times \frac{(لا^۲+۱)^۲}{(لا^۲+۱)^۲} - \frac{لا^۳}{لا^۳(لا^۲+۱)^۲} + \frac{(لا-۱)لا^۳(لا^۲+۱)}{لا^۳(لا^۲+۱)^۲}$$

= (لا۵ + ۲لا۴ + ۱ + لا۲ + ۲لا۳ + لا − لا۲ − ۲لا۳ − لا۴ − لا۳ + لا۲ + لا + لا۲ − لا۳ − لا۳) / لا۳ (لا + ۱)۲

= (لا۲ + لا + ۱) / لا۳ (لا + ۱)۲

مثال ۱۱ — (ا + ج) / (ا − ب)(لا − ا) − (ب + ج) / (ا − ب)(لا − ب) کو مفرد بناؤ

ضیق نسب نماؤن کا = (ا − ب) (لا − ا) (لا − ب)

اسیواسطے جملہ

= ((ا + ج)(لا − ب) − (ب + ج)(لا − ا)) / (ا − ب)(لا − ا)(لا − ب) = (الا + ج لا − اب − ب ج − ب لا − ج لا + اب + اج) / (ا − ب)(لا − ا)(لا − ب)

= (الا − ب ج − ب لا + اج) / (ا − ب)(لا − ا)(لا − ب)

= (ا − ب)(لا + ج) / (ا − ب)(لا − ا)(لا − ب) = (لا + ج) / (لا − ا)(لا − ب)

مثال ۱۲ — جمع کرو (ا − لا) / لا ، ۲ا / (ا − لا) ، (ا۲ + الا) / (الا − لا۲)

(ا۲ + الا) / (الا − لا۲) = ا(ا + لا) / لا(ا − لا) = ا(ا + لا) / لا(ا + لا)(ا − لا)

= ا / لا(ا − لا)

= − ا / لا(لا − ا)

شمار کنندہ کی علامت اور نسب نما کی سب رقمونکی علامت اسواسطے بدل دی کہ دوسری کسر کا نسب نما ا − لا ہے لا − ا نہیں ہے

اسیواسطے حاصل جمع = (ا − لا) / لا + ۲ا / (ا − لا) − ا / لا(ا − لا)

ذو اضعاف نسب نماؤن کا = لا (ا − لا)

اسیواسطے جملہ

= (ا − لا)(ا − لا) / لا(ا − لا) + ۲ا لا / لا(ا − لا) − ا / لا(ا − لا)

= (ا۲ − ۲الا + لا۲ + ۲الا − ا) / لا(ا − لا)

= لا۲ / لا(ا − لا) = لا / (ا − لا)

مثال ۱۳ — جمع کرو لا(لا + ۱) / (لا − ۱) ، (۵لا − لا۲) / (۱ − لا) ، ۳ا / (ا − لا)

مثال آخر مین جس وجہ سے علامتین شمار کنندہ اور نسب نما کی بدلی ہین یہان بھی بدل دو

لا(ا + لا)/(ا − لا) + (٥ الا − لا²)/(لا − ا) + ٢ا²/(ا − لا)

= لا(ا + لا)/(ا − لا) + (لا² − ٥ الا)/(ا − لا) + ٢ا²/(ا − لا)

= (الا + لا² + لا² − ٥ الا + ٢ا²)/(ا − لا)

= (٢لا² − ٤ الا + ٢ا²)/(ا − لا) = ٢(لا² − ٢ الا + ا²)/(ا − لا)

= ٢(ا − لا)(ا − لا)/(ا − لا)

= ٢(ا − لا)

مثال ٤ جمع کرو

ا²/((ا − ب)(ا − ج)) + ب²/((ب − ا)(ب − ج)) + ج²/((ج − ا)(ج − ب))

چونکہ

ب²/((ب − ج)(ب − ا)) = ب²/((ب − ج) × −(ا − ب)) = − ب²/((ب − ج)(ا − ب))

ج²/((ج − ا)(ج − ب)) = ج²/(−(ا − ج) × −(ب − ج)) = ج²/((ا − ج)(ب − ج))

اسواسطے جملہ

= ا²/((ا − ب)(ا − ج)) − ب²/((ب − ج)(ا − ب)) + ج²/((ا − ج)(ب − ج))

= ا²/((ا − ب)(ا − ج)) − ب²/((ب − ج)(ا − ب)) + ج²/((ا − ج)(ب − ج))

ضیق نسب نما یون کا = (ا − ب)(ا − ج)(ب − ج)

یا = ا²ب − ا²ج − ب²ا + ب²ج + ج²ا − ج²ب

اسواسطے جملہ یہہ ہوجائیگا کہ

(ا²(ب − ج) − ب²(ا − ج) + ج²(ا − ب)) / ((ا − ب)(ا − ج)(ب − ج))

= (ا²ب − ا²ج − ب²ا + ب²ج + ج²ا − ج²ب)/(ا²ب − ا²ج − ب²ا + ب²ج + ج²ا − ج²ب)

= ١

اشتلہ نمبری ١٨ مشق کے واسطے

ان جملونکو مفرد بناؤ

(١) لا²/٢ + ٥لا/٩ + ٤لا/١١ (٢) ٤لا + لا²/٩ + لا/٥ + ٢

(۳) $\frac{۵لا+۸}{۶} - \frac{۲لا-۹}{۳}$ (۴) $\frac{۷لا^۲-۸لاد}{۹} - \frac{لا^۲-۲لاد}{۱۸}$

(۵) $\frac{۵ا+ب}{۵} + \frac{۳ا+۲ب}{۵ب}$ (۶) $\frac{۲لا+۱}{۳لا} + \frac{۴لا+۲}{۵لا} + \frac{۱}{۲}$

(۷) $\frac{ا^۲}{ب} + \frac{۲ا}{۵} + \frac{۳ب}{۱۲}$ (۸) $\frac{۴لا+۲}{۳} - \frac{۲لا-۳}{۳لا}$

(۹) $\frac{لا}{ا+ب} + \frac{لا}{ا-ب}$ (۱۰) $\frac{ا}{ب} + \frac{ا+ب}{ا-ب}$

(۱۱) $\frac{لا-۱}{لا} + \frac{لا}{لا-۱}$ (۱۲) $\frac{لا}{لا-۳} - \frac{لا}{لا-۲}$

(۱۳) $\frac{ا-لا}{ا} - \frac{۲لا-ا}{لا-ا}$ (۱۴) $\frac{لا+۱}{لا^۲+لا+۱} + \frac{لا-۱}{لا^۲+لا-۱}$

(۱۵) $\frac{ا}{ب} - \frac{اج}{ب(ب+ج)}$ (۱۶) $\frac{ا}{ب} - \frac{ج(ا-ب و)}{ب(ج ا-ب س)}$

(۱۷) $\frac{۴لا+۲ا}{۳لا-۲ا} + \frac{۳لا-۲ا}{۳لا+۲ا}$ (۱۸) $\frac{ا-ب}{(ا+ب)^۲} + \frac{ا+ب}{ا^۲-ب^۲}$

(۱۹) $\frac{لا}{۱+لا ی} \times \frac{لا}{۱-لا ی}$ (۲۰) $\frac{۵لا-۳}{لا+۱} - \frac{۲لا^۲-۳لا+۱}{لا^۲-۱}$

(۲۱) $\frac{۱}{۱+ی-ع} + \frac{۱}{۱+ع-ی}$ (۲۲) $\frac{۱}{ا+\sqrt{لا^۲-ا^۲}} + \frac{۱}{ا-\sqrt{لا^۲-ا^۲}}$

(۲۳) $\frac{لا(ا+لا)}{ا-لا} - \frac{۵ا لا-لا^۲}{ا-لا}$ (۲۴) $\frac{ا}{۲ا-۳ب} + \frac{ب}{۲ب-۳ا}$

(۲۵) $\frac{\sqrt{ا}-\sqrt{ب}}{\sqrt{د}+ج} + \frac{\sqrt{ب}+\sqrt{ا}}{\sqrt{د}-ج}$ (۲۶) $\frac{\sqrt{ا-لا}}{\sqrt{ا+لا}} - \frac{\sqrt{ا+لا}}{\sqrt{ا-لا}}$

(۲۷) $\frac{لا+\sqrt{لا^۲-ب^۲}}{لا-\sqrt{لا^۲-ب^۲}} - \frac{لا-\sqrt{لا^۲-ب^۲}}{لا+\sqrt{لا^۲-ب^۲}}$ (۲۸) $\sqrt{\frac{۳لا}{لا+۱}} + \sqrt{\frac{لا+۱}{۳لا}}$

(۲۹) $\frac{۱}{\frac{۱}{لا}} - \frac{\frac{۱}{لا}}{\frac{۲}{لا}}$ (۳۰) $\frac{\sqrt{۱+لا^۲}+\sqrt{۱-لا^۲}}{\sqrt{۱+لا^۲}-\sqrt{۱-لا^۲}} + \frac{\sqrt{۱+لا^۲}-\sqrt{۱-لا^۲}}{\sqrt{۱+لا^۲}+\sqrt{۱-لا^۲}}$

(۳۱) $\frac{۲لا^۲+۴لاد+۳د^۲}{۲لا^۲+۲لاد} + \frac{لا}{لا-د}$ (۳۲) $\frac{۱}{۲(ا+ب)} - \frac{ب}{ا^۲-ب^۲}$

(۳۳) $\frac{۱}{(ا-ب)(ا-ج)} - \frac{۱}{(ج-ا)(ب-ج)}$ (۳۴) $\frac{ا-ب}{\frac{۱}{ب}-\frac{۱}{ا}} - \frac{ا+ب}{\frac{۱}{ب}+\frac{۱}{ا}}$

(۳۵) $\left(\frac{ا+ب}{ا-ب}\right)^۲ - \left(\frac{ا-ب}{ا+ب}\right)^۲$ (۳۶) $\frac{۱}{لا} - \frac{۲}{لا+۱} + \frac{۱}{لا+۲}$

(۳۷) $\frac{۱}{(لا+۱)(لا+۲)} - \frac{۳}{(لا+۱)(لا+۲)(لا+۳)}$

(۳۸) $\frac{۳ا - ۴ب}{۷} - \frac{۲ا - ب - ج}{۳} + \frac{۱۵ا - ۴ج}{۱۲} - \frac{ا + ۶۴ب}{۸۴}$

(۳۹) $\frac{ا}{ا - لا} + \frac{۳ا}{ا + لا} - \frac{۲ا لا}{ا^۲ - لا^۲}$

(۴۰) $\frac{لا^۲}{۱ - لا^۲} - \frac{لا}{۱ - لا} + \frac{لا}{۱ + لا}$

(۴۱) $\frac{۱}{ا + لا} + \frac{۱}{ا - لا} + \frac{۲}{ا^۲ + لا^۲}$

(۴۲) $\frac{۵لا^۲ + ۲}{لا - ۱} + \frac{۳لا^۲ - ۵لا - ۱۲}{لا^۲ - ۱} - \frac{۵لا^۲ - ۲}{لا + ۱}$

(۴۳) $\frac{۱}{۴(۱ + د)} - \frac{۱}{۴(۱ - د)} + \frac{۱}{۲(۱ + د^۲)}$

(۴۴) $\frac{۳ا - ۲ب}{۲ج} - \frac{۳ج - ۲ب}{۳ا} + \frac{۳اب - ۲بج}{۳اج}$

(۴۵) $\frac{۵}{۲(لا + ۱)} - \frac{۱}{۱۰(لا - ۱)} - \frac{۲۴}{۵(۲لا + ۳)}$

(۴۶) $\frac{ب - ۲ا}{لا - ب} - \frac{ا - ۲ب}{لا + ب} - \frac{۳لا(ا - ب)}{لا^۲ - ب^۲}$

(۴۷) $\frac{۳}{لا} + \frac{۳}{۲لا - ۱} - \frac{۲لا - ۳}{۴لا^۲ - ۱}$

(۴۸) $\frac{۳ا^۲}{(ا - ب)^۳} + \frac{اب}{(ا - ب)^۲} - \frac{ا}{ا - ب}$

(۴۹) $\frac{لا - ۱}{لا + ۱} + \frac{لا + ۱}{لا - ۱} + \frac{۳لا - ۲}{لا + ۳} + \frac{۳لا - ۴}{لا - ۲}$

(۵۰) $\frac{۱}{لا + ۱} - \left[\frac{۶}{لا - ۱} - \left(\frac{۲}{۲لا + ۱} - \frac{۶}{۲لا - ۱}\right)\right]$

(۵۱) $\frac{لا + ا}{لا - ا} + \frac{لا - ا}{لا + ا} + \frac{لا^۲ + ا^۲}{لا^۲ - ا^۲} + \frac{۲ا لا}{لا^۲ + ا^۲}$

(۵۲) $\frac{۱}{لا^۲(لا^۲ + د^۲)} - \frac{۱}{۲لا^۲(لا - د)} + \frac{۱}{۲لا^۲(لا + د)}$

(۵۳) $\frac{۳}{۲ا - ۳} - \frac{۳}{۲ا + ۳} - \frac{۲ا + ۱۵}{۴ا^۲ + ۹}$

(۵۴) $\frac{ا + ج}{(لا - ا)(ب - ا)} - \frac{ب + ج}{(لا - ب)(ب - ا)}$

(۵۵) $\frac{۱}{(ن + ۱)(ن + ۲)} - \frac{۱}{(ن + ۱)(ن + ۲)(ن + ۳)} - \frac{۱}{(ن + ۱)(ن + ۳)}$

(۵۶) $\frac{لا^۲}{لا^۲ + ا^۲} + \frac{ج}{ا + لا} + \frac{ا}{ب}$

(۵۷) $\frac{۱}{لا - ۱} - \frac{۱}{۲لا + ۲} - \frac{لا + ۳}{۲لا^۲ + ۲}$

(۵۸) $\frac{(\text{ا}+\text{ب})^۲}{\text{ا}\,\text{ب}(\text{ا}-\text{ب})^۲} \div \frac{\text{ا}}{\text{ب}} - \frac{\text{ب}}{\text{ا}} - ۲$

(۵۹) $\frac{۲}{۱-\text{لا}} - \left(\frac{۱}{۱+\text{لا}} + \frac{\text{لا}}{۱+\text{لا}^۲} + \frac{۳}{۱-\text{لا}^۲}\right)$

(۶۰) $\frac{۱}{(\text{لا}-۲)(\text{لا}-۳)} + \frac{۲}{(\text{لا}-۱)(\text{لا}-۳)} + \frac{۱}{(\text{لا}-۱)(\text{لا}-۲)}$

(۶۱) $\frac{۱}{۱+\text{لا}-\text{لا}^۲} + \frac{۱}{۱+\text{لا}+\text{لا}^۲} + \frac{۱}{۱+\text{لا}^۲-\text{لا}^۴}$

(۶۲) $\frac{۱}{(\text{لا}^۴+۱)^۲} + \frac{۱}{(\text{لا}^۴-۱)^۲} + \frac{۱}{(\text{لا}+۱)^۲}$

(۶۳) $\frac{۱}{\text{لا}} - \frac{۲}{\text{لا}^۲+\text{لا}+۱} - \left[\frac{۲}{\text{لا}+۱} + \frac{۱}{(\text{لا}+۱)^۲}\right]$

(۶۴) $\frac{۴}{۱+\text{لا}^۲} - \frac{\text{لا}^۲+۱}{(۱+\text{لا}^۲)^۲} - \frac{۴}{۱+\text{لا}+\text{لا}^۲} - \frac{۱}{(۱+\text{لا}+\text{لا}^۲)^۲}$

(۶۵) $\frac{۱}{(۱-\text{لا})^۲} + \frac{۲}{۱-\text{لا}} - \frac{۲\text{لا}}{۱+\text{لا}^۲}$

(۶۶) $\frac{۳+۲\text{لا}}{(۱+\text{لا})(۵+\text{لا})} - \frac{۲+\text{لا}}{۱-\text{لا}^۲} - \frac{\text{لا}-۷}{(۱-\text{لا})(۵+\text{لا})}$

(۶۷) $\frac{\text{لا}^۲+\text{ی}^۲-۲\text{لا}\text{ی}}{\text{لا}^۲+\text{ی}^۲-\text{ی}^۲-۲\text{لا}\text{ی}} + \frac{\text{لا}+\text{ی}+\text{ی}}{\text{لا}-\text{ی}-\text{ی}} + \frac{\text{لا}-\text{ی}-\text{ی}}{\text{لا}-\text{ی}+\text{ی}}$

(۶۸) $\frac{\text{ا}\text{لا}}{\text{لا}+\text{ا}^۲} - \frac{۲\text{ا}\text{لا}^۲}{(\text{لا}+\text{ا})^۲} + \frac{\text{ا}\text{لا}^۳}{(\text{لا}+\text{ا})^۳}$

(۶۹) $\frac{\text{لا}^۲-۱}{(۱+\text{لا}-\text{لا}^۲)^۳} + \frac{\text{لا}+۱}{(۱+\text{لا}^۲)^۲} + \frac{۱}{(۱+\text{لا})^۴}$

(۷۰) $\frac{\text{لا}^۲+\text{لا}-۱}{۱+\text{لا}-\text{لا}^۲} + \frac{۴\text{لا}^۲-\text{لا}^۴}{۱+\text{لا}-\text{لا}^۲} - ۴\text{لا}^۲ + ۲\text{لا}^۲ - ۲\text{لا} - ۱$

(۷۱) $\frac{۱}{\text{لا}-۱} + \frac{۱}{۱+\text{لا}} + \frac{۴\text{لا}-۸}{\text{لا}^۲-۴}$

(۷۲) $\frac{۱}{\text{لا}^۲-\text{ی}^۲} + \frac{۱}{۲(\text{لا}+\text{ی})} - \frac{۱}{۲(\text{لا}-\text{ی})}$

(۷۳) $\frac{۲\text{ا}-۳\text{لا}}{\text{لا}-\text{ا}} - \frac{۲\text{لا}+\text{ا}}{\text{لا}+\text{ا}} - ۱$

(۷۴) $\frac{۲\text{لا}+۳}{\text{لا}-۲} - \frac{۳\text{لا}-۲}{\text{لا}+۲} + \frac{۱۶\text{لا}-\text{لا}^۲}{\text{لا}^۲-۴}$

(۷۵) $\frac{۱}{\text{لا}-۳} + \frac{۱-\text{لا}}{\text{لا}^۲+۳\text{لا}+۹} + \frac{\text{لا}^۲+\text{لا}-۳}{\text{لا}^۳-۲۷}$

(۷۶) $\frac{۲+۲\text{لا}+\text{لا}^۲}{۱-\text{لا}^۳} + \frac{\text{لا}+۲}{۱+\text{لا}+\text{لا}^۲} + \frac{۱}{۱-\text{لا}}$

(۷۷) $\frac{۱}{(\text{لا}-\text{ب})(\text{لا}-\text{ج})} + \frac{۱}{(\text{ا}+\text{ب})(\text{ا}+\text{ج})} + \frac{۱}{(\text{ا}+\text{ج})(\text{لا}-\text{ج})} + \frac{۱}{(\text{ا}+\text{ب})(\text{لا}-\text{ب})}$

(۷۸) $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}\,\text{ب}}(\text{ا}^۲+\text{ب}^۲-\text{ج}^۲) + \frac{\text{ب}+\text{ج}}{\text{ب}\,\text{ج}}(\text{ب}^۲+\text{ج}^۲-\text{ا}^۲) + \frac{\text{ج}+\text{ا}}{\text{ج}\,\text{ا}}(\text{ج}^۲+\text{ا}^۲-\text{ب}^۲)$

(۷۹) $\frac{ا-۲ب}{۲(ا+۲ب)} + \frac{ا+۲ب}{۲ب-ا} + \frac{ا}{ا-۲ب}$

(۸۰) $\frac{۱-لا}{لا+۱} + \frac{(۱-لا)(۱-لا^۲)}{(لا+۱)(لا^۲+۱)} + \frac{(۱-لا)(۱-لا^۲)(۱-لا^۳)}{(لا+۱)(لا^۲+۱)(لا^۳+۱)}$

(۸۱) $\frac{۱}{ا-۲ب} - \frac{۴}{ا-ب} + \frac{۶}{ا} - \frac{۴}{ا+ب} + \frac{۱}{ا+۲ب}$

(۸۲) $\left(\frac{ا+۶ج^۳}{۶ج}\right)^۳ + \left(\frac{ا-۶ج^۳}{۶ج}\right)^۳ - ۲\left(\frac{ا}{۶ج}\right)^۳$

(۸۳) $\frac{ا}{ا+لا} + \frac{ا}{ا-لا} + \frac{ا(۲ا-لا)}{لا^۲-ا لا+ا^۲} + \frac{ا(۲ا+لا)}{لا^۲+ا لا+ا^۲}$

(۸۴) $\frac{۲}{ا+لا} + \frac{۳ا}{(ا+لا)^۲} + \frac{۳ا-۲لا}{لا^۲-۲ا لا+۳ا^۲}$

(۸۵) $\frac{۸}{۵(لا-۲)} - \frac{۱۳}{۸۰(لا+۳)} - \frac{۵}{۴(لا-۱)^۲} - \frac{۲۳}{۱۶(لا-۱)}$

(۸۶) $\frac{۲لا+۲}{لا^۲+لا+۱} + \frac{۱}{لا+لا^۲+۱} - \frac{۱}{لا-لا^۲+۱} - \frac{۱}{لا^۲-لا+۱}$

(۸۷) $\frac{لا^۲-دی}{(لا+د)(لا+ی)} + \frac{د^۲-لای}{(د+لا)(د+ی)} + \frac{ی^۲-لاد}{(ی+لا)(ی+د)}$

(۸۸) $\frac{لا^۲-(د-ی)^۲}{(د+ی)^۲-لا^۲} + \frac{د^۲-(لا-ی)^۲}{(لا+ی)^۲-د^۲} + \frac{ی^۲-(لا-د)^۲}{(لا+د)^۲-ی^۲}$

دوم ثابت کرو کہ

(۱) $\frac{۱}{ا(ا-ب)(ا-ج)} + \frac{۱}{ب(ب-ج)(ب-ا)} + \frac{۱}{ج(ج-ا)(ج-ب)} = \frac{۱}{ابج}$

(۲) $\frac{۱}{(ا-ب)(ا-ج)(لا+ا)} - \frac{۱}{(ا-ب)(ب-ج)(لا+ب)}$

$+ \frac{۱}{(ا-ج)(ب-ج)(لا+ج)} = \frac{۱}{(لا+ا)(لا+ب)(لا+ج)}$

(۳) $\frac{۱}{لا^۲+۳لا+۲} + \frac{۲لا}{لا^۲+۴لا+۳} + \frac{۱}{لا^۲+۵لا+۶} = \frac{۲}{لا+۳}$

(۴) $\frac{(ا-ج)}{(لا+ا)^۲(لا+ب)} - \frac{ب-ا}{(لا+ا)^۲} - \frac{ا-ب}{(لا+ب)^۲} = \frac{۲(ب-ا)}{(لا+ا)(لا+ب)}$

(۵) $\frac{ا}{۱-ا^۲} + \frac{ا}{۱-ا^۲} + \frac{ا}{۱-ا} = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۱+ا}{۱-ا} - \frac{۱+ا}{۱-ا}\right)$

(۶) $\frac{(لا د+۱)(لا ی+۱)}{(لا-د)(لا-ی)} + \frac{(د لا+۱)(د ی+۱)}{(د-لا)(د-ی)} + \frac{(ی لا+۱)(ی د+۱)}{(ی-لا)(ی-د)} = ۱$

ضرب کسور

(۹۱) **قاعدہ** کسور کے شمار کنندوں کو ضرب دیکر نیا شمار کنندہ اور نسب نماؤں کو ضرب دیکر نیا نسب نما بناؤ

دلیل قاعدہ اگر $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ اور $\frac{\text{ج}}{\text{د}}$ کسور مفروضہ ہوں تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \text{لا}$ اور $\frac{\text{ج}}{\text{د}} = \text{ی}$ کے فرض کرو تو

$$\text{ا} = \text{ب لا} \quad \text{اور} \quad \text{ج} = \text{د ی}$$

$$\therefore \text{اج} = \text{ب د لا ی}$$

ان مساواتوں میں سے ہر ایک کو ب د پر تقسیم کرو تو

$$\frac{\text{اج}}{\text{ب د}} = \text{لا ی}$$

لیکن $\text{لا ی} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ اور $\frac{\text{اج}}{\text{ب د}} = \frac{\text{ا} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{د}}$

اسیواسطے $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{ا} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{د}} = \frac{\text{حاصلضرب شمار کنندوں کے}}{\text{حاصلضرب نسب نماؤں کے}}$

انتباہ کسور کی ضرب اور تقسیم میں اس بات کو ہمیشہ یاد رکھو کہ نئی شمار کنندہ اور نسب نما کے اجزاء ضربی کو پیچھے ضرب دو پہلے اونمیں اس بات پر خیال کرو کہ شمار کنندہ اور نسب نما میں کون سے اجزاء ضربی مشترک ہیں اسلئے کہ جو اجزاء ضربی مشترک ہونگی وہ ساقط ہو سکتی ہیں اور عمل کا اختصار ہو جائیگا

امثلہ نمبری ۴۳

مثالیں حل کی ہوئی

مثال ۱ $\frac{\text{۵ا}}{\text{۱۲}}$ اور لا اور $\frac{\text{۴ی}}{\text{۷}}$ کو آپس میں ضرب دو

$$\frac{\text{۵ا}}{\text{۱۲}} \times \text{لا} \times \frac{\text{۴ی}}{\text{۷}} = \frac{\text{۵ا} \times \text{لا} \times \text{۴ی}}{\text{۱۲} \times \text{۷}}$$

$$= \frac{\text{۵ا} \times \text{لا} \times \text{ی}}{\text{۳} \times \text{۷}}$$ (جز ضربی مشترک ۴ پر نسب نما و شمار کنندہ کو تقسیم کیا ہے)

$$= \frac{\text{۵ا لا ی}}{\text{۲۱}}$$

مثال ۲ $\frac{\text{ا+ب}}{\text{ا}}$ اور $\frac{\text{۳ا}^2}{\text{ا−ب}}$ کو آپس میں ضرب دو

$$\frac{\text{ا+ب}}{\text{ا}} \times \frac{\text{۳ا}^2}{\text{ا−ب}} = \frac{\text{۳ا}^2(\text{ا+ب})}{\text{ا}(\text{ا−ب})} = \frac{\text{۳ا}(\text{ا+ب})}{\text{ا−ب}}$$

مثال ۳ $\frac{ا^2-ب^2}{4}$ کو $\frac{ا+ب}{(ا-ب)^2}$ میں ضرب دو

$$\frac{ا^2-ب^2}{4} \times \frac{ا+ب}{(ا-ب)^2} = \frac{(ا+ب)(ا-ب)(ا+ب)}{4(ا-ب)(ا-ب)} = \frac{(ا+ب)^2}{4(ا-ب)}$$

مثال ۴ $\frac{لا}{د} - \frac{د}{لا}$ کو $\frac{د لا}{(لا+د)^2}$ میں ضرب دو

$$\text{حاصل ضرب} = \frac{لا^2-د^2}{د لا} \times \frac{د لا}{(لا+د)^2} = \frac{لا^2-د^2}{(لا+د)^2}$$

$$= \frac{(لا-د)(لا+د)}{(لا+د)(لا+د)} = \frac{لا-د}{لا+د}$$

مثال ۵ حاصل ضرب بالتواتر $\frac{1-لا^2}{1+ی}$ و $\frac{1-ی^2}{لا+لا^2}$ اور $1+\frac{لا}{1-لا}$ کا دریافت کرو

$$\text{حاصل ضرب} = \frac{1-لا^2}{1+ی} \times \frac{1-ی^2}{لا+لا^2} \times \frac{1-لا+لا}{1-لا}$$

$$= \frac{(لا-1)(لا+1)}{ی+1} \times \frac{(1-ی)(1+ی)}{لا(1+لا)} \times \frac{1}{1-لا} = \frac{1-ی}{لا}$$

مثال ۶ $\frac{ا^3-ب^3}{ا^3+ب^3}$ کو $\frac{(ا+ب)^2}{(ا-ب)^2}$ میں ضرب دو

$$\text{حاصل ضرب} = \frac{(ا-ب)(ا^2+اب+ب^2)}{(ا+ب)(ا^2-اب+ب^2)} \times \frac{(ا+ب)(ا+ب)}{(ا-ب)(ا-ب)}$$

$$= \frac{(ا^2+اب+ب^2)(ا+ب)}{(ا^2-اب+ب^2)(ا-ب)}$$

$$= \frac{ا^3+2ا^2ب+2اب^2+ب^3}{ا^3-2ا^2ب+2اب^2-ب^3}$$

امثلہ نمبری ۴۲ مشق کے واسطے

(۱) $\frac{4لا+1}{3} \times \frac{لا^4}{7}$ (۲) $\frac{3لا}{لا-3} \times \frac{3لا}{7}$

(۳) $\frac{1}{ب} \times \frac{ب}{ج^2} \times \frac{ج^2}{د^2}$ (۴) $\frac{2ا}{3(ا-ب)} \times \frac{6(ا^2-ب^2)}{7}$

(۵) $\frac{3لا^2}{5لا-10} \times \frac{3لا-60}{4لا}$ (۶) $\frac{3لا^2-لا}{5} \times \frac{10}{3لا^2-4لا}$

(۷) $\frac{(ا-ب)^2}{ا+ب} \times \frac{ب}{ا(ا-ب)}$ (۸) $\frac{ا^2-ب^2}{ا^2-2اب+ب^2} \times \frac{ا-ب}{ا^2+اب}$

(۹) $\frac{لا^2-9لا+20}{لا^2-6لا} \times \frac{لا^2-13لا+42}{لا^2-5لا}$ (۱۰) $\frac{3لا^3}{ا^2+لا^3} \times \frac{لا+ا}{لا}$

(۱۱) $\frac{لا^۲ - ی^۲}{لا + ی} \times \frac{لا^۳ + ی^۳}{لا^۲ - ی^۲}$ (۱۲) $\left(۱ - \frac{ا - ب}{ا + ب}\right) \times \left(۲ + \frac{۲ب}{ا - ب}\right)$

(۱۳) $\frac{لا + ۱}{لا - ۱} \times \frac{لا^۲ + لا - ۲}{لا^۲ + لا}$ (۱۴) $\frac{لا(۱ - لا)}{۱ + ۲لا + لا^۲} \times \frac{لا(۱ + لا)}{۱ - ۲لا + لا^۲}$

(۱۵) $\frac{۱ - لا^۲}{۱ + ب} \times \frac{۱ - ب^۲}{۱ + لا + لا^۲} \times \left(۱ + \frac{لا}{۱ - لا}\right)$

(۱۶) $\frac{م^۲ - م ن + ن^۲}{م^۳ - ۳م ن (م - ن) - ن^۳} \times \frac{م^۲ - ن^۲}{م^۳ + ن^۳}$

قسمت کسور

(۹۲) **قاعدہ** مقسوم علیہ کو الٹ لو اور پھر ضرب کی طرح عمل کرو

اسواسطے کہ اگر $\frac{ا}{ب}$ کو $\frac{ح}{د}$ پر تقسیم کرنا ہو تو $\frac{ا}{ب} = لا$ اور $\frac{ح}{د} = ی$ کے فرض کرو

تو $ا = ب لا$ اور $ح = د ی$

$\therefore$ $اد = ب د لا$ اور $ب ح = ب د ی$

اسواسطے $\frac{اد}{ب ح} = \frac{ب د لا}{ب د ی} = \frac{لا}{ی}$

لیکن $\frac{لا}{ی} = لا \div ی = \frac{ا}{ب} \div \frac{ح}{د}$

اسواسطے $\frac{ا}{ب} \div \frac{ح}{د} = \frac{اد}{ب ح} = \frac{ا}{ب} \times \frac{د}{ح}$

امثلہ نمبری ۳۴ حل کی ہوئی

مثال ۱ $\frac{۴لا + ۲}{۳}$ کو $\frac{۲لا + ۱}{۵لا}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $= \frac{۴لا + ۲}{۳} \times \frac{۵لا}{۲لا + ۱} = \frac{۲(۲لا + ۱)۵لا}{۳(۲لا + ۱)} = \frac{۱۰لا}{۳}$

مثال ۲ $\frac{ا^۲ - ب^۲}{ا + ۲ب}$ کو $\frac{ا - ب}{ا^۲ + ۴اب + ۴ب^۲}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $= \frac{(ا + ب)(ا - ب)}{ا + ۲ب} \times \frac{(ا + ۲ب)^۲}{ا - ب} = (ا + ب)(ا + ۲ب)$

مثال ۳ $\frac{لا - لا^۲}{(۱ + لا)^۲}$ کو $\frac{لا^۲}{۱ - لا^۲}$ پر تقسیم کرو

خارج قسمت $= \frac{لا(۱ - لا)}{(۱ + لا)(۱ + لا)} \times \frac{(۱ - لا)(۱ + لا)}{لا^۲} = \frac{(۱ - لا)^۲}{لا(۱ + لا)}$

مثال ۴ $\dfrac{\dfrac{\text{ا}}{\text{اب}} + \dfrac{\text{ب}}{\text{ا + ب}}}{\dfrac{\text{ا}}{\text{ا − ب}} - \dfrac{\text{ب}}{\text{ا + ب}}}$ کو مفرد بناؤ

$$\frac{\dfrac{\text{ا}}{\text{اب}} + \dfrac{\text{ب}}{\text{ا + ب}}}{\dfrac{\text{ا}}{\text{ا − ب}} - \dfrac{\text{ب}}{\text{ا + ب}}} = \frac{\dfrac{\text{ا(ا + ب) + اب}^2}{\text{اب (ا + ب)}}}{\dfrac{\text{ا(ا + ب) − ب(ا − ب)}}{\text{(ا − ب) (ا + ب)}}}$$

$$= \frac{\text{ا}^2\text{ + اب + اب}^2}{\text{اب (ا + ب)}} \times \frac{\text{(ا + ب) (ا − ب)}}{\text{ا}^2\text{ + ب}^2}$$

$$= \frac{\text{(ا + ب + ب}^2\text{) (ا − ب)}}{\text{ب (ا}^2\text{ + ب}^2\text{)}}$$

مثال ۵ قیمت $\dfrac{\text{ا}}{\text{ب} + \dfrac{\text{ج}}{\text{د} + \dfrac{\text{ر}}{\text{س}}}}$ کی دریافت کرو

$\text{د} + \dfrac{\text{ر}}{\text{س}}$ کی جگہہ لا رکھو تو

$$\frac{\text{ا}}{\text{ب} + \dfrac{\text{ج}}{\text{د} + \dfrac{\text{ر}}{\text{س}}}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب} + \dfrac{\text{ج}}{\text{لا}}} = \frac{\text{ا}}{\dfrac{\text{ب لا + ج}}{\text{لا}}} = \frac{\text{ا لا}}{\text{ب لا + ج}}$$

$$= \frac{\text{ا}\left(\text{د} + \dfrac{\text{ر}}{\text{س}}\right)}{\text{ب}\left(\text{د} + \dfrac{\text{ر}}{\text{س}}\right) + \text{ج}}$$ (لا کی جگہہ اوسکی قیمت $\text{د} + \dfrac{\text{ر}}{\text{س}}$ لکھی)

$$= \frac{\text{ا}\left(\dfrac{\text{دس + ر}}{\text{س}}\right)}{\dfrac{\text{ب (دس + ر) + ج س}}{\text{س}}} = \frac{\text{ا دس + ا ر}}{\text{ب دس + ب ر + ج س}}$$

امثلہ نمبری ۴۳ مثالیں مشق کے واسطے

(۱) قیمت دریافت کرو

(۱) $\dfrac{\text{۴لا}}{\text{۷}} \div \dfrac{\text{۸لا}}{\text{۵}}$ (۲) $\dfrac{\text{۹لا}^2 - \text{۳لا}}{\text{۵}} \div \dfrac{\text{لا}^2}{\text{۵}}$

(۳) $\dfrac{\text{۵ا}^2 - \text{۵ب}^2}{\text{۱۲}} \div \dfrac{\text{۴ا + ۴ب}}{\text{۶ب}}$ (۴) $\dfrac{\text{لا}^2 + \text{لاک}}{\text{لا − ک}} \div \dfrac{\text{لاک}}{\text{لا}^2 - \text{ک}^2}$

(۵) $\dfrac{\text{۳لا}^2}{\text{لا}^3 + \text{لا}^2} \div \dfrac{\text{لا}}{\text{۱ + لا}}$ (۶) $\dfrac{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{(ا + ب)}^2} \div \dfrac{\text{ا − ب}}{\text{اب + ب}^2}$

(٧) $\frac{\text{لا}^2 - \text{ب}^2}{\text{لا}^2 - ٢\text{ب لا} + \text{ب}^2} \div \frac{\text{لا}^2 + \text{ب لا}}{\text{لا} - \text{ب}}$

(٨) $\frac{\text{لا}^3 + \text{ی}^3}{\text{لا}^2 - \text{ی}^2} \div \frac{\text{لا}^2 + \text{لا ی} + \text{ی}^2}{\text{لا} - \text{ی}}$

(٩) $\frac{\text{لا}^2 + \text{لا ی}}{\text{لا}^2 + \text{ی}^2} \div \frac{\text{لا ی}(\text{لا} + \text{ی})^2}{\text{لا}^4 - \text{ی}^4}$

(١٠) $\frac{\text{لا}^3 + ٣\text{ا لا}^2 + ٣\text{ا}^2\text{لا} + \text{ا}^3}{\text{لا}^3 - \text{ی}^3} \div \frac{(\text{لا} + \text{ا})^2}{\text{لا}^2 + \text{لا ی} + \text{ی}^2}$

(١١) $\frac{\text{ا}^2\text{لا} + \text{ا}^5}{٣\text{ا}^2\text{لا} - \text{ا لا}^2} \div \frac{\text{ا}^2 - \text{لا}^2}{\text{لا}^3 + ٣\text{ا}^2}$

(١٢) $\frac{\text{ا}^3 - \text{لا}^3}{\text{ا}^2\text{لا} - \text{لا}^3} \div \frac{\text{لا}^2 + \text{ا لا} + \text{ا}^2}{\text{لا}^3 + \text{ا لا}^2}$

دوم ان حلوں میں سے ہر ایک کو مفرد بناؤ

(١) $\frac{\text{ا} + \text{ب} + \frac{\text{ا}^2}{\text{ب}}}{\text{ا} + \text{ب} + \frac{\text{ب}^2}{\text{ا}}}$

(٢) $\frac{\text{ا} + \frac{\text{ب} - \text{ا}}{١ + \text{ا ب}}}{١ - \text{ا} \cdot \frac{\text{ب} - \text{ا}}{١ + \text{ا ب}}}$

(٣) $\frac{\frac{\text{ا}^3 + \text{ب}^3}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}}{\frac{\text{ا}^2 - \text{ا ب} + \text{ب}^2}{\text{ا} - \text{ب}}}$

(٤) $\frac{١ - \frac{٢\text{ا} + \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}}}{١ - \frac{\text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}}}$

(٥) $\left[\frac{\text{ا}}{\text{ا} + \text{ب}} + \frac{\text{ب}}{\text{ا} - \text{ب}}\right] \div \left[\frac{\text{ا}}{\text{ا} - \text{ب}} - \frac{\text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}}\right]$

(٦) $\left[\frac{\text{لا} + \text{ی}}{\text{لا} - \text{ی}} + \frac{\text{لا} - \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}}\right] \div \left[\frac{\text{لا} + \text{ی}}{\text{لا} - \text{ی}} - \frac{\text{لا} - \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}}\right]$

(٧) $\left[\frac{\text{لا}}{\text{لا} + ١} + \frac{١ - \text{لا}}{\text{لا}}\right] \div \left[\frac{\text{لا}}{\text{لا} + ١} - \frac{١ - \text{لا}}{\text{لا}}\right]$

(٨) $\left[\frac{\text{لا} + ١}{\text{لا} - ١} + \frac{\text{لا}^4}{\text{لا}^4 + ١} - \frac{\text{لا}^8}{\text{لا}^8 - ١} + \frac{\text{لا} - ١}{\text{لا} + ١}\right] \div \left[\frac{\text{لا} + ١}{\text{لا}^2 - ١} + \frac{\text{لا}^4}{\text{لا}^4 + ١} - \frac{\text{لا} - ١}{\text{لا} + ١}\right]$

(٩) $\left(\frac{\text{لا} + \text{ی}}{\text{لا} - \text{ی}} + \frac{\text{لا} - \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}}\right) \div \left(\frac{\text{لا} + \text{ی}}{٢\text{لا}^2 - \text{ی}^2} - \frac{\text{لا} - \text{ی}}{٢\text{لا}^2 + \text{ی}^2}\right)$

(١٠) $\left[\frac{٢\text{لا} + \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}} - \frac{٢\text{ی} - \text{لا}}{\text{لا} - \text{ی}} - \frac{\text{لا}}{\text{لا}^2 - \text{ی}^2}\right] \div \frac{(\text{لا}^2 + \text{ی}^2)^2}{\text{لا}^2 - \text{ی}^2}$

(١١) $\left[\frac{١}{\text{لا} + \text{ی}} + \frac{٢}{\text{لا} - \text{ی}} - \frac{٩}{٣\text{لا} - \text{ی}}\right] \div \frac{\text{ی}^2 - ٩\text{لا}^2}{٨\text{ی}}$

(١٢) $\frac{\frac{١}{\text{لا} + ١}}{\frac{١}{\text{لا} + ١} - ١} + \frac{\frac{١}{\text{لا} + ١}}{\frac{\text{لا}}{\text{لا} - ١}} + \frac{\frac{١}{\text{لا} - ١}}{\frac{\text{لا}}{\text{لا} + ١}}$

(۱۳) $\left[1 - \frac{2\,\text{ع}\,\text{ق}}{\text{ع}^2 + \text{ق}^2}\right] \div \left[\frac{\text{ع}^3 - \text{ق}^3}{\text{ع} - \text{ق}} - 3\,\text{ع}\,\text{ق}\right]$

(۱۴) $\left[\frac{\text{لا}^2}{1 + \text{لا}^2} + \frac{\text{لا}^2}{1 - \text{لا}^2}\right] \div \left[\frac{\text{لا}}{1 + \text{لا}} - \frac{\text{لا}}{1 - \text{لا}}\right]$

(۱۵) $\left(\frac{\text{لا}^2 + \text{ی}^2}{\text{لا}^2 - \text{ی}^2} - \frac{\text{لا}^2 - \text{ی}^2}{\text{لا}^2 + \text{ی}^2}\right) \div \left(\frac{\text{لا} + \text{ی}}{\text{لا} - \text{ی}} - \frac{\text{لا} - \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}}\right)$

(۱۶) $\left[\frac{\text{لا}}{\text{ی}^2} + \frac{1}{\text{لا}}\right] \div \left[\frac{\text{لا}}{\text{ی}^2} - \frac{1}{\text{ی}} + \frac{1}{\text{لا}}\right]$

(۱۷) $\left[\frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ا} - \text{ب}} + \frac{\text{ا}^2 + \text{ب}^2}{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}\right] \div \left[\frac{\text{ا}^3 - \text{ب}^3}{\text{ا}^3 + \text{ب}^3} - \frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}}\right]$

(۱۸) $\left[\frac{\text{لا}^2 - 6\,\text{لا} + 8}{\text{لا}^2 - 4\,\text{لا} + 3} \times \frac{\text{لا}^2 - 5\,\text{لا} + 6}{\text{لا}^2 - 2\,\text{لا} + 8}\right] \div \frac{(\text{لا} - 2)^2}{\text{لا} - 1}$

(۱۹) $\dfrac{\frac{1}{\text{ا}} + \frac{1}{\text{ب} + \text{ج}}}{\frac{1}{\text{ا}} - \frac{1}{\text{ب} + \text{ج}}} \cdot \left[1 + \frac{\text{ب}^2 + \text{ج}^2 - \text{ا}^2}{2\,\text{ب}\,\text{ج}}\right]$

(۲۰) $\frac{\text{لا}}{\text{لا} - \text{ا}} - \frac{\text{لا}}{\text{ا} + \text{لا}} - \dfrac{\frac{\text{ا} + \text{لا}}{\text{ا} - \text{لا}} - \frac{\text{ا} - \text{لا}}{\text{ا} + \text{لا}}}{\frac{\text{ا} + \text{لا}}{\text{لا} - \text{ا}} + \frac{\text{ا} - \text{لا}}{\text{ا} + \text{لا}}}$

(۳) ثابت کرو کہ

$$\text{ا}\,(\text{لا} + \text{ی}) + \left[\frac{1}{\text{ا} - \text{لا}} - \frac{1}{\text{ا} - \text{ی}} + \frac{\text{لا}}{(\text{ا} - \text{لا})^2} - \frac{\text{ی}}{(\text{ا} - \text{ی})^2}\right] \div \left[\frac{1}{(\text{ا} - \text{ی})(\text{ا} - \text{لا})^2} - \frac{1}{(\text{ا} - \text{لا})(\text{ا} - \text{ی})^2}\right] = 2\,\text{ا}^2$$

(۴) ثابت کرو

$$\frac{1}{\text{لا} + \frac{1}{\text{ی} + \frac{1}{\text{ی}}}} \div \frac{1}{\frac{1}{\text{ی}} + \text{لا}} - \frac{1}{\text{ی}\,(\text{لا}\,\text{ی} + \text{لا} + \text{ی})} = 1$$

قواعد ضرب و قسمت اعشاریہ کا ثبوت

(۹۳) ضرب اعشاریہ کا قاعدہ ثابت کرو

فرض کرو کہ ع اور ق اعداد ہیں جن میں عَ اور قَ مراتب اعشاریہ کے ہیں اور جب علامت اعشاریہ کو دور کریں تو ع اور ق کی شکل اعداد ہو جاتی ہیں تو مجموعہ

دفعہ ۸۳ علم حساب و ۷۱ جبر ومقابلہ کے اعداد ع اور ق کو ان کسور سے تعبیر کر سکتے ہین

کہ $\frac{ع}{۱۰^{ع}}$ و $\frac{ق}{۱۰^{ق}}$

اسواسطے اونکا حاصلضرب = $\frac{ع}{۱۰^{ع}} \times \frac{ق}{۱۰^{ق}} = \frac{ع ق}{۱۰^{ع+ق}}$

اس سے معلوم ہوا کہ ضرب اعشاریہ کی اسطرح ہوتی ہے کہ اعداد اعشاریہ کو مثل اعداد صحاح کے ضرب دو اور حاصلضرب مین مراتب اعشاریہ برابر مجموعہ مراتب اعشاریہ مضروب اور مضروب فیہ کے بناؤ

انتباہ مجذور $\frac{ع}{۱۰^{ع}} = \frac{ع}{۱۰^{ع}} \times \frac{ع}{۱۰^{ع}} = \frac{ع^{۲}}{۱۰^{۲ع}}$ اسواسطے ۲ع مراتب اعشاریہ کے ہین

کعب $\frac{ع}{۱۰^{ع}} = \frac{ع}{۱۰^{ع}} \times \frac{ع}{۱۰^{ع}} \times \frac{ع}{۱۰^{ع}} = \frac{ع^{۳}}{۱۰^{۳ع}}$ اسواسطے ۳ع مراتب اعشاریہ کے ہین

۹۴ قاعدہ قسمت اعشاریہ کا ثابت کرو

خارج قسمت ع ÷ ق = $\frac{ع}{۱۰^{ع}} \div \frac{ق}{۱۰^{ق}}$

$= \frac{ع}{۱۰^{ع}} \times \frac{۱۰^{ق}}{ق}$

$= \frac{ع}{ق} \times \frac{۱۰^{ق}}{۱۰^{ع}}$

اگر ع > ق تو خارج قسمت $= \frac{ع}{ق} \times \frac{1}{۱۰^{ع-ق}}$

یعنی جب قسمت صحیح اعداد کے موافق ہو جاے تو خارج قسمت مین (ع − ق) مراتب اعشاریہ ہونگے

اگر ع = ق تو خارج قسمت $= \frac{ع}{ق}$

یہہ صحیح عدد ہے اگر ع کو ق پورا تقسیم کرتا ہے

اگر ع < ق تو خارج قسمت $= \frac{ع}{ق} \times ۱۰^{ق-ع}$

یعنی ہم (ع − ق) صفر مقسوم کے اول لگائین تو ماحصل یہانتک صحیح عدد ہوگا

(۹۵) ایک کسر عام کے برابر کسر اعشاریہ دریافت کرو

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ کسر بغایت مختصر ہے

تو $\frac{ع}{ق} = \frac{1}{10^ن} \times \frac{ع \times 10^ن}{ق}$

اب اسکے یہہ معنی ہین کہ جب ع × ۱۰^ن ÷ ق کے تقسیم ہو تو ایک اعشاریہ ن مراتب کی حاصل ہوگا

پس اس سے یہہ قاعدہ مستنبط ہوا کہ شمار کنندہ کو نسب نما پر تقسیم کرو اور شمار کنندہ کے اول جتنے صفرون کی ضرورت ہو اوتنے لگاؤ اور پہر خارج قسمت مین بعد اون مراتب کے جنکی تعداد برابر اون صفرون کی تعداد کے ہو جو شمار کنندہ کے اول لگائی ہین علامت اعشاریہ لکہکر مراتب اعشاریہ کو جدا کرو

(۹۶) اون شرائط کو دریافت کرو جنکے موافق کسور عامہ کسور عشاریہ محدود اور اعشاریہ مدور مین تحویل ہوتی ہون

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ کسر عام بغایت مختصر الحدین ہو

تو $\frac{ع}{ق} = \frac{1}{10^ن} \cdot \frac{ع \times 10^ن}{ق}$

اب یہہ ظاہر ہے کہ اگر ۱۰^ن کی تقسیم ق پر منتہی ہے تو ع × ۱۰^ن کی تقسیم ق پر منتہی ہے اور نہین تو نہین چونکہ ۱۰ صرف ۲ اور ۵ پر تقسیم ہوتا ہے اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ۱۰ کی کوئی قوت ۲ اور ۵ پر یا انکی قوت پر پوری تقسیم ہو سکتی ہے پس اس سے ثابت ہوا کہ اگر ق بالکل اجزاء ضربی ۲ اور ۵ یا انہین سے ایک جز ضربی سے یا ۲ اور ۵ کی قوا سے یا انہین سے ایک کی قوت سے مرکب نہو تو ۱۰^ن کی تقسیم کبہی ق پر منتہی نہو گی

اسیواسطے $\frac{ع}{ق}$ اوس حالتمین کسر اعشاریہ محدود کی طرف تحویل ہوسکیگی کہ اوسکی صورت $\frac{ع}{۲^م \times ۵^ر}$ کی ہو اور نہین تو باقی سب صور تو نمین کسور مدور کی طرف تحویل ہو گی اسے دریافت کرو

(۹۷) جب ایک کسر عام کسر اعشاریہ محدود کی طرف تحویل ہو سکے تو مراتب اعشاریہ

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ ایک مختصر الارقام ہو اور وہ کسر اعشاریہ محدود کیطرف تحویل بہی ہوتی ہے تو اوسکی صورت $\frac{ع}{۲^م \times ۵^ر}$ کی ہو گی

فرض کرو کہ ع″ > ق″

تو $\frac{ع}{۲^{ع″} × ۵^{ق″}} = \frac{ع × ۵^{ع″-ق″}}{۲^{ع″} × ۵^{ق″} × ۵^{ع″-ق″}} = \frac{ع × ۵^{ع″-ق″}}{۲^{ع″} × ۵^{ع″}} = \frac{ع × ۵^{ع″-ق″}}{۱۰^{ع″}}$

یہہ ایک اعشاریہ ہے جسمین ع″ مراتب اعشاریہ ہے

اب اگر ع″ < ق″

تو $\frac{ع}{۲^{ع″} × ۵^{ق″}} = \frac{ع × ۲^{ق″-ع″}}{۲^{ع″} × ۵^{ق″} × ۲^{ق″-ع″}} = \frac{ع × ۲^{ق″-ع″}}{۵^{ق″} × ۲^{ق″}} = \frac{ع × ۲^{ق″-ع″}}{۱۰^{ق″}}$

یہہ ایک اعشاریہ ہے جسمین ق″ مراتب اعشاریہ کے ہین

۹۸ اگر ایک کسر عام کسر اعشاریہ مدور کیطرف تحویل ہو تو باقیات کسی خاص ترتیب سے واقع ہوتی ہین

فرض کرو کہ $\frac{ع}{ق}$ کسر لغایت مختصر ہے

تو $\frac{ع}{ق} = \frac{۱}{۱۰^{ن}} \cdot \frac{ع × ۱۰^{ن}}{ق}$

ع × ۱۰^ن اور ق کے تقسیم مین ہر باقی ق سے چھوٹی ہوگی اسواسطے اکثر ق - ۱ مختلف باقیات ہونگی اسے معلوم ہوا کہ اگر باقی = ۰ کی نہو تو نہایت ق - ۱ عملون کے اندر باقی مکرر آئنگی اور اسلئے ہندسے مکرر آنے لگینگے اور ماحصل ایک کسر مدور ہوگا

امثلہ نمبری ۴۴

سوالات اور مثالین متفرق

(۱) ثابت کرو کہ (ا - ب) (ج + د) = ا ج - ب ج + ا د - ب د اور ا > ب ہے اور یہہ بھی ثابت کرو کہ اگر م اور ن اعداد صحیح ہون اور ن > م سے ہو

تو $ا^{م} ÷ ا^{ن} = \frac{۱}{ا^{ن-م}}$

$لا^{۵} - ج لا^{۴} - ب لا^{۳} + ۳ ج ہ ا^{۲} لا^{۲}$ کو $لا^{۲} - ۲(ب لا) + ج لا$ پر تقسیم کرو

(۲) ان جملون کو جہانتک ہوسکے مفرد بناؤ

(۱) $\frac{ب ج}{ا د} - \frac{۱}{۲}\left(\frac{ا}{ب} + \frac{ب}{ا}\right)\left(\frac{ج}{د} + \frac{د}{ج}\right) + \frac{۱}{۲}\left(\frac{ا}{ب} - \frac{ب}{ا}\right)\left(\frac{ج}{د} - \frac{د}{ج}\right) + \frac{ا د}{ب ج}$

(۲) $۲(۱ - د + د^{۲}) + \frac{۱}{۲}(۱ + د + د^{۲}) - \frac{۱ + د^{۲}}{۱ + د^{۲} + د^{۴}}$

(۳) (ا-ب) (ب-ح) (ح-ا) + اٗ (ب-ح) + بٗ (ح-ا) + حٗ (ا-ب)

(۴) $\frac{اٗ - لاٗ}{لاٗ + اٗ} \times \frac{اٗ - لاٗ}{اٗ + لاٗ} \times \frac{ا - لا}{ا + لا} \times \frac{اٗ - الا + لاٗ}{لاٗ + الا + اٗ}$

(۳) متقادیر مرکبہ کے قاعدہ جذر کی تحقیقات لکھو اور قیمت دریافت کرو

$$\left[(لاٗ - \frac{۲}{لا}) + \frac{۱}{لاٗ}(ا - \frac{۱}{لا}) + (۲ + \frac{۱}{لاٗ})\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

(۴) ان اصطلاحات کی تعریف بیان کرو کہ وفق مشترک وفق اعظم اور نیز دو متقادیر مرکبہ کے مشترک وفق اعظم نکالنے کا قاعدہ ثابت کرو

مثال معا اٗ + ۴ (لاٗ - ۲لا) - لا (۸ الا + ۲ ۱۰) اور لاٗ - ۱۰ (لاٗ + ۱۲) + لا (۴) ۲ لا + ۳۶ کا دریافت کرو

(۵) ثابت کرو $\frac{(ا-ب)(ب-ح) + (ا-د)(ح-د)}{(ا-ب)(ا-د) + (ب-ح)(ح-د)} = \frac{ب-د}{ا-ح}$

اور $\frac{(لا-ا)(لا-ب)}{(ح-ا)(ح-ب)} + \frac{(لا-ب)(لا-ح)}{(ا-ب)(ا-ح)} + \frac{(لا-ح)(لا-ا)}{(ب-ح)(ب-ا)} = ۱$

(۶) کسور عشاریہ کے ضرب اور قسمت کا قاعدہ ثابت کرو ۶۸۸۹۶ء۱ کو ۸۹ء۷ پر اور ۶۸۸۸۹۶ کو ۸۹۷ء۰ پر تقسیم کرو

ب

(۱) ان جملوں کے حاصل تفریق کو نہایت مختصر کرو

[لاٗ - ۳ءٗ + ۶ [لاٗء - (لا ءٗ + ۳ لاء)] - ۱۴ [۸ (لاٗ - ءٗ) - ۱۲ (۳ لا - ۳ء + ۱)]

اور ءٗ - لاٗ - ۳ [۲ لاء (ء - لا) + ۶ لاء] - ۵۶ [۲ءٗ - ۲ لاٗ + ۹ء - ۶ لاٗ]

اور جب ا = ب = ع = ق = ۸ تو قیمت

۲ا - {ا - [ب (ع + ق) - ا (ا + ب)]} کی دریافت کرو

(۲) رمز اٗم کے معنی جب م مثبت صحیح ہو کیا ہیں ثابت کرو کہ اٗم اٗن = اٗم+ن جب م اور ن مثبت صحیح ہوں اور اگر یہہ مان لیں کہ یہہ قاعدہ اوس صورت میں بھی جاری ہے کہ جسمیں م اور ن کسر ہوں تو اٗم کے کیا معنی ہونگے

$(ا^{\frac{1}{3}} - ب^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} + [(ا^{\frac{1}{3}} ب)^{\frac{1}{3}}]^{\frac{1}{3}}$ کو $(ا^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} - [(ا^{\frac{1}{3}} ب)^{\frac{1}{3}}]^{\frac{1}{3}}$ مین ضرب دو

اور ۱ + ۲ لا کو ۱ ـ ۳ لا پر چار رقمون تک تقسیم کرو اور باقی کو صحیح صحیح بیان کرو

(۳) مفرد بناؤ

(۱) $\frac{ا^2}{(ا-ب)(ا-ج)(لا+ا)} + \frac{ب^2}{(ب-ج)(ب-ا)(لا+ب)} + \frac{ج^2}{(ج-ا)(ج-ب)(لا+ج)}$

(۲) $\frac{ا-ب}{ا+ب}$ $\frac{(لا^2+ی^2) + لا ی (ا^2+ب^2)}{(لا^2-ی^2) + لا ی (ا^2-ب^2)}$ (۳) $\frac{لا}{لا^2-۱}$ ـ $\frac{۱}{\frac{۱}{لا}+۱}$ ـ $\frac{۱-۲لا}{لا^2-۲لا-۴}$

(۴) اوس شرط کی تحقیقات کرو جسسے کسر عام اعشاریہ محدود کی صورت مین تبدیل نہو سکی اور جب یہہ شرط پوری نہو تو ثابت کرو کہ باقیات جو ایک کسر کو اعشاریہ مدور کی طرف تحویل کرنے مین پیدا ہوتی ہین اونمین ایک ترتیب ہوتی ہے

$\frac{۱}{۴۹}$ کسی مختتم اعشاریہ کی طرف تحویل ہو سکتا ہی؟ اور اگر نہین تو بتاؤ ہندسون کی تعداد زیادہ سے زیادہ اعشاریہ مدور کے دور مکرر مین کیا ہوگی

(۵) دو مرکب مقادیر جبریہ کے مشترک ذو اضعاف اقل دریافت کرنیکا جو قاعدہ ہے اوسے ثابت کرو اور اوسکی توسیع تین مقادیر جبریہ تک کرو

۱ ـ لا + لا^۲ اور ۱ + لا اور ۱ ـ لا^۲ کا ذو اضعاف اقل دریافت کرو

(۶) صحیح اور اعشاریہ کے جذر نکالنے مین جو قاعدہ نقطون سے نشان کرنیکا ہی اوسے بیان کرو ۳ ۱/۲ گز لمبے ٹٹیان اوس مربع کہیت کی چارون طرف کتنی لگینگی جسکا رقبہ ۱۰ ایکڑ ہے

ج

(۱) $\frac{ا}{ب}$ سے کیا مطلب ظاہر ہوتا ہے ثابت کرو کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{م ا}{م ب}$

کسور جبریہ کی ضرب اور قسمت کے قاعدے ثابت کرو

$\frac{ا^2 لا^2}{ب د} + \frac{ا ب لا^2}{ج د} - \frac{ا ج لا^2}{د^2} - \frac{ب^2 لا}{ج د} + \frac{ا^2 لا}{ب ج} - \frac{ا}{د}$ کو $\frac{ا لا}{ج} - \frac{ب}{د}$ پر تقسیم کرو

(۲) ۲۵ ۴۲ ۱۴۱۷ اور ۲ کے جذر مین سے کونسا بڑا ہے اور قیمت

$\frac{۳ \sqrt{۲} + ۲ \sqrt{۳}}{۴ \sqrt{۳} + ۵ \sqrt{۲}}$ دریافت کرو

(۳) ... کا مجذور اور لا^۲ - ۱ + ۱/لا^۲ کی چوتھی قوت لکھو

(۴) ثابت کرو کہ ... اور قیمت

[۱ - لا(لا - ۲)] (۱ - لا^۲)(۱ - لا^۳) (۱ + لا^۲ + لا + لا^۳) کی دریافت کرو

(۵) تین جبریہ جملوں کے مشترک وفق اعظم دریافت کرنیکا قاعدہ ثابت کرو اور معاوضعف

۶(ا^۲ - ب^۲)(ا - ب)^۳ اور ۹(ا^۲ - ب^۲)(ا - ب) اور ۱۲(ا^۲ - ب^۲)^۳ کا دریافت کرو

اور قیمتیں دریافت کرو

(۱) (لا^۲ - ر^۲)/(لا - ر) - ۳(لا ر - ی)/(لا + ر + ی) + (لا - ی)(ر - ی)/(لا^۲ + ر^۲) جب لا = ۳ ر = ۳ ی = ۴

(۲) ۱/لا^۲ - ۱/(لا(۱ + لا)^۲) + ۱/(لا^۲(لا + ۱)^۲) - ۲/((لا + ۱)^۲(لا + ۲)) - ۱/(لا + ۲)^۲

(۶) مقادیر مرکبہ کے جذر الکعب نکالنے کے قاعدہ کی تحقیقات لکھو اور جذر الکعب

(ا + ا)^ن لا^۳ - ۶ح ... (ا + ا)^ن لا^۲ + ۱۲ح^۲ ... (ا + ا)^ن لا - ۸ح^۳ ...

(۱) کسور جبریہ کی جمع اور تفریق کا قاعدہ ثابت کرو اور جب لا = ... تو قیمت

(۱ - لا)/(لا^۲ - ... + ۱) + (۱ + لا)/(لا^۲ + ... + ۱) کی دریافت کرو

(۲) مشترک وفق اعظم

۲لا^۴ + (۲ا - ۹) لا^۳ - (۱۹ا + ۶) لا + ۲۷ا اور ۲لا^۳ - ۳الا + ۸ا کا دریافت کرو

اور (۱ - ۲لا + ۳لا^۲ + ۳لا^۳ - ۳لا^۴)/(۱ - لا - ۳لا^۲ + لا^۳ + ۳لا^۴) کا اختصار کرو

(۳) اعشاریہ اور صحاح کی جذر الکعب نکالنے میں جو قاعدہ نقطوں سے نشان کرنیکا ہے اوسے بیان کرو اور جذر الکعب ۰۰۰۱۰۲۵۰۳۳۴۴. دریافت کرو اور ایک مربع کھیت کا رقبہ ۲ ایکڑ ہے اوسکی ضلع کے انچ تک بھی دریافت کرو

(۴) ثابت کرو کہ ہر ایک مشترک ذو اضعاف (ا) اور (ب) کا ذو اضعاف اونکے ذو اضعاف اقل کا ہے

ضیق ۳لا^۲ - لا ر - ۲ر^۲ اور ۳لا^۲ - ۵لا ر + ۲ر^۲ کا دریافت کرو

۵ ان جملون کو مفرد بناؤ

(۱) ۴/ل ، ۶ (لا²/ا² − ا²/لا²)/(لا/ا − ا/لا) − ۴لا/ا ، (۱ − ا²/لا²)/(۱ + لا²/ا²)

(۲) ا − [۵ب − { ا − ۳ (ج − ب) + ۲ (ج − (ا − ۲ب − ج)/۲) }]

(۶) لا^{۳/۲} + ا^{۳/۲} کے مکعب کو لا^{۱/۲} + ا^{۱/۲} کے مربع مین ضرب اور ثابت کرو کہ اونکا حاصلضرب
= (لا + ا)² + ۲ لا^{۱/۲} ا^{۱/۲} (لا + ا) + ۳ ا^{۳/۲} لا^{۳/۲} (لا^{۱/۲} + ا^{۱/۲})² (لا^{۳/۲} + ا^{۳/۲})

مساوات درجہ اول

۹۹ اگر یہہ جملہ ہو کہ (لا + ا)² = لا² + ۲ لا ا + ا² تو اوسمین جن مقداروں کے درمیان علامت مساوات کی لکھی ہوئی ہو اونمین سے ایک مقدار ایسی ہے کہ وہ دوسری مقدار پر اوس عمل سے جو اوسکی علامتون سے تعبیر ہوتا ہے کرنے سے پیدا ہوئی ہے تو ایسی صورت کو متطابقہ کہتے ہین اس جملہ سے فقط یہہ بات ظاہر ہوتی ہے کہ ایک ہی مقدار کی دو مختلف صورتین بنا کر لکھدی ہین اور اسلیئے ظاہر ہے کہ وہ لا کی سب قیمتون کے واسطے درست اور صحیح ہے

اب اس جملہ (لا + ۱)² = ۶ یعنی لا² + ۲ لا + ۱ = ۶ کو مساوات کہتے ہین کیونکہ جسمین علامت مساوات کی ایک جانب کی مقدار ایسی نہین ہے کہ وہ دوسری جانب کی مقدار پر علامت کے موافق عمل کرنے سے پیدا ہوئی ہو اور یہ مساوات جبہی قائم ہو سکتی ہے کہ لا کی خاص قیمتین ہون

اب مساوات کی تعریف اسطرح کیا کرتے ہین

حد جب دو مقداریں مختلف طرح سے بیان کیجائین اور ایک مقدار دوسری مقدار سے کسی عمل کے کرنے سے نہ پیدا ہوتی ہو اور علامت = سے اسطرح مربوط ہون کہ یہہ علامت اونکے درمیان لکھی جاوے تو اس کل جملے کو مساوات کہینگے شلاً لا = ا ب ایک مساوات ہے جس سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ ا اور ب کے حاصلضرب کی برابر لا ہے

(۱۰۰) اگر کوئی مساوات کسر سے خالص ہو اور مقادیر اوسمین نہ ہون اور اول قوت کسی مقدار مجہول کی ہو تو اوسکو مساوات درجہ اول کی یا مساوات مفرد کہتے ہین اور اگر اوسمین صرف مقدار مجہول کا مجذور ہو خواہ اوسکی ساتھہ اول قوت ہو خواہ نہ ہو اوسکو مساوات درجہ دوم یا مضلعات کہتے ہین

مثلاً لا - ا = ب مساوات درجہ اول اور لا۲ + ۱۶ = ۲۵ اور لا۲ - لا = ۵ مساوات درجہ دوم ہین

بالعموم یہہ ہے کہ اگر اعلی درجہ مقدار مجہول کی قوت کا ن ہو تو اوس مساوات کو ن درجہ کی مساوات کہینگے

(۱۰۱) مساوات کے حل کرنیکے یہہ معنی ہے کہ مقدار یا مقادیر مجہول کی ایک قیمت یا کئی قیمتین ایسی دریافت کرین کہ جسے شرائط مساوات کی پوری ہون یعنی اگر بجای مجہول کے ان قیمتونکو مساوات مین رکھین تو اول طرف مساوات کی برابر دوسری طرف کے ہو

مقدار یا مقادیر مجہول کی قیمت یا قیمتین جو اسطرح شرائط مساوات کو پورا کرتی ہین مساوات کی بہی قیمت یا قیمتین کہلاتی ہین

(۱۰۲) مساوات کا حل ان علوم متعارفہ یعنی مبادی بدیہیہ پر موقوف ہے

علوم متعارفہ ۱ اگر برابر مقادیر مین ہر ایک پر برابر مقادیر زیادہ کرین یا اونمین تفریق کرین دونو صورت مین جو مقادیر حاصل ہونگین وہ آپسمین برابر ہونگین

علوم متعارفہ ۲ اگر برابر مقادیر کسی ایک ہی مقدار مین ضرب دی جائین یا کسی ایک مقدار پر تقسیم کیجائین تو حاصلضرب آپسمین برابر ہونگی اور خارج قسمت بہی آپسمین برابر ہونگے

علوم متعارفہ ۳ اگر برابر مقادیر کا ایک ہی مرتبہ کا صعود لیں یا نزول نکالین تو ماحصل آپسمین برابر ہونگے

(۱۰۳) ایک مقدار مجہول کی مساوات درجہ اول کے قاعدے حل کرنیکے ان چار قاعدون مین سب آجاتی ہین

قاعدہ اول مساوات کی ایک طرف سے دوسری طرف مقدار کی علامت بدل کر منتقل کر سکتے ہیں

یہہ قاعدہ پہلی علوم متعارفہ پر مبنی ہے

فرض کرو کہ لا + ا = ب

ا کو ہر ایک طرف مساوات سے تفریق کرو تو

لا + ا − ا = ب − ا

لیکن ا − ا = ٠

∴ لا = ب − ا

اب ا دائیں طرف سے بائیں طرف علامت بدل کر منتقل ہو گیا

اور پھر فرض کرو کہ لا − ا = ب

مساوات کی ہر ایک طرف پر ا کو زیادہ کرو تو

لا − ا + ا = ب + ا

یعنی لا = ب + ا

یہاں ا دائیں طرف سے بائیں طرف علامت بدل کر منتقل ہو گیا یعنی ا نے طرف اور علامت بدل لی

اب فرض کرو کہ ۴ لا − ۳۰ = ۳ لا + ۵

۳۰ ہر ایک طرف مساوات پر زیادہ کرو تو

۴ لا − ۳۰ + ۳۰ = ۳ لا + ۵ + ۳۰

یعنی ۴ لا = ۳ لا + ۵ + ۳۰ (اسمیں ۳۰ نے طرف اور علامت بدل لی)

= ۳ لا + ۳۵

ہر ایک طرف سے ۳ لا کو تفریق کرو تو

۴ لا − ۳ لا = ۳ لا + ۳۵ − ۳ لا

= ۳۵ (اسمیں ۳ لا نے طرف اور علامت بدل لی)

یعنی لا = ۳۵

نتیجہ صریح ۱ اس قاعدہ سے یہہ بات صاف ظاہر معلوم ہوتی ہے کہ اگر مساوات کی ہر ایک طرف ایک ہی مقدار ہو اور اسکی علامت بھی ایک ہو تو وہ مساوات سے خارج ہو سکتی ہے

لا − ا = ب − ا − ح کے معنی یہی ہیں کہ لا = ب − ح

نتیجہ صریح ۲ مساوات کی علامتیں + سے − اور − سے + بدل سکتے ہیں اور اس بدلنے سے کچھ مقدار مجہول کی قیمت میں فرق نہیں آتا

فرض کرو کہ لا − ح = ب − ا . . . . (۱)

تو لا = ب - ا + ج

اب اگر تمام علامتین (ا) کی بدل دین تو

- لا + ج = - ب + ا

تو ج + ب - ا = لا اور یہی پہلے حاصل ہوا تہا

قاعدہ دوم اگر مقدار مجہول کسی مقدار مین ضرب دیگئی ہو تو وہ اوسے علیحدہ اسطرح ہو سکتی ہے کہ اوس سے مساوات کی ہر ایک رقم کو تقسیم کر دو

یہہ قاعدہ علوم متعارفہ دوم پر منحصر ہے

فرض کرو کہ ۳ لا = ۱۲

تو ۳لا/۳ = ۱۲/۳

لیکن ۳/۳ لا = لا اور ۱۲/۳ = ۴

∴ لا = ۴

اب پہر فرض کرو کہ ۵ لا + ۱ = ۲ لا + ۲۲

۵ لا - ۲ لا = ۲۲ - ۱

یا ۳ لا = ۲۱

∴ ۳لا/۳ = ۲۱/۳

یعنی لا = ۷

قاعدہ سوم اگر مقدار مجہول کسی مقدار پر تقسیم کی ہوئی ہو تو یہہ مقدار اوسے علیحدہ اسطرح ہو سکتی ہے کہ اوس سے مساوات کی ہر رقم مین ضرب دین اور اگر وہان ایک کسر سے زیادہ کسرین ہون تو مساوات کی سب رقمون کو اون کسرون کی مشترک ذو اضعاف اقل مین ضرب دو

یہہ قاعدہ بہی دوسری علوم متعارفہ پر مبنی ہے

فرض کرو کہ ۱/۲ لا = ۳

دونو طرف کو ۲ مین ضرب دو تو

۱/۲ لا × ۲ = ۳ × ۲

لیکن ۱/۲ لا × ۲ = ۲/۲ لا = لا

∴ لا = ۶

اب پہر فرض کرو کہ لا + ۱/۲ لا = ۷ + ۱/۳ لا

نسب نمایون کا ذ ا ق = ۶ اسیواسطے ہر ایک رقم کو ۶ مین ضرب دو تو

۶لا/۱ + ۶لا/۲ = ۶×۷/۱ + ۶لا/۳

یعنی ۶ لا + ۳ لا = ۴۲ + ۲ لا

∴ ۶ لا + ۳ لا − ۲ لا = ۴۲ بموجب قاعدہ اول کے

یعنی ۹ لا − ۲ لا = ۴۲

یعنے ۷ لا = ۴۲

∴ لا = ۴۲/۷ بموجب قاعدہ دوم

قاعدہ چہارم اگر مقدار مجہول علامت نزول کے اندر ہو یا کسی اور مقدار یا مقادیر کے ساتھہ ہو اور وہ مقدار یا مقادیر علامت نزول کے ماتحت ہوں تو صرف اس مقدار اصم کو مساوات کے ایک طرف میں رکھو اور پھر طرفین مساوات کو اوس قوت کے صعود میں اٹھاؤ جو مشاکی اوس نزول کے قوت نما کا ہو تو مساوات علامت نزول سے خالی ہو جائیگی اور اگر مساوات میں دو مقادیر اصم ہوں اور علامت + اور − کے ساتھہ ربط دیگئی ہوں تو کئی دفعہ اس عمل کی کرنی سے مساوات مقادیر اصم سے خالی ہو جائیگی اس قاعدہ کی بنا علوم متعارفہ سوم پر قائم ہوئی ہے

فرض کرو کہ √لا − ۳ = ۵

√لا = ۵ + ۳ = ۸ بموجب قاعدہ اول کے

مجذور طرفین مساوات کا کرو تو

لا = ۸²

= ۶۴

اب پھر فرض کرو کہ √(۲ لا + ۱) + ۳ = ۹

تو √(۲ لا + ۲) = ۹ − ۳

= ۶

طرفین مساوات کا مجذور کرو تو

۲ لا + ۲ = ۳۶

یعنے ۲ لا = ۳۶ − ۲

= ۳۴

∴ لا = ۳۴/۲

= ۱۷

اب پھر فرض کرو کہ √(۵ + لا) + √لا = ۵

تو √(۵ + لا) = ۵ − √لا

طرفین مساوات کا مجذور کرو تو

$$5 + \text{لا} = (5 - \sqrt{\text{لا}})^2$$
$$= 25 - 10\sqrt{\text{لا}} + \text{لا}$$
$$\therefore 5 = 25 - 10\sqrt{\text{لا}}$$
$$\therefore 10\sqrt{\text{لا}} = 25 - 5$$
$$= 20$$
$$\therefore \sqrt{\text{لا}} = \frac{20}{10} = 2$$

مجذور طرفین مساوات کا کیا تو

$$\text{لا} = 2^2 = 4$$

حل مساوات درجہ اول

(۱۰۴) اور جو قاعدے بیان ہوئے اون سبکو یکجا جمع کریں تو اون سے یہہ عام قاعدہ مرتب ہوگا

(۱) مساوات مین کسر اور مقادیر اصم دور کرو

(۲) جن رقموں مین مقادیر مجہول ہون اون سبکو دائین طرف لاؤ اور سب مقادیر معلوم کو بائین طرف لیجاؤ

(۳) مقدار مجہول کے سرون کے مجموعہ کو طرفین مساوات پر تقسیم کرو تو قیمت مطلوب معلوم ہوجائیگی

امثلہ نمبری ۴۵ حل کی ہوئی

مثال ۱ $10\,\text{لا} - 16 = 3\,\text{لا} + 5$ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی $10\,\text{لا} - 3\,\text{لا} = 5 + 16$ بموجب قاعدہ اول کے

یعنی $7\,\text{لا} = 21$

$\therefore \text{لا} = \frac{21}{7}$ بموجب قاعدہ دوم $= 3$

مثال ۲ $6\,\text{لا} + 2(11 - \text{لا}) = 3(19 - \text{لا})$ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی $6\,\text{لا} + 22 - 2\,\text{لا} = 57 - 3\,\text{لا}$

یعنی $6\,\text{لا} - 2\,\text{لا} + 3\,\text{لا} = 57 - 22$

یعنی $7\,\text{لا} = 35$

$\therefore \text{لا} = \frac{35}{7} = 5$

مثال ۳ ۲ لا + ۵۷ ۴ = ۵۷ لا − ۴ دریافت قیمت لا کی

یعنی ۲لا − ۰٫۷۵لا = −۴ − ۴٫۷۵

یعنی ۱٫۲۵ لا = −۸٫۷۵

∴ لا = −۸٫۷۵ / ۱٫۲۵ = −۷

مثال ۴ ۴٫۸ لا − ۶٫۷ = ۳٫۲ لا + ۱۰ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی ۴٫۸ لا − ۳٫۲ لا = ۶٫۷ + ۱۰

یعنے ۳٫۶ لا = ۱۶٫۷

∴ لا = ۱۶٫۷ / ۲٫۶ = ۹٫۰۷۸۳۸۲

مثال ۵ ۶ا لا − ۳ب − (۴د لا + ۳ج) = ۰ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنے ۶ا لا − ۴د لا = ۳ب + ۳ج

یعنے لا(۶ا − ۴د) = ۳ب + ۳ج

∴ لا = (۳ب + ۳ج) / (۶ا − ۴د) یعنی = ۳(ب + ج) / ۲(۳ا − ۲د)

مثال ۶ (۳ب − لا)(ب − ج) + ۲ب لا = ۴ج(ب + لا) قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی ۳ب² − ۳بج − ب لا + ج لا + ۲ب لا = ۴بج + ۴ج لا

یعنی − ب لا + ۲ب لا + ج لا − ۴ج لا = ۴بج + ۳بج − ۳ب²

یا ب لا − ۳ج لا = ۷بج − ۳ب²

یا لا(ب − ۳ج) = ۷بج − ۳ب²

∴ لا = (۷بج − ۳ب²) / (ب − ۳ج)

مثال ۷ (لا − ۲ا)² + (لا + ۲ب)² = ۲(لا − ۲ج)² قیمت لا کی دریافت کرو

یا لا² − ۴ا لا + ۴ا² + لا² + ۴ب لا + ۴ب² = ۲(لا² − ۴ج لا + ۴ج²)

= ۲لا² − ۸ج لا + ۸ج²

یا لا² + لا² − ۲لا² − ۴ا لا + ۴ب لا + ۸ج لا = ۸ج² − ۴ا² − ۴ب²

یعنی لا[۸ج − ۴ا + ۴ب] = ۸ج² − ۴ا² − ۴ب²

∴ لا = (۸ج² − ۴ا² − ۴ب²) / (۸ج − ۴ا + ۴ب) = (۲ج² − ا² − ب²) / (۲ج − ا + ب)

مثالیں مشق کے واسطے

امثلہ نمبری ۴۵

ان مثالوں کو حل کرو

(۱) ۲لا + ۳ = لا + ۱۷   (۲) ۷لا − ۶ = ۶لا − ۴

(۳) ۴لا + ۲ = ۳لا + ۹   (۴) ۴لا + ۲ا = ۳لا + ۷ب

(۵) ۸لا + ۷ = ۶لا + ۲۷   (۶) ۹لا − ۳ − (۴لا + ۲۲) = ۰

(۷) ۴لا − ۴۸ = ۲۴ − ۲لا   (۸) ۵لا + ۲۰ = ۳۰ + ۳لا

(۹) ۳لا − ۷ − (۵لا + ۱۷) = ۰   (۱۰) ۱۲لا − ۱۱ = ۷لا + ۸۹

(۱۱) ۵لا − ۹ = ۷لا + ۱۵   (۱۲) ۳لا + ۱۴ − (۹لا − ۲۲) = ۰

(۱۳) ۸لا − ۵ = ۱۳ − ۷لا   (۱۴) ۲ا لا − ح = ۲و − ب لا

(۱۵) ۷لا − ۴ − (۳لا − ۱۱) = ۰   (۱۶) ۱۳لا − ۲۰ = ۱۵ + ۲۴لا

(۱۷) ۳،۷۵لا + ۰،۵ = ۲،۵لا + ۸   (۱۸) ۰،۵لا − ۷ = ۲،لا − ۶،۱

(۱۹) ۳لا − ۹ − ۳۳۴ + ۳لا = ۰،۰۲لا   (۲۰) ۰،۵لا − ۰،۲۳ = ۰،۵ ۲ − ۰،۱۸لا

(۲۱) ۰،۲۳لا + ۰،۰۲لا = ۰،۷۹۵ − ۰،۱۳۴لا   (۲۲) ا لا + ا۱ = ب لا + ب۱

(۲۳) ۴۳لا + ۱۲ = ۵۰ + ۵۵لا − ۱۸۵   (۲۴) ۷ − ۹ا − ۵لا = ب − ۵ا لا

(۲۵) ا لا − ب لا = ا۱ + ا۱لا − ب۱   (۲۶) ۲لا = ب لا + ۴ اب

(۲۷) ۲لا − ۵(لا + ۱) − ۷ = ۰   (۲۸) ۳(لا − ی) − ۲(ی − لا) = ۰

(۲۹) ۵(لا + ۱) + ۶(لا + ۲) = ۹(لا + ۴)   (۳۰) ۳لا + ۵ − ۸(۳ − لا) = ۰

(۳۱) لا − ا = (ب − ا) لا   (۳۲) ۵(۵لا − ۱) − (۶،لا − ۲،) = ۶،۶ − ۵،لا

(۳۳) ۲(لا − ۴) − ۳(لا − ۲) = ۳۳ − ۲لا   (۳۴) ۳(لا − ۳) − ۲(لا − ۲) − ۱ = ۵(لا + ۲)

(۳۵) (لا + ۱)(لا + ۲) = (لا − ۳)(لا − ۴)   (۳۶) لا(لا + ۲) + لا(لا + ۱) = (۲لا − ۱)(لا + ۳)

(۳۷) (ا + لا)(ب + لا) − (ح − لا)(د − لا) = ۰   (۳۸) (۲ا − ب) لا = ۲ا[illegible] − ۳ا(ب + لا)

(۳۹) (لا + ا)۲ = ۵ا۲ + (لا − ا)۲

(۴۰) ۲۱(لا + ۳)(لا − ۵) − ۵(۳لا − ۷)(لا − ۵) = ۲(۳لا − ۷)(لا + ۳)

(۴۱) ۶(لا + ۷)(۶لا + ۳) − ۳(۲لا + ۴)(۶لا + ۳) = −(۷لا + ۱۳)

(۴۲) لا(لا + ا) + لا(لا + ب) − ۲(لا + ا)(لا + ب) = ۰

(۴۳) ۳لا − ۰،۵ (لا − ۰،۱) − ۹ = ۰،۲۵(۷ − ۵لا)

(۴۴) ۳(ا − لا)(ا − ب) − ۴ب(ا + لا) + ۲ا لا = ۰

(۴۵) (۲لا + ۱)۳ − ۸ = (۲لا − ۱)۳

(۴۶) ۲(لا − ۷)(لا + ۷) + ۳(لا − ۳)(لا + ۵) = ۵(لا + ۲۶)(لا − ۱۷)

(۴۷) ا (لا + ا) ‒ ب (لا ‒ ب) = ۲ ا لا + (ا ‒ ب)^۲

(۴۸) (۳ ‒ لا) ۲ ‒ (لا ‒ ۱)(لا + ۲) ‒ (لا ‒ ۳)(۵ ‒ ۲لا) = ۰

(۴۹) (لا + ۳ا)(لا ‒ ۳ب) + ۳ (لا ‒ ۳ا)(لا + ۳ب) = ۴ (لا ‒ ۳ا)(لا ‒ ۳ب)

(۵۰) (۲ب + ج ‒ لا)^۲ + (۲ب ‒ ج + لا)^۲ ‒ (۲ب ‒ ۲ج + لا)^۲ = (۲ب + ۲ج ‒ لا)^۲

مثال ۸ ۳لا/۴ + ۱۲ = ۵لا/۶ + ۹ قیمت لا کی دریافت کرو

ذو اضعاف اول نسب نماؤں کا = ۱۲

∴ ۹لا/۱۲ + ۱۴۴/۱۲ = ۱۰لا/۱۲ + ۱۰۸/۱۲

یعنی ۹لا + ۱۴۴ = ۱۰لا + ۱۰۸

یعنی ۹لا ‒ ۱۰لا = ۱۰۸ ‒ ۱۴۴

یعنی ‒ لا = ‒ ۳۶

∴ لا = ۳۶

مثال ۹ ½ (لا + ۱) + ⅓ (لا + ۲) ‒ ۱۶ + ¼ (لا + ۳) = ۰ قیمت لا کی دریافت کرو

ضعف نسب = ۱۲

∴ ۶لا + ۶ + ۴لا + ۸ ‒ ۱۹۲ + ۳لا + ۹ = ۰ چونکہ ۰ × ۱۲ = ۰

یعنی ۶لا + ۴لا + ۳لا = ۱۹۲ ‒ ۹ ‒ ۸ ‒ ۶

۱۳لا = ۱۶۹

∴ لا = ۱۶۹/۱۳ = ۱۳

مثال ۱۰ لا/۸ ‒ (لا ‒ ۲)/۲½ = (۳لا ‒ ۴)/۱۵ + لا/۱۲ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی لا/۸ ‒ ۲(لا ‒ ۲)/۵ = (۳لا ‒ ۴)/۱۵ + لا/۱۲

یعنی ۱۵لا ‒ ۲۴لا + ۴۸ = ۲۴لا ‒ ۳۲ + ۱۰لا

یا ۱۵لا ‒ ۲۴لا ‒ ۲۴لا ‒ ۱۰لا = ‒ ۳۲ ‒ ۴۸

‒ ۴۳لا = ‒ ۸۰

یا ۴۳لا = ۸۰

∴ لا = ۸۰/۴۳ = ۱ ۳۷/۴۳

مثال ۱۱ (لا ‒ ۵/۲)(لا + ۳/۲) ‒ (لا ‒ ۵)(لا + ۳) = ۹۳/۴ قیمت لا کی دریافت کرو

لا^۲ ‒ لا ‒ ۱۵/۴ ‒ (لا^۲ ‒ ۲لا ‒ ۱۵) = ۹۳/۴

یعنی لا^۲ ‒ لا ‒ ۱۵/۴ ‒ لا^۲ + ۲لا + ۱۵ = ۹۳/۴

یا لا = ۹۳/۴ + ۱۵/۴ − ۱۵

= ۱۰۸/۴ − ۱۵

= ۲۷ − ۱۵ = ۱۲

مثال ۱۳۔ (لا − ۱ ۲۵/۲۶)/۲ − (۲ − ۶ لا)/۱۳ = لا − (۵ لا − (۱۰ − ۳ لا)/۴)/۳۹

یعنی (لا − ۵۱/۲۶)/۲ − (۲ − ۶ لا)/۱۳ = لا − ((۲۰ لا − (۱۰ − ۳ لا))/۴)/۳۹

یعنی (۲۶ لا − ۵۱)/(۲ × ۲۶) − (۲ − ۶ لا)/۱۳ = لا − (۲۳ لا − ۱۰)/(۴ × ۳۹)

ضیق نسب = ۱۳ × ۳ × ۴

∴ ۳(۲۶ لا − ۵۱) − ۱۲(۲ − ۶ لا) = ۱۵۶ لا − (۲۳ لا − ۱۰)

یعنی ۷۸ لا − ۱۵۳ − ۲۴ + ۷۲ لا = ۱۵۶ لا − ۲۳ لا + ۱۰

یعنی ۷۸ لا + ۷۲ لا − ۱۵۶ لا + ۲۳ لا = ۱۰ + ۱۵۳ + ۲۴

یعنی ۱۷ لا = ۱۸۷

∴ لا = ۱۸۷/۱۷ = ۱۱

مثال ۱۳۔ ۳ لا/ا − ج + لا/ب = ۴ لا + ۲ لا/د قیمت لا کی دریافت کرو

ضیق نسب = ا ب د

∴ ۳ ب د لا − ا ب ج د + ا د لا = ۴ ا ب د لا + ۲ ا ب لا

یعنی ۳ ب د لا + ا د لا − ۴ ا ب د لا − ۲ ا ب لا = ا ب ج د

یعنی لا (۳ ب د + ا د − ۴ ا ب د − ۲ ا ب) = ا ب ج د

∴ لا = ا ب ج د / (۳ ب د + ا د − ۴ ا ب د − ۲ ا ب)

مثال ۱۴۔ ا/لا + ب/ا − ا/(۳ ا لا) = ۰ قیمت لا کی دریافت کرو

ضیق نسب نما = ۳ ا لا

∴ ۳ ا² + ۳ ب لا − ا = ۰

یا ۳ ب لا = ا − ۳ ا²

∴ لا = (ا − ۳ ا²)/۳ ب یا = ا(۱ − ۳ ا)/۳ ب

مثال ۱۵۔ (۴ لا − ۱۷)/۹ − (۲۲ لا − ۳ ۲/۳)/۳۳ = لا − ۶/لا (۱ − لا/۵۴) قیمت لا کی دریافت کرو

یا $\frac{۴لا - ۱۷}{۹} - \frac{۱۱ - ۶۶لا}{۹۹} = لا - \frac{۶}{لا} + \frac{لا}{۹}$

ضیق نسب = ۹۹ لا

∴ ۱۱لا (۴لا − ۱۷) − لا (۱۱ − ۶۶لا) = ۹۹لا² − ۵۹۴ + ۱۱لا²

یا ۴۴لا² − ۱۸۷لا − ۱۱لا + ۶۶لا² = ۹۹لا² − ۵۹۴ + ۱۱لا²

یعنی ۴۴لا² + ۶۶لا² − ۹۹لا² − ۱۱لا² − ۱۸۷لا − ۱۱لا = − ۵۹۴

یا − ۱۹۸لا = − ۵۹۴

∴ لا = $\frac{-۵۹۴}{-۱۹۸}$ = ۳

امثلہ نمبری ۴۵ مشق کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

ب (۱) لا + $\frac{لا}{۲}$ + $\frac{لا}{۳}$ = ۱۱ (۲) $\frac{لا}{۲}$ + $\frac{لا}{۳}$ + $\frac{لا}{۴}$ = ۲۶

(۳) $\frac{لا}{۵}$ + $\frac{لا}{۴}$ + $\frac{لا}{۳}$ = $\frac{لا}{۲}$ + ۱۷ (۴) $\frac{لا}{۲}$ + $\frac{۲لا}{۳}$ − $\frac{۳لا}{۴}$ = $\frac{۱}{۲}$

(۵) $\frac{۲لا}{۳}$ − ۱ = $\frac{لا}{۱۲}$ + $\frac{۴}{۳}$ (۶) لا + $\frac{۱}{۲}$لا − $\frac{۱}{۳}$لا + ۱۷ = ۴لا

(۷) لا + $\frac{لا}{۲}$ + $\frac{۲لا}{۳}$ + $\frac{۳لا}{۴}$ = ۱ − $\frac{۱}{۲}$ − $\frac{۱}{۱۲}$ (۸) $\frac{۳}{۴}$۱۲ − $\frac{۱}{۲}$لا = ۲لا − ۸ $\frac{۳}{۴}$

(۹) $\frac{۳لا + ۱}{۴}$ = $\frac{۵لا + ۱۶}{۷}$ (۱۰) $\frac{لا - ۵}{۷}$ = $\frac{۳لا - ۱۱}{۲۳}$

(۱۱) $\frac{۵لا}{۲}$ − $\frac{۴لا}{۳}$ − ۳ = ۱۳ + $\frac{۵}{۸}$ + $\frac{لا}{۳۲}$ (۱۲) $\frac{لا - ۱}{۲}$ + $\frac{لا - ۲}{۳}$ + $\frac{لا - ۳}{۴}$ = $\frac{۵لا - ۱}{۶}$

(۱۳) $\frac{۲لا - ۶}{۵}$ − $\frac{لا - ۴}{۹}$ − $\frac{۳لا}{۱۳}$ = ۰ (۱۴) $\frac{۲لا - ۱}{۷}$ + $\frac{۲۳ - ۲لا}{۵}$ = ۷ − $\frac{لا + ۴}{۲}$

(۱۵) $\frac{۱۲ - ۳لا}{۴}$ − ۱ = $\frac{۳لا - ۱۱}{۳}$ (۱۶) $\frac{۲لا - ۳}{۴}$ − ۱ = $\frac{۴لا - ۵}{۶}$

(۱۷) $\frac{۴لا - ۳۴}{۱۷}$ − $\frac{۵لا - ۲۵۸}{۱۴}$ = $\frac{لا - ۶۹}{۲}$ (۱۸) $\frac{۱۲لا - ۸}{۶}$ = $\frac{۴لا - ۱۰۱}{۳}$ + لا + ۲

(۱۹) ۲لا − ($\frac{۲لا - ۱۹}{۲}$ + $\frac{۲لا - ۱۱}{۳}$) = ۰ (۲۰) $\frac{لا + ۱}{۳}$ − ($\frac{لا + ۴}{۵}$ − $\frac{لا + ۳}{۴}$) = ۱۶

(۲۱) $\frac{۲لا + ۱}{۲۹}$ − $\frac{۴۰۲ - ۳لا}{۱۲}$ = ۹ − $\frac{۴۷۱ - ۶لا}{۲}$ (۲۲) $\frac{۱}{لا}$ + $\frac{ب}{لا}$ = ج

(۲۳) $\frac{۳لا + ۷}{۱۴}$ − $\frac{۲لا - ۷}{۲۱}$ = ۲ $\frac{۳}{۴}$ (۲۴) $\frac{لا - ۴}{۴}$ = لا − ۹ − ($\frac{لا - ۲}{۴}$ + $\frac{۲}{۳}$)

(۲۵) $\frac{لا - ۰۱}{۰۳}$ = ۱ − $\frac{لا - ۰۲}{۰۱}$ (۲۶) $\frac{۱}{لا}$ + $\frac{۲}{لا}$ + $\frac{۳}{لا}$ = ۴

(٢٧) $\frac{٥ س - ١}{٢} - \frac{٧ س - ٣}{١٠} = ٦ \frac{٣}{٥} - \frac{س}{٢}$ (٢٨) $\frac{١}{٢ س} + \frac{٣}{س} - \frac{٥}{٢ س} = \frac{٩}{٢٨}$

(٢٩) $٧ - \frac{٣ س - ٦}{س} = \frac{٣٠ + س}{س}$ (٣٠) $\frac{٧ س + ٩}{٤} - (س - \frac{٣ س - ١}{٩}) = ٧$

(٣١) $\frac{٥ س - ٣}{٧} - \frac{س - ٩}{٣} = \frac{٥ س}{٢} + \frac{١٩}{٦}$ (٣٢) $(س - ٤) \frac{١}{س} - (١ - \frac{١}{٢ س}) = \frac{٥}{٢٤}$

(٣٣) $١ + \frac{ح - س}{س} = ب - ١ + \frac{٥}{س}$ (٣٤) $\frac{س}{٣} + \frac{١}{٥} (س - ١) = \frac{٢ س + ١٥}{٩}$

(٣٥) $\frac{٥ س - ١}{١٢} - (\frac{س + ٢}{٣} - \frac{٣ س}{٧}) = \frac{٥ س - ١}{٤}$

(٣٦) $١٧ - \frac{٣ س - ٥}{٧} = ٢ س - (\frac{١٢٥}{٦٦} + \frac{س - ٧}{١١})$

(٣٧) $\frac{٢ س + ١}{٢٩} - \frac{٢٠٤ - ٣ س}{١٢} = ٩ - \frac{٤٧١ - ٦ س}{٢}$

(٣٨) $\frac{٣ س - ٢ س + ١}{٥} = \frac{(٧ س - ٢)(٣ س - ٦)}{٣٥} + \frac{١٨}{٢٠}$

(٣٩) $\frac{س - ب}{أ} + \frac{س - أ}{ب} + \frac{س - ح}{أ} + \frac{س - أ}{ح} + \frac{س - ح}{ب} + \frac{س - ب}{ح} = ٠$

(٤٠) $\frac{٤ س - ٢١}{٧} + \frac{٥}{٦} ٧ + \frac{٧ س - ٢٨}{٣} = س + ٣ \frac{٣}{س} - \frac{٧ س - ٩}{٨} + \frac{١}{١٢}$

(٤١) $\frac{١١ س - ١٣}{٢٥} + \frac{١٩ س + ٣}{٧} - \frac{٥ س - ٢٥}{٤} \frac{١}{٢} = ٢٨ \frac{١}{٧} - \frac{١٧ س + ٤}{٢١}$

(٤٢) $\frac{س + ١٠}{٣} - \frac{٢}{٥} (٣ س - ٤) + \frac{(٣ س - ٢)(٢ س - ٣)}{٦} = س - \frac{٢}{١٥}$

(٤٣) $\frac{٣}{٥} (س - ٥) - \frac{٣}{١١} (س - ١٣ \frac{١}{٣}) = ١٥ - \frac{٣}{٥} (١٩ - \frac{١}{٣} س)$

(٤٤) $\frac{١}{٢} (\frac{٥}{٣} س + ٤) - \frac{٧}{٣} - س = \frac{س}{٢} (\frac{٦}{س} - ١)$

(٤٥) $\frac{٣ س + أ}{ب} - \frac{س - ب}{أ} = \frac{٣ أ س + (أ - ب)^٢}{أ ب}$

(٤٦) $\frac{س - \frac{٣}{٥}}{٢} - \frac{٥ - ٤ س}{٧} = س + ١٢ - \frac{٣ س - (\frac{٩ - ٢ س}{٣} - ٢)}{٩}$

(٤٧) $\frac{س - \frac{٣٦ - ٢ س}{٩}}{٨} - \frac{س - ١٨}{٦} = س + ٩ - \frac{٥ س - ٢ (س - ١٠)}{١٣}$

(٤٨) $\frac{٣ س - ٢}{٤} + \frac{س}{٣} - ١١ \frac{٥}{٦} = \frac{س - \frac{٤ س - ٩}{٣}}{٦} - ٥$

(٤٩) $\frac{\frac{٧ س}{٣} - ٢}{٤} - \frac{٥ س - \frac{١}{٢}}{٣} = \frac{\frac{س}{٢} - ٢}{٥} - ٣ \frac{١}{٣}$

(٥٠) $\frac{٤ س - ١٧}{٩} - \frac{٢٢ س - \frac{٣}{٥}}{٣٣} = س - \frac{٦}{س} (١ - \frac{٥ س}{٥٤})$

۱۵ $\frac{\text{لا} - \frac{۲}{۳}}{۳} - \frac{۲\text{لا} - ۳ + \frac{۱}{۳}}{۴} = \frac{۲}{۳}\left[\text{لا} - \frac{\text{لا} - \frac{۱}{۲}}{۳}\right] + \frac{۴\text{لا}}{۳}\left[\text{لا} - ۳ - \frac{(\text{لا} - ۱)(\text{لا} - ۲)}{\text{لا}}\right]$

مثال ۱۶ $\frac{۴۵}{۲\text{لا} + ۳} = \frac{۵۶}{۴\text{لا} - ۵}$ قیمت لا کی دریافت کرو

$$\text{ضیق نسب} = (۲\text{لا} + ۳)(۴\text{لا} - ۵)$$

$$\therefore ۴۵(۴\text{لا} - ۵) = ۵۶(۲\text{لا} + ۳)$$

$$\text{یا } ۱۸۰\text{لا} - ۲۲۵ = ۱۱۴\text{لا} + ۱۷۱$$

$$\text{یا } ۱۸۰\text{لا} - ۱۱۴\text{لا} = ۱۷۱ + ۲۲۵$$

$$\text{یعنے } ۶۶\text{لا} = ۳۹۶$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{۳۹۶}{۶۶} = ۶$$

تنبیہ خاص صورتون مین بعض نسب نما مساواتون مین ایسی ہوتی ہین کہ اونکا ذو اضعاف اقل دیکھنے سے معلوم ہوجاتا ہے اسلئے اگر اون رقمون کو جنکے وہ نسب نما ہین ایک طرف لے آئین اور پہر اسطر کو کسر سے خالص کرین اور حتی الامکان مفرد بنائین اور پہر موافق قاعدہ عام کے حل کرین تو نہایت آسانی ہوجائیگی

مثال ۱۷ $\frac{۱۰\text{لا} + ۱۷}{۱۸} - \frac{۱۲\text{لا} + ۲}{۱۱\text{لا} - ۸} = \frac{۵\text{لا} - ۴}{۹}$ قیمت لا کی دریافت کرو

$$\text{یعنے } \frac{۱۰\text{لا} + ۱۷}{۱۸} - \frac{۵\text{لا} - ۴}{۹} = \frac{۱۲\text{لا} + ۲}{۱۱\text{لا} - ۸}$$

$$\text{یعنے } \frac{۱۰\text{لا} + ۱۷}{۱۸} - \frac{۱۰\text{لا} - ۸}{۱۸} = \frac{۱۲\text{لا} + ۲}{۱۱\text{لا} - ۸}$$

$$\frac{۲۵}{۱۸} = \frac{۱۲\text{لا} + ۲}{۱۱\text{لا} - ۸}$$

$$\text{یعنے } ۲۵(۱۱\text{لا} - ۸) = ۱۸(۱۲\text{لا} + ۲)$$

$$\text{یعنے } ۲۷۵\text{لا} - ۲۰۰ = ۲۱۶\text{لا} + ۳۶$$

$$\text{یعنے } ۲۷۵\text{لا} - ۲۱۶\text{لا} = ۳۶ + ۲۰۰$$

$$۵۹\text{لا} = ۲۳۶$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{۲۳۶}{۵۹} = ۴$$

مثال ۱۸ $\frac{1}{\text{لا}-1}-\frac{2}{\text{لا}+7}=\frac{1}{7(\text{لا}-1)}$ قیمت لا کی دریافت کیجیے

یعنی $\frac{1}{\text{لا}-1}-\frac{1}{7(\text{لا}-1)}=\frac{2}{\text{لا}+7}$

یعنی $\frac{7}{7(\text{لا}-1)}-\frac{1}{7(\text{لا}-1)}=\frac{2}{\text{لا}+7}$

یعنی $\frac{6}{7(\text{لا}-1)}=\frac{2}{\text{لا}+7}$

یعنی $6(\text{لا}+7)=2\times7\times(\text{لا}-1)$

$$6\text{لا}+42=14\text{لا}-14$$

$$6\text{لا}-14\text{لا}=-14-42$$

$$-8\text{لا}=-56$$

$$\therefore \text{لا}=\frac{56}{8}=7$$

مثال ۱۹ $\frac{6\text{لا}-7\frac{1}{3}}{13-12\text{لا}}+2\text{لا}+\frac{1+16\text{لا}}{24}=4\frac{5}{12}-\frac{12\frac{5}{8}-8\text{لا}}{3}$ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی $\frac{6\text{لا}-\frac{22}{3}}{13-12\text{لا}}+2\text{لا}+\frac{1+16\text{لا}}{24}=\frac{53}{12}-\frac{\frac{101}{8}-8\text{لا}}{3}$

یعنی $\frac{18\text{لا}-22}{3(13-12\text{لا})}+2\text{لا}+\frac{1+16\text{لا}}{24}=\frac{53}{12}-\frac{101-64\text{لا}}{24}$

یعنی $\frac{18\text{لا}-22}{3(14-12\text{لا})}=\frac{53}{12}-\frac{101-64\text{لا}}{24}$

یعنی $\frac{18\text{لا}-22}{3(13-12\text{لا})}=\frac{53}{12}-\frac{101-64\text{لا}}{24}-2\text{لا}-\frac{1+16\text{لا}}{24}$

$$=\frac{106-101+64\text{لا}-48\text{لا}-1-16\text{لا}}{24}$$

$$=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$$

تنسیق نسبتوں کا $=6(13-12\text{لا})$

$$\therefore 36\text{لا}-44=13-12\text{لا}$$

$$36\text{لا}+12\text{لا}=44+13$$

$$48\text{لا}=57$$

$$\therefore \text{لا}=\frac{57}{48}=1\frac{3}{16}$$

(۲۰) $\frac{3\text{ب}\,\text{لا}}{2\text{ا}^2}-\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}}-\frac{\text{ب}\,\text{لا}-\text{ا}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}+\frac{\text{لا}}{4\text{ا}^2}=0$ قیمت لا کی دریافت کرو

ضیق نسب $=2\text{ا}^2(\text{ا}^2-\text{ب}^2)$

∴ ٣ ب لا × ٢ (اٗ − بٗ) − ٤ اٗ (ا − ب) (لا − ب) − ٤ اٗ (ب لا − اٗ) + لا اٗ (اٗ − بٗ) = ٠

یعنے ٦ اٗ ب لا − ٦ بٗ لا − ٤ اٗ لا + ٤ اٗ ب لا + ٤ ا بٗ − ٤ اٗ بٗ − ٤ اٗ ب لا + ٤ اٗ + اٗ لا − ا بٗ لا = ٠

یعنے ٦ اٗ ب لا − ٦ بٗ لا − ٣ اٗ لا + اٗ لا − ا بٗ لا = − ٤ اٗ ب + ٤ اٗ بٗ − ٤ اٗ

یعنے لا (٦ اٗ ب − ٦ بٗ − ٣ اٗ − ا بٗ) = − ٤ اٗ (ا ب − بٗ + اٗ)

∴ لا = ٤ اٗ (ا ب − بٗ + اٗ) / (٣ اٗ − ٦ اٗ ب + ا بٗ + ٦ بٗ)

اشتلہ نمبری ٥٤ مشق کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

(١) (٢ لا − ٣) / (٣ لا − ٤) = (٤ لا − ٥) / (٦ لا − ٧)   (٢) (لا − ١) / (لا + ١) + ١ / لا = ١

(٣) ١ / (لا − ٣) + ١ / (لا − ٦) = ٢ / (لا − ٩)   (٤) ٢ / (لا − ٤) − ٥ / (لا − ٢) + ٣ / (لا − ٦) = ٠

(٥) لا / (لا + ١) = ٣ لا / (لا + ٢) − ٢   (٦) (لا − ٢) / (لا − ٤) + (لا − ٣) / (لا − ٢) = ٢

(٧) (٢ لا − ٣) / لا + ٣ / (٢ لا − ٣) = ٢   (٨) ٢١ / (٣ لا − ٧) − ٥ / (لا + ٣) = ٢ / (لا − ٥)

(٩) ج / (ا + ب لا) = س / (د + لا)   (١٠) (٦ لا + د) / (٤ لا + ب) − (٣ لا − ب) / (٢ لا − د) = ٠

(١١) لا / (لا − ١) − (١ + ١ / لا) = ٠   (١٢) ١ / (لا + ٣) − ١ / (لا + ٥) = ١ / ٦ · ١ / (لا + ٤)

(١٣) ١ / ن + ن / (لا + ن) = (لا + ن) / ن لا   (١٤) (لا − ١) / (لا − ٢) − (لا − ٢) / (لا − ٣) = (لا − ٥) / (لا − ٦) − (لا − ٦) / (لا − ٧)

(١٥) (٦ لا + ١) / ١٥ − (٢ لا − ٤) / (٧ لا − ١٣) = (٢ لا − ١) / ٥   (١٦) (٤ لا + ٣) / ٩ = (٨ لا + ١٩) / ١٨ − (٧ لا − ٢٩) / (٥ لا − ١٢)

(١٧) (لا + د) / ٢ − ٢ / (لا + د) = (لا − د) / ٢   (١٨) (٣ لا − ٢) / (٢ لا − ٥) − (٢١ − ٣ لا) / ٥ = (٦ لا + ١٣) / ١٠

(١٩) ٣ / (٢ لا − ١) + ٥ / (٥ لا − ١) + ٤ / (٢ لا − ١) = ٠   (٢٠) لا / (ا + ب) + لا / (ا − ب) = ٤ اٗ / (اٗ − بٗ)

(٢١) (لا − ٧) / (لا + ٧) − (٢ لا − ١٥) / (٢ لا − ٦) = ١ / (٢ (لا + ٧))   (٢٢) ٣ / لا − ٢ / (لا + ١) = ٥ / (٤ (لا + ١))

(٢٣) (٦ لا + ١٣) / ١٥ − (٣ لا + ٥) / (٥ لا − ٢٥) = ٢ لا / ٥   (٢٤) (١ + لا) / (١ − ٤ لا) + ١ / ٤ = لا / (٢ لا + ١)

(٢٥) (٢ لا + ١) / (١ − ٢ لا) − ٨ / (١ − ٤ لا) = (٢ لا − ١) / (٢ لا + ١)

(٢٦) (٩ لا + ٥) / ١٤ + (٨ لا − ٧) / (٦ لا + ٢) = (٦ لا + ٣٥) / ٥٦ + (١٠ + لا) / ١٤

(۲۷) ۲/(۱ − لا۲) = (۳ + لا)/(۱ + لا)۲ − ۱/(۱ + لا)۲ − ۱/(لا − ۱)

(۲۸) ۲۳/(لا + ۱) + ۵ = (۴ + ۱۶لا)/(۳ + ۳لا) + (لا/۳ − ۲۵)/(۱ + لا)

(۲۹) (۱۶ + لا)/۳۶ − ۷لا/۱۲ = لا/۳ + (۲ − ۱۳لا)/(۳۲ − ۱۷لا) − (۸ + ۲لا)/۹

(۳۰) ۱/۱۰۵ + (۲ − ۲لا)/۶ − (۳لا + ۱)/۲۱ = (لا۲ − ۷)/(۱۴(لا − ۱)) − (۵لا − ۶)/۱۵

(۳۱) ۸ ,۳ ۸ = ۶ ,۸ + (۲ + لا)/(۲ − لا) (۳۲) ۵ ,۳ ۸ = ۶ ,۸ + …

(۳۲) ا/(ا + ب) = لا/(ب − ا) + لا/ا

(۳۳) (لا + ۱/لا)/(۱ + لا۲) − ۱/(۱ + لا) = ۳/(۱ + لا)۲

(۳۴) ۲لا/(ا + لا) − (ا + لا)/ا − ۳ = (لا۲ − ۳ا)/(ا۲ − لا۲)

(۳۵) ۱/(اب − ا لا) + ۱/(بج − ب لا) = ۱/(اج − ا لا)

(۳۶) (۳ − ۲لا)/(۱ − ۲لا) − (۵ − ۲لا)/(۷ − ۲لا) = ۱ − (۴لا۲ − ۲)/(۷ − ۱۶لا + ۴لا۲)

(۳۷) (ا + لا)/(ب + لا) = ((۲لا + ا + ج)/(۲لا + ب + ج))۲

(۳۸) ((۱ − ۷لا)/۵ − (۱ − ۵لا)/۲) / ((۵ − ۳لا) − (۲ − ۷لا)/۳) − لا/۲ = (۳ − ۲لا)/۴

(۳۹) ۱/لا + لا/ا + (ا − لا)ا/((ا − لا)لا) − ((ا + لا)لا/((ا − لا)ا))۳ = ۲ − لا۲/(لا۲ − ا۲)

(۴۰) ۱/(لا۲ + ۳لا + ۲) + ۳لا/(لا۲ + ۴لا + ۳) + ۱/(لا۲ + ۵لا + ۶) = (۴لا + ۶۰)/(لا + ۳) − ۱۴

مثال ۱ اگر √(لا − ۱۶) + √لا = ۸ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی √(لا − ۱۶) = ۸ − √لا اور لا − ۱۶ = (۸ − √لا)۲

یعنی لا − ۱۶ = ۶۴ − ۱۶√لا + لا

یعنی ۱۶√لا = ۶۴ + ۱۶ = ۸۰

∴ √لا = ۸۰/۱۶ = ۵ ، لا = ۵۲ = ۲۵

مثال ۲ لا + ا + √(۲ا لا + لا۲) = ب قیمت لا کی دریافت کرو

√(۲ا لا + لا۲) = ب − لا − ا

یعنی ۲ا لا + لا۲ = ب۲ − ۲ب لا − ۲ب ا + لا۲ + ۲ا لا + ا۲

یعنی ۰ = $ب^{۲}$ − ۲ ب لا − ۲ ا ب + $ا^{۲}$

یعنی ۲ ب لا = $ب^{۲}$ − ۲ ا ب + $ا^{۲}$

= $(ب − ا)^{۲}$

∴ لا = $\frac{(ب − ا)^{۲}}{۲ ب}$

مثال ۴۳ $\sqrt{لا − ۵} + \sqrt{لا + ۷}$ = ۶ قیمت لا کی دریافت کرو

طرفین مساوات کا مجذور کرو تو لا − ۵ + ۲ $\sqrt{(لا + ۷)(لا − ۵)}$ + لا + ۷ = ۳۶

یعنی ۲ $\sqrt{لا^{۲} + ۲ لا − ۳۵}$ = ۳۶ − ۲ − ۲ لا

= ۳۴ − ۲ لا

$\sqrt{لا^{۲} + ۲ لا − ۳۵}$ = ۱۷ − لا

یعنی $لا^{۲}$ + ۲ لا − ۳۵ = ۲۸۹ − ۳۴ لا + $لا^{۲}$

یعنی ۳۴ لا + ۲ لا = ۲۸۹ + ۳۵

یعنی ۳۶ لا = ۳۲۴

∴ لا = $\frac{۳۲۴}{۳۶}$ = ۹

مثال ۴۴ $\sqrt{۴ ا + لا}$ = ۲ $\sqrt{ب + لا}$ − $\sqrt{لا}$ قیمت لا کی دریافت کرو

طرفین مساوات کے مجذور کرنے سے ۴ ا + لا = ۴ (ب + لا) − ۴ $\sqrt{ب لا + لا^{۲}}$ + لا

یعنی ۴ $\sqrt{ب لا + لا^{۲}}$ = ۴ ب + ۴ لا + لا − ۴ ا − لا

= ۴ ب + ۴ لا − ۴ ا

$\sqrt{ب لا + لا^{۲}}$ = ب + لا − ا

= ب − ا + لا

یعنی ب لا + $لا^{۲}$ = $(ب − ا)^{۲}$ + ۲ (ب − ا) لا + $لا^{۲}$

یعنی ب لا − ۲ ب لا + ۲ ا لا = $(ب − ا)^{۲}$

یعنی (۲ ا − ب) لا = $(ب − ا)^{۲}$

∴ لا = $\frac{(ب − ا)^{۲}}{۲ ا − ب}$

مثال ۴۳: $\frac{\sqrt{\text{لا}}+28}{\sqrt{\text{لا}}+4} = \frac{\sqrt{\text{لا}}+38}{\sqrt{\text{لا}}+6}$ قیمت لا کی دریافت کرو

یعنی $(\sqrt{\text{لا}}+28)(\sqrt{\text{لا}}+6) = (\sqrt{\text{لا}}+38)(\sqrt{\text{لا}}+4)$

یعنی $\text{لا} + 34\sqrt{\text{لا}} + 168 = \text{لا} + 42\sqrt{\text{لا}} + 152$

$34\sqrt{\text{لا}} - 42\sqrt{\text{لا}} = 152 - 168$

$-8\sqrt{\text{لا}} = -16$

$\sqrt{\text{لا}} = 2$

مثال ۴۴: $\sqrt{\text{لا}+5} + \sqrt{\text{لا}} = \frac{15}{\sqrt{\text{لا}+5}}$ قیمت لا کی دریافت کرو

$\therefore \left[\sqrt{\text{لا}+5}\right]\left[\sqrt{\text{لا}+5}\right] + \sqrt{\text{لا}}\left[\sqrt{\text{لا}+5}\right] = 15$

یعنی $5 + \text{لا} + \sqrt{\text{لا}}\,.\,\sqrt{\text{لا}+5} = 15$

$\therefore \sqrt{\text{لا}}\,\sqrt{\text{لا}+5} = 15 - 5 - \text{لا}$

$= 10 - \text{لا}$

$\text{لا}(\text{لا}+5) = 100 - 20\text{لا} + \text{لا}^2$

$\therefore 5\text{لا} = 100 - 20\text{لا}$

$\therefore 25\text{لا} = 100$

$\therefore \text{لا} = \frac{100}{25} = 4$

مثال ۴۵: $\frac{1-3\text{لا}}{1+\sqrt{3\text{لا}}} + 1 = \frac{1-\sqrt{3\text{لا}}}{2}$ قیمت لا کی دریافت کرو

چونکہ $1-3\text{لا} = (1+\sqrt{3\text{لا}})(1-\sqrt{3\text{لا}})$ $\therefore \frac{1-3\text{لا}}{1+\sqrt{3\text{لا}}} = 1-\sqrt{3\text{لا}}$

$\therefore 1-\sqrt{3\text{لا}} + 1 = \frac{1-\sqrt{3\text{لا}}}{2}$

یعنی $4 - 2\sqrt{3\text{لا}} = 1 - \sqrt{3\text{لا}}$

یا $\sqrt{3\text{لا}} = 3$

$3\text{لا} = 9$

$\therefore \text{لا} = \frac{9}{3} = 3$

مثال ۲۸

$$\text{ب} = \frac{\sqrt{\text{ا}+\text{لا}} + \sqrt{\text{ا}-\text{لا}}}{\sqrt{\text{ا}+\text{لا}} - \sqrt{\text{ا}-\text{لا}}}$$

مساوات کی دائین طرف کے شمار کنندہ اور نسب نما کو $\sqrt{\text{ا}+\text{لا}} + \sqrt{\text{ا}-\text{لا}}$ مین ضرب دو

تو یہہ حاصل ہوگا $\text{ب} = \frac{\text{ا}+\text{لا}+\text{ا}-\text{لا}+۲\sqrt{(\text{ا}+\text{لا})(\text{ا}-\text{لا})}}{(\text{ا}+\text{لا})-(\text{ا}-\text{لا})}$

یعنی $\text{ب} = \frac{۲\text{ا}+۲\sqrt{\text{ا}^۲-\text{لا}^۲}}{۲\text{لا}}$

$$\text{ب لا} = \text{ا} + \sqrt{\text{ا}^۲ - \text{لا}^۲}$$

$$\text{ب لا} - \text{ا} = \sqrt{\text{ا}^۲ - \text{لا}^۲}$$

طرفین مساوات کے مجذور کرنے سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$\text{ا}^۲ - \text{لا}^۲ = \text{ب}^۲\text{لا}^۲ - ۲\text{اب لا} + \text{ا}^۲$$

$$\text{لا}^۲ + \text{ب}^۲\text{لا}^۲ = ۲\text{اب لا}$$

لا پر طرفین مساوات کو تقسیم کرو

$$\text{لا}(۱ + \text{ب}^۲) = ۲\text{اب}$$

$$\therefore \text{لا} = \frac{۲\text{اب}}{۱+\text{ب}^۲}$$

تنبیہ اگر ا و ب و ح و د چار مقدارین ہون اور $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{د}}$ تو

$\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} = \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{ح}-\text{د}}$ اور $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ا}+\text{ب}} = \frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{ح}+\text{د}}$ ثبوت اسکا یہہ ہے

چونکہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{د}}$

$\therefore \frac{\text{ا}}{\text{ب}} + ۱ = \frac{\text{ح}}{\text{د}} + ۱$ یا $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{د}}$

اور نیز $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} - ۱ = \frac{\text{ح}}{\text{د}} - ۱$ یا $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$

$$\therefore \frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ب}} \div \frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{د}} \div \frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}}$$

یعنی $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} = \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{ح}-\text{د}}$

اور نیز $\frac{\text{ا}-\text{ب}}{\text{ب}} \div \frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}-\text{د}}{\text{د}} \div \frac{\text{ح}+\text{د}}{\text{د}}$

یعنی $\frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ا} + \text{ب}} = \frac{\text{ج} - \text{د}}{\text{ج} + \text{د}}$

یہہ قانون جبریہ اون مساواتوں کی حل کرنے مین کہ مشابہ مثال گذشتہ کے ہوون اور مقدار مجہول ایک طرف ہو نہایت بکار آمد ہے

مثال گذشتہ اس قانون کے موافق حل کرتے ہین

$$\frac{\sqrt{\text{ا} + \text{لا}} + \sqrt{\text{ا} - \text{لا}}}{\sqrt{\text{ا} + \text{لا}} - \sqrt{\text{ا} - \text{لا}}} = \text{ب}$$

$$= \frac{\text{ب}}{۱}$$

$$\frac{۲\sqrt{\text{ا} + \text{لا}}}{۲\sqrt{\text{ا} - \text{لا}}} = \frac{\text{ب} + ۱}{\text{ب} - ۱}$$ بموجب قانون جبریہ کے

تو $$\frac{\text{ا} + \text{لا}}{\text{ا} - \text{لا}} = \left(\frac{\text{ب} + ۱}{\text{ب} - ۱}\right)^۲$$

$$= \frac{\text{ب}^۲ + ۲\text{ب} + ۱}{\text{ب}^۲ - ۲\text{ب} + ۱}$$

پہر $$\frac{۲\text{ا}}{۲\text{لا}} = \frac{۲\text{ب}^۲ + ۲}{۴\text{ب}}$$ موافق قانون جبریہ کے

و $$\frac{\text{ا}}{\text{لا}} = \frac{\text{ب}^۲ + ۱}{۲\text{ب}}$$

و $$۲\text{اب} = \text{لا}(\text{ب}^۲ + ۱)$$

پس $$\text{لا}(\text{ب}^۲ + ۱) = ۲\text{اب}$$

$$\text{لا} = \frac{۲\text{اب}}{\text{ب}^۲ + ۱}$$

امثلہ نمبری ۴۵ مشق کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) $\sqrt{\text{لا} - ۹} = ۳$ (۲) $(۳\text{لا} + ۴)^{\frac{1}{2}} = ۴$

(۳) $\sqrt{۱۲ + \text{لا}} = ۲ + \sqrt{\text{لا}}$ (۴) $\sqrt{\text{لا} + ۹} = ۲\sqrt{\text{لا}} - ۳$

(۵) $\sqrt{\text{لا}} = \sqrt{۲} + \sqrt{(\text{لا} - ۲)}$ (۶) $\sqrt{(\text{لا} - ۵)} = ۷ - \sqrt{(\text{لا} - ۱۲)}$

(۷) $۱۳ + \sqrt{۴\text{لا} + ۱} = ۱۶$ (۸) $\sqrt{\text{لا} + ۱۶} - \sqrt{\text{لا}} - ۲ = ۰$

(۹) $\sqrt{۴\text{لا} + ۹} - ۲\sqrt{\text{لا}} = ۱$ (۱۰) $\text{لا} = ۷ - \sqrt{\text{لا} - ۷}$

(۱۱) $\text{لا} + \sqrt{۲\text{الا} + \text{لا}^۲} = \text{ا}$ (۱۲) $\text{ا} + \text{لا} + \sqrt{۲\text{الا} + \text{لا}^۲} = \text{ب}$

(۱۳) $\text{لا} - \sqrt{\frac{۱}{\text{لا}}} = \sqrt{(\text{لا} + ۱)}$ (۱۴) $\sqrt{\text{لا}} - \sqrt{\frac{\text{ا}}{\text{لا}}} = \sqrt{(\text{ا} + \text{لا})}$

(۱۵) $(\sqrt{\text{لا}}-2)^2+4\sqrt{\text{لا}}=13$ (۱۶) $\sqrt{5}\,\sqrt{\text{لا}+3}-\sqrt{5\text{لا}}=2$

(۱۷) $\left(\frac{\text{ا}}{\text{لا}}+\text{ب}\right)^{\frac12}-\left(\frac{\text{ا}}{\text{لا}}-\text{ب}\right)^{\frac12}=\text{ج}$ (۱۸) $\frac{\text{لا}-\text{الا}}{\sqrt{\text{لا}}}=\frac{\sqrt{\text{لا}}}{\text{لا}^{\frac12}}$

(۱۹) $\sqrt{\text{لا}^2+\text{ا}^2}+\text{لا}=\text{ب}$ (۲۰) $(\text{لا}+1)^{\frac12}+(\text{لا}-1)^{\frac12}=2\sqrt{\text{لا}}$

(۲۱) $\sqrt{\text{لا}}-4=\frac{259-10\text{لا}}{\sqrt{\text{لا}}+4}$ (۲۲) $\sqrt{\text{لا}}+\sqrt{\text{لا}-9}=\frac{36}{\sqrt{\text{لا}-9}}$

(۲۳) $\sqrt{\text{لا}}+\sqrt{\text{لا}+1}=\frac{12}{\sqrt{\text{لا}+1}}$ (۲۴) $\sqrt{5+\sqrt{\text{لا}-4}}=3$

(۲۵) $\frac{\sqrt{\text{لا}}-2}{\sqrt{\text{لا}}+3}=\frac{\sqrt{\text{لا}}+1}{\sqrt{\text{لا}}+21}$ (۲۶) $\frac{\sqrt{\text{لا}}+12}{\sqrt{\text{لا}}+\text{ب}}-\frac{\sqrt{\text{لا}+14}}{\sqrt{\text{لا}+3\text{ب}}}=0$

(۲۷) $1-\frac{5\text{لا}-9}{\sqrt{5\text{لا}}+3}=\frac{\sqrt{5\text{لا}}-3}{2}$ (۲۸) $\frac{\text{لا}-1}{\sqrt{\text{لا}}+1}=4+\frac{\sqrt{\text{لا}}-1}{2}$

(۲۹) $\frac{\text{الا}-\text{ب}^2}{(\text{الا})^{\frac12}+\text{ب}}+\text{ج}=\frac{(\text{الا})^{\frac12}-\text{ب}}{\text{ن}}$ (۳۰) $\frac{1-\sqrt{1-\text{لا}}}{1+\sqrt{1-\text{لا}}}=\text{ن}$

(۳۱) $\sqrt{\text{لا}}+\sqrt{\text{لا}-\sqrt{1-\text{لا}}}=1$ (۳۲) $\frac{\sqrt{12\text{لا}+1}+\sqrt{12\text{لا}}}{\sqrt{12\text{لا}+1}-\sqrt{12\text{لا}}}=8$

(۳۳) $\frac{\sqrt{\text{لا}-\text{ا}}+\sqrt{\text{ا}}}{\sqrt{\text{لا}-\text{ا}}-\sqrt{\text{ا}}}=\frac{\text{ا}}{\text{د}}$ (۳۴) $\frac{\text{ب}+\left(\frac{\text{لا}+\text{ا}}{\text{لا}-\text{ا}}\right)^{\frac12}}{\text{ب}-\left(\frac{\text{لا}+\text{ا}}{\text{لا}-\text{ا}}\right)^{\frac12}}=\frac{3}{2}$

(۳۵) $\sqrt{\text{لا}}+\sqrt{\sqrt{\text{لا}^2+\text{الا}}-\text{ا}}=\sqrt{\text{ا}}$

(۳۶) $\sqrt{\text{لا}+4\text{ا}}+\sqrt{\text{لا}+\text{ا}}=2\sqrt{\text{لا}-2\text{ا}}$

(۳۷) $3(\sqrt[3]{\text{لا}}-6)=2(1-\sqrt[3]{\text{لا}})$ (۳۸) $(\text{ا}+\text{لا})^{\frac{1}{\text{م}}}=(\text{لا}^2+5\text{الا}+\text{ب}^2)^{\frac{1}{2\text{م}}}$

(۳۹) $(\text{ا}+\sqrt{\text{لا}})^{\frac13}+(\text{ا}-\sqrt{\text{لا}})^{\frac13}=\text{ب}^{\frac13}$

(۴۰) $\frac{\sqrt{\text{ا}+\sqrt{\text{لا}}}}{\sqrt[3]{\text{لا}}}+\frac{\sqrt{\text{ا}-\sqrt{\text{لا}}}}{\sqrt[3]{\text{لا}}}=\sqrt[6]{\text{لا}}$

سوالات

(۱۰۵) ہمنے مساوات کے حل کرنیکے قاعدے بیان کیے ہین لیکن اون سوالات کے حل
کرنیمین کہ جنسے مساواتین پیدا ہوتی ہین اون قاعدون سے کوئی ہدایت اور اعانت خود مساواتون
کے بنانے مین نہین ہوتی ہے ہر سوال کا طریقہ استدلال صورت جبریہ مین لانے کا جدا ہے فقط مشق
اور تجربہ سے اس بات کا ملکہ حاصل ہو جاتا ہے کہ ہر سوال کو جھٹ پٹ جبر مقابلہ کی صورتمین
لے آتے ہین طالب علم کو چاہیے کہ جب کوئی سوال حل کرنیکے واسطے اوسکے سامنے پیش ہو

تو اوسکو نہایت غور اور خوض سے پڑہے اور اسبات کو خوب سمجہے کہ کیا اوس سوال مین معلوم ہے اور کیا معلوم اور تحقیق کرنا ہے پس جس چیز کا دریافت کرنا مقصود ہو اوسکو لا سے تعبیر کرو اور پہر شرائط سوال کو زبان جبریہ مین بیان کرو اور جہان مقدار مجہول آئے وہان اوسکی جگہہ لا رکہو اسطرح ایک مساوات بنجائیگی جسسے قیمت معین ہوجائیگی اور جب لا کی قیمت معین ہوجائیگی تو سوال بہی حل ہوجائیگا سب سے زیادہ عمدہ نصیحت اور ہدایت طالب علم کے واسطے سوالات کے حل کرنیکے لیے یہی ہے

امثلہ نمبری ۴۶ سوالات حل کئے ہوئے

سوال ۱ ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسکو ۶ مین ضرب دین اور حاصل ضرب پر ۱۲ زیادہ کرین تو ۶۶ حاصل ہون

فرض کرو کہ لا عدد مطلوب کو تعبیر کرتا ہے اوسکو ۶ مین ضرب دین اور ۱۲ زیادہ کرین تو ۶ لا + ۱۲ حاصل ہونگے

بموجب شرائط سوال کے ۶ لا + ۱۲ = ۶

۶ لا = ۶۶ − ۱۲ = ۵۴

∴ لا = ۹

سوال ۲ اپنے روپیہ کی چوتہائی اور ساتوان حصہ جب مین خرچ کر چکا تو ۱۷۰ روپیہ باقی رہے تو بتاؤ اول میرے پاس کتنے روپیہ تہے

فرض کرو کہ لا تعداد روپیون کی جو میرے پاس تہی تو $\frac{1}{4}$ لا + $\frac{1}{7}$ لا وہ روپیہ ہوگا جو مینے خرچ کیا

∴ لا − ($\frac{1}{4}$ لا + $\frac{1}{7}$ لا) اوس روپیہ کو تعبیر کرتا ہے جو میرے پاس باقی رہا

اور بموجب شرط سوال کے لا − ($\frac{1}{4}$ لا + $\frac{1}{7}$ لا) = ۱۷۰

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۲۸۰ روپیہ

سوال ۳ ایک شخص ۷۰۰ روپیہ تین آدمیون مین اسطرح تقسیم کرنیکے لیے چہوڑ مرا

کہ اول آدمی کو دوچند دوسرے آدمی سے اور دوسرے آدمی کو دوچند تیسرے آدمی سے ملے

تو بتاؤ ہر ایک کو کیا ملنا چاہیے

فرض کرو کہ لا = تعداد روپیہ کی جو تیسرے آدمی کے حصہ مین آئے

تو ۲لا = 〃 〃 دوسرے 〃

۴لا = 〃 〃 اول 〃

بموجب شرط سوال کے لا + ۲لا + ۴لا = ۷۰۰

یعنے ۷لا = ۷۰۰

لا = ۱۰۰

اسسے معلوم ہوا کہ ۴۰۰ روپیہ و ۲۰۰ روپیہ و ۱۰۰ روپیہ حصون مین آئے

سوال ۴ زید اور بکر نے برابر روپیہ ملا کر تجارت شروع کی زید کو ۱۲۶ روپیہ نفع حاصل ہوا اور بکر کو ۸۷ روپیہ کا نقصان اور اب زید کے پاس روپیہ بکر کے روپیہ سے دوچند ہوگیا تو بتاؤ ہر ایک نے کتنے روپیہ سے تجارت شروع کی تھی

فرض کرو کہ لا اوس روپیہ کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے جو ہر ایک نے تجارت مین لگایا

تو بموجب شرائط سوال کے لا + ۱۲۶ = ۲ (لا − ۸۷)

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۳۰۰ روپیہ

سوال ۵ ۳۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ دوسرے حصہ سے بقدر ۱۳ کے زیادہ ہو

فرض کرو کہ لا ایک حصہ کو تعبیر کرتا ہے تو لا + ۱۳ دوسرے حصہ کو تعبیر کریگا

تو بموجب شرط سوال کے لا + (۱۳ + لا) = ۳۰

اسسے معلوم ہوا کہ لا = ۱½ اور لا + ۱۳ = ۲۱½

سوال ۶ دو اعداد دریافت کرو جنکا حاصل تفریق ۱۰ ہو اور اگر اونکے مجموعہ پر ۱۵ زیادہ کرین تو ۴۳ حاصل ہون

فرض کرو کہ لا = چھوٹے عدد کے

تو لا + ۱۰ = بڑے عدد کے

بموجب شرط سوال کے لا + لا + ۱۰ + ۱۵ = ۴۳

۲لا = ۱۸

∴ لا = ۹

∴ اعداد مطلوب ۹ اور ۱۹ ہین

سوال ۷ عدد ۳۹ کو ایسے چار حصون مین تقسیم کرو کہ اگر اول حصہ پر ایک زیادہ کرین اور دوسرے حصہ مین سے ۲ تفریق کرین اور تیسرے حصہ کو ۳ مین ضرب دین اور چوتھے حصہ کو ۴ پر تقسیم کرین تو ماحصل سب صورتون کا ایک ہی ہو

فرض کرو کہ لا = تیسرے حصہ کے

۳ لا = ¼ چوتھے حصہ یعنی ۱۲ لا = چوتھے حصہ کے

۳ لا + ۲ = دوسرے حصہ کے

۳ لا − ۱ = اول حصہ کے

بموجب شرط سوال کے ۳ لا − ۱ + ۳ لا + ۲ + لا + ۱۲ لا = ۳۹

یعنے ۱۹ لا = ۳۸

∴ لا = ۲

∴ حصص مطلوب ۵ و ۸ و ۲ و ۲۴ ہین

سوال ۸ ایک عطار پاس ایک عرق ۷ روپیہ بوتل کا اور دوسرا عرق ۱۳ روپیہ بوتل کا ہے اب وہ اس عرق کی ۳۰۰ بوتلین ایسی بنانا چاہتا ہے کہ ۱۲ روپیہ بوتل کا عرق مرکب بنجاے تو بتاؤ ہر ایک عرق کی کتنی کتنی بوتلین لے فرض کرو کہ لا = ۷ روپیہ والی بوتلون کی تعداد کے

اور ۷ لا = قیمت اُن بوتلون کی بحساب ۷ روپیہ فی بوتل کے ۳۰۰ − لا = ۱۳ روپیہ

۱۳ (۳۰۰ − لا) = " " ۱۳ روپیہ "

بموجب سوال کے ۷ لا + ۱۳ (۳۰۰ − لا) = ۳۰۰ × ۱۲

یعنی ۷ لا + ۳۹۰۰ − ۱۳ لا = ۳۶۰۰

یعنی − ۶ لا = − ۳۰۰ ∴ لا = ۳۳ ⅓ بوتل کے

۳۰۰ − لا = ۳۰۰ − ۳۳ ⅓ = ۲۶۶ ⅔ بوتلون کے

اسسے معلوم ہوا کہ ۷ روپیہ والی بوتلین ۳۳ ⅓ اور ۱۳ روپیہ والی ۲۶۶ ⅔ کے

سوال ۹ ایک شخص ۳۰ بوتلین عرق کی ۹ روپیہ فی بوتل والی اور ۳۶ بوتلین دوسرے عرق کی فی بوتل ۱۱ روپیہ والی ملاتا ہے تو بتاؤ ۱۴ روپیہ والی بوتلین کتنی ملائے کہ ۱۲ روپیہ والی بوتل اوس

عرق مرکب کی بجائے

فرض کرو کہ لد = بوتلون کی تعداد مطلوب

۱۴ لد = لد بوتلون کی قیمت کے آنون مین

اور لد + ۲۰ + ۳۶ یعنی لد + ۵۶ = کل بوتلون کی تعداد کی جو مرکب عرقونکی بنین

بموجب شرط سوال کے ۹ × ۲۰ + ۱۱ × ۳۶ + ۱۴ لد = ۱۲ (لد + ۵۶)

یعنے ۲ لد = ۹۶ ∴ لد = ۴۸ بوتل کے

سوال ۱۰ ایک مچھلی پکڑی گئی اوسکی دُم کا وزن ۹ سیر تھا اور اوسکے سر کا وزن برابر اوسکے آدھی دھڑ اور دُم کے تھا اور اوسکے دھڑ کا وزن برابر دم اور سر کے وزن کے تھا تو مچھلی کا وزن دریافت کرو

فرض کرو کہ ۲ لد = مچھلی کے وزن کے سیرون کی

تو ۲لد/۲ + ۹ یعنی لد + ۹ = مچھلی کے سر کے سیرون کے

تو بموجب شرط سوال کے ۲ لد = ۹ + ۹ + لد

∴ لد = ۱۸

∴ وزن مچھلی کا = (۹ + ۱۸ + ۲۷) سیر = ۷۲ سیر

سوال ۱۱ ایک ظرف ایک سوراخ سے پُر ہوتا ہے اور ایک سوراخ سے خالی ہوتا ہے، پس اگر ایک سوراخ سے ۳۰ منٹ مین پر ہو اور دوسرے سوراخ سے ۱۵ منٹ مین خالی ہو اور اول وہ پورا لبالب بھرا ہو تبا‌ؤ کتنی دیر مین دونو سوراخون کے کھلا رکھنے سے وہ خالی ہو جائیگا

فرضکرو کہ لد = تعداد منٹون کی

ظرف کو ا سے تعبیر کرو

تو لد منٹ مین اول سوراخ سے لد/۳۰ حصہ ظرف کا پر ہوگا

خالی ״ ״ لد/۱۵

بموجب شرط سوال کے لد/۱۵ − لد/۳۰ = ۱

∴ لد = ۳۰ منٹ

سوال ۱۲ ایک شخص نے ع آنے ن اشخاص مین تقسیم کیے کچھ آدمیون مین سے ہریک کو نو آنہ دیا اور باقی مین سے ہریک کو سوا آنہ تو بتاؤ کتنے کتنے آدمی ہریک قسم کے پانو لے تھے

فرض کرو کہ لا تعداد اون آدمیون کی جنہون نے ۹ پائی پائی

تو ن — لا = " " " ۱۵ پائی "

توبموجب شرط سوال کے ۹ لا + ۱۵ (ن — لا) = ۱۲ ع

یعنی ۹ لا + ۱۵ ن — ۱۵ لا = ۱۲ ع

۶ لا = ۱۵ ن — ۱۲ ع

∴ لا = (۵ ن — ۴ ع)/۲ اور

ن — لا = ن — (۵ ن — ۴ ع)/۲ = (۴ ع — ۳ ن)/۲ اون آدمیون کی تعداد ہے جنہون نے ۱۵ پائی پائی

سوال ۱۳ ایک کسان نے کچھہ زمین زمیندار سے لی اور زرلگان مین ۱۲½ روپیہ نقد اور کچھہ اناج دینے کا وعدہ کیا جب ۱ر من اناج بکتا تو اوسکو ۱۰ر فی بیگہہ زرلگان پڑا اور جب اناج ۱ر۶ پائی من بکتا تو ۱۳½ر فی بیگہہ زرلگان پڑتا تو بتاؤ کتنے من اناج دینے کا وعدہ اوسنے کیا تھا

فرض کرو کہ لا = تعداد منون کی

۳۰۰ + ۱۰ لا = زرلگان کے آنون کے جو اول سال مین اوسنے دیئے

∴ (۳۰۰ + ۱۰ لا)/۱۰ = ۳۰ + لا = تعداد زمین کے بیگہون

۳۰۰ + ۱۳½ لا = زرلگان کے آنون کی جو دوسرے سال مین اوسنے دیئے

∴ (۳۰۰ + ۱۳½ لا)/۱۳½ یا (۴۰۰ + ۲۷ لا)/۲۶ = تعداد زمین کے بیگہون کی

∴ (۴۰۰ + ۳۷ لا)/۲۶ = ۳۰ + لا

اسسے معلوم ہوا کہ لا = ۱۳۰

سوال ۱۴ ایک شخص نے ۹۴ روپیہ کی بہیڑین خریدین ۷ اونمین سے اتفاقاً کہوئی گئین اور باقی مین سے ⅓ بہیڑین اصلی قیمت پر ۲۰ روپیہ کو فروخت ہوئین تو بتاؤ اوس شخص پاس اول بہیڑین کتنی تہین

فرض کرو کہ لا = تعداد بھیڑون کی جو اول اوس شخص کے پاس تہین

٩٤/لا = بھیڑ کی اصل قیمت کی روپیون کی

لا − ٧ = بھیڑون کی تعداد کی جو بعد ٧ بھیڑون کے باقی رہنے کو ہین

∴ (لا − ٧)/لا = تعداد بھیڑون کی جو اوسنے ٢٠ روپیہ کو بیچین

لیکن قیمت ہر بھیڑ کی × تعداد بھیڑون فروخت شدہ = ٢٠ روپیہ

∴ ٩٤/لا × (لا − ٧)/٤ = ٢٠ اسسے معلوم ہوا کہ لا = ٤٧

سوال ١٥ ایک قاصد نے ایک مقام پر پہونچکر وہان سے ہر دو گہنٹہ مین ١٣ میل چلنا شروع کیا ١٢ گہنٹے کے بعد ایک اور قاصد اوسی مقام پر پہونچا اور وہان سے ٢٦ میل ہر تین گہنٹہ مین چلنا شروع کیا تو بتاؤ کتنی دیر مین اور کتنی دور دوسرا قاصد پہلے قاصد کو پکڑیگا

فرض کرو کہ لا = تعداد گہنٹون کی

اب ١٣/٢ اور ٢٦/٣ پہلے اور دوسرے قاصد کی رفتار فی گہنٹہ ہے

اول قاصد لا گہنٹہ مین ١٣/٢ لا میل چلا

اور دوسرا قاصد لا گہنٹہ مین ٢٦/٣ لا میل چلا

∴ بموجب شرط سوال کے ٢٦/٣ لا = ١٣/٢ لا + ١٣/٢ × ١٢

اسسے معلوم ہوا کہ لا = ٣٦ گہنٹہ

اور ٢٦/٣ × ٣٦ = ٢٦ × ١٢ = ٣١٢ میل چلنے کے بعد ملے

سوال ١٦ ایک خرگوش شکاری کتے سے ٥٠ ذقند آگے تہا اور جتنی دیر مین وہ ٥ ذقند لگاتا ہے شکاری کتا ٣ ذقند مارتا ہے لیکن شکاری کتے کی ٢ ذقند = خرگوش کی ٣ ذقند کی تو بتاؤ شکاری کتا کتنی ذقندون مین خرگوش کو پکڑیگا

فرض کرو کہ لا = شکاری کتے کے ذقندون کی تعداد کے

٣لا/٢ = خرگوش کی ذقندون کی تعداد کے

لیکن اس سبب سے کہ ۴ شکاری کتے کی ذ قند = خرگوش کی ۳ ذقندونکی

اسواسطے لا . . . . ذقند = $\frac{3}{2}$لا

اور بموجب شرط سوال کے ان ذقندون کی تعداد خرگوش کی ذقندون کی تعداد

$\frac{4}{3}$لا سے بقدر ۵۰ کے زیادہ ہون

∴ $\frac{3}{2}$لا − $\frac{4}{3}$لا = ۵۰ اسسے معلوم ہوا کہ لا = ۳۰۰

سوال ۱۷ زید اور بکر کی آمدنی برابر ہے زید اپنی آمدنی کا $\frac{1}{5}$ حصہ بچاتا ہے اور بکر بچاس روپیہ زید سے زیادہ خرچ رکھنے سے ۴ برس مین ۱۰۰ روپیہ کا قرضدار ہوتا ہے تو بتاؤ اونکی آمدنی کیا ہے

فرض کرو کہ لا آمدنی کے روپیون کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے

تو $\frac{4}{5}$ لا زید کی ۴ سال کی بچت کو تعبیر کریگا

∴ $\frac{4}{5}$ لا − ۴ × ۵۰ بکر کے اوس روپیہ کو تعبیر کرتا ہے جو اوس پاس چار سال کے آخر میں ہو گا

اور بموجب شرط سوال کے بکر ۱۰۰ روپیہ کا قرضدار ہے یعنی منفی ۱۰۰ روپیہ ہے

∴ $\frac{4}{5}$ لا − ۲۰۰ = − ۱۰۰

اسسے معلوم ہوا کہ لا = ۱۲۵ روپیہ

سوال ۱۸ ۳ اور ۴ بجے کے درمیان کس وقت گھنٹہ اور منٹ کی سوئیان منطبق ہونگین اور کس وقت آپسمین ایک دوسرے کے مقابل ہونگین اور کس وقت ایک دوسرے پر عمود ہونگین

فرض کرو کہ لا = تعداد اون منٹون کی ہے جو گھنٹہ کی سوئی نے طے کی

تو ۱۲ لا = تعداد اون منٹون کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے طے کی

لا + ۱۵ = تعداد اون منٹون کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے اوس حالت مین طے کی کہ دونو سوئیان منطبق ہین

لا + ۱۵ + ۳۰ = تعداد منٹون کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے اوس حالت مین طے کی کہ دونو سوئیان مقابل ہین

(لا + ۱۵) ± ۱۵ = تعداد منٹون کی ہوگی جو منٹ کی سوئی نے اوس حالت مین طے کی کہ دونو سوئیان عمود ہین

اسواسطے اول حالت مین لا + ۱۵ = ۱۲ لا

یعنے لا = ۱ ۴/۱۱

اسسے معلوم ہوا کہ جب دونو سوئیان بالکل منطبق ہوئین اوسوقت ۱۶ ۴/۱۱ منٹ ۳ گھنٹہ کے گذر گئی

دوم لا + ۱۵ + ۳۰ = ۱۲ لا

یعنے لا = ۴ ۱/۱۱

اسواسطے ۳ بجے پر ۴۹ ۱/۱۱ بجے منٹ بعد سوئیان ایک دوسرے کے مقابل ہوگئین

سوم لا + ۱۵ ± ۱۵ = ۱۲

یعنی لا = ۲ ۸/۱۱ یا ۰

اسواسطے سوئیان ایک دوسرے پر عمود تین بجے ہوگئین یا ۳۲ ۸/۱۱ منٹ بعد تین بجے کے

سوال ۱۹ ایک کشتی ڈوور سے کیلاس کو چلی ہوا موافق تہی اسلئے کیلاس مین دو گھنٹہ کے اندر پہونچ گئی اور مراجعت کے وقت ہوا مخالف تہی اسلئے ۲ میل فی گھنٹہ جانیکی نسبت سے آہستہ کم چلی آدہی دور چل چکی تہی کہ ہوا کا رخ بدلا اور اس سببسے ۲ میل زیادہ فی گھنٹہ چلنے لگی اگر ہوا کا رخ نہ بدلتا تو جتنی دیر مین وہ ڈوور مین پہونچتی اوس عرصہ کے ۱/۲ حصہ کے برابر دیر مین وہ ڈوور مین پہونچتی تو اوسکی چلنے کی رفتارین اور فاصلہ ڈوور اور کیلاس کا دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = فاصلہ کے میلون کی تعداد کے

∴ لا/۲ = تعداد میلون کی جو ہوا کے موافق ہونیکی حالتمین فی گھنٹہ وہ چلی

∴ لا/۲ − ۲ = ... ہوا کے مخالف ہونے حالت مین کیلاس سے چلی

∴ (لا/۲) / (لا/۲ − ۲) = اوسوقت کے جسمین وہ آدہی دور چلی

لا/۴ = اوسوقت کی جسمین وہ باقی آدہی دور چلی

لا/۲ − ۴

(لا/۲) / (۶ − ۴) = اوسوقت کی جسمین ہوا کے رخ نہ بدلنی پر وہ کشتی پہونچتی

∴ بموجب شرائط سوال کے

(لا/۲)/(لا/۲ − ۴) + ۶/۷ = لا/(لا/۲ − ۶)

اسسے معلوم ہوا کہ لا = ۳۲ میل

اور جانے کی چالین ۱۱ اور ۵ اور ۷ میل ہین

سوال ۳ باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے دوچند تھی لیکن ۱۰ برس بعد باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے سہ چند ہوگی

تو بتاؤ ہر ایک کی کیا عمر ہے

فرض کرو کہ لا = بیٹے کی عمر کی برسون کے

تو ۲لا = باپ کے ہے

تو بموجب شرط سوال کے

۲لا + ۱۰ = ۳(لا + ۱۰)

یعنی ۲لا + ۱۰ = ۳لا + ۳۰

یہہ نتیجہ ابتدائی نظر مین باطل معلوم ہوتا ہے اور اسسے معلوم ہوتا ہے کہ زمانہ آیندہ مین دس برس کے پیچھے باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے سہ چند نہین ہوگی لیکن اگر بجائے لا کے − لا مساوات مین رکھین تو یہہ حاصل ہوگا کہ

−۲لا + ۱۰ = −۳لا + ۳۰

۲لا − ۱۰ = ۳لا − ۳۰

= ۳(لا − ۱۰)

اس مساوات سے اس سوال کی شرائط پوری ہوتی ہین یعنی

ایک باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے دوچند تھی اور دس برس پہلے باپ کی عمر بیٹے کی عمر سے

۳ چند تھی تو ہر ایک کی عمر دریافت کرو

اس سوال مین لا = ۲۰ برس اور ۲ لا = ۴۰ برس کی حاصل ہوتا ہے جسمین شرایط سوال پوری ہوتی ہین

سوال ۲ ا اور ب ملکر ایک کام کو م دنون مین اور ا اور س ملکر ن دنونمین اور ب اور س ملکر ع دنون مین بنا تے ہین تو بتاؤ سب ملکر کتنے دنون مین اور علیحدہ علیحدہ کتنے کتنے دنون میں بنائینگے

ک سے کام کو تعبیر کرو

اور فرض کرو کہ لا = تعداد دنون کی جسمین ا اور ب اور س کام کرینگے

$\frac{ک}{لا}$ = ایک دن کے کام ا اور ب اور س کے

$\frac{ک}{م}$ = 〃 〃 ا اور ب 〃

$\frac{ک}{ن}$ = 〃 〃 ا اور س کے 〃

$\frac{ک}{ع}$ = 〃 〃 ب اور س کے

∴ $\frac{ک}{لا} - \frac{ک}{م}$ = ... س کے

$\frac{ک}{لا} - \frac{ک}{ن}$ = ... ب کے

$\frac{ک}{لا} - \frac{ک}{ع}$ = ... ا کے

∴ $\frac{۳ک}{لا} - \frac{ک}{م} - \frac{ک}{ن} - \frac{ک}{ع}$ = ... ا + ب + ج کے ایک دن کے کام

∴ $\left(\frac{۳ک}{لا} - \frac{ک}{م} - \frac{ک}{ن} - \frac{ک}{ع}\right)$ لا = ... لا دنون کے

= ک

∴ $۳ - \frac{لا}{م} - \frac{لا}{ن} - \frac{لا}{ع} = ۱$

∴ $لا \left[\frac{۱}{م} + \frac{۱}{ن} + \frac{۱}{ع}\right] = ۲$

∴ $لا = \frac{۲ م ن ع}{م ن + م ع + ن ع}$

یہہ بات آسانی سے ثابت ہو سکتی ہے کہ ا کام کو $\frac{۲ م ن ع}{م ن + ن ع - م ن}$ دنون مین بنا یگا

ب کام کو $\frac{۲ م ن ع}{م ن + ن ع - م ع}$ دنون

س کام کو $\frac{۲ م ن ع}{م ن + م ع - ن ع}$ دنون مین

امثلہ نمبری ۱۴۶ سوالات مشق کے واسطے

(۱) وہ کونسا عدد ہے کہ جسکی تہائی پر اوسکی چوتھائی اگر زیادہ کرین تو ۲۱ حاصل ہون

(۲) وہ کونسا عدد ہے جسمین ۱ زیادہ کرکے $\frac{3}{5}$ حصہ لین تو ۶۶ حاصل ہون

(۳) ایک باغ مین $\frac{1}{12}$ درخت ناشپاتی کے اور $\frac{3}{4}$ درخت سیب کے اور ۲۶ درخت اور مختلف قسم کے ہین تو بتاؤ اوس باغ مین کتنے درخت ہین

(۴) وہ عدد دریافت کرو کہ جسکی چوتھائی ساتوین حصہ سے بقدر ۱۲ کے زیادہ ہو

(۵) ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر اوسمین سے ۶ تفریق کرین اور حاصل تفریق کو ۶ مین ضرب دین اور حاصلضرب مین ۶ زیادہ کرین اور حاصل جمع کو ۳ پر تقسیم کرین تو وہ عدد مطلوب حاصل ہو

(۶) وہ دو عدد دریافت کرو جنکا حاصلتفریق ۱۴ اور حاصل جمع ۴۸ ہو

(۷) وہ دو عدد بتلاؤ کہ جنکا مجموعہ ۳۰ ہے اور اگر بڑے عدد کو چھوٹے عدد پر تقسیم کرین تو $\frac{3}{4}$ خارج قسمت ہو

(۸) ۱۲۸ روپیہ کو تین آدمیون مین اسطرح تقسیم کرو کہ اول کو چند روپئے دوسرے سے اور تیسرے کو دوسرے اور اول کے روپیون کی ایک تہائی ملے

(۹) ایک بلی کا $\frac{1}{5}$ حصہ زمین مین اور $\frac{3}{7}$ حصہ پانی مین ہے اور ۱۳ فیٹ پانی سے باہر ہے طول اوس بلی کا دریافت کرو

(۱۰) ایک شخص نے نلی پیچ جتنے کو خریدا اوتنے ہی کو فریم مول لیا اگر فریم کی قیمت مین ۱۴ زیادہ اور نلی پیچ کی قیمت مین ۱۵ زیادہ دیتا تو فریم کی قیمت نلی پیچ کی قیمت سے آدھی ہوتی نلی پیچ کی قیمت دریافت کرو

(۱۱) ایک مکان اور باغ کی قیمت ۸۵۰ روپیہ ہے اور باغ کی قیمت = $\frac{5}{12}$ حصہ قیمت مکان کی ہر یک کی قیمت دریافت کرو

(۱۲) ۵۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کی $\frac{3}{4}$ حصہ اور دوسرے حصہ کی $\frac{5}{6}$ حصہ ملکر ۴۰ کے برابر ہون

(۱۳) ۱۲۸۰ روپیہ کو ا اور ب مین اسطرح تقسیم کرو کہ ا کا ساتگنا حصہ = ب کے نوگنے حصہ کے

(۱۴) دو گڈریون نے ریوڑ بہیڑون کا اسطرح آپسمین شورہ کر کے تقسیم کیا کہ ایک نے ۷۲ اور دوسرے نے ۹۴ بہیڑین لین مگر ۳۲ روپیہ پہلے گڈریہ کو دیئے تو بتاؤ بہیڑ کی قیمت کیا ہے

(۱۵) ایک گہر مین پانچ بچے تہے اور اونکی عمرون مین تین تین برس کا فرق تہا ایک شخص نے ہر لڑکے کو موافق اونکی عمرون کی سالون کے ایک ایک روپیہ دیا تو ۶۰ روپیہ اوسکے خرچ ہوئے تو اونکی عمرین دریافت کرو

(۱۶) دو آدمیونکی عمرون مین ۱۰ برس کا تفاوت ہی اور ۱۵ برس پہلے بڑا چہوٹے سے دو گنا عمر مین تہا تو اونہون کی عمرین دریافت کرو

(۱۷) ایک آدمی اور اوسکی بیوی دونو ملکر ایک پیپہ شراب کا ۱۲ دن مین پیتے لیکن جب خاوند باہر چلا گیا تو اکیلی بیوی نے اوسکو ۳۰ دن مین پیا تو بتاؤ کتنے دنون مین اکیلا خاوند اوسکو پئے گا

(۱۸) ا ایک کام کو ۵۰ دنمین اور ب کام کو ۶۰ دنمین اور س کام کو ۷۵ دنمین پورا بناتا ہے تو بتاؤ اوس کام کو سب ملکر کتنے دنون بنائینگے

(۱۹) ۴۴ روپیہ ۱۵ ار ایک شخص نے تین آدمیون مین تقسیم کئے کہ اول شخص کو چند دوسرے شخص سے اور تیسرے آدمی کو ۵ ر کم بہ نسبت دوسرے کے دیئے

(۲۰) ایک جہاز ۱۰ میل فی گہنٹہ چلتا تہا اوسکو ایک جہاز ۱۸ میل کے فاصلہ پر ۸ میل فی گہنٹہ چلتا ہوا نظر آیا تو بتاؤ دوسرا جہاز کتنی دور چلیگا کہ پہلا جہاز اوسے پکڑ لیگا

(۲۱) ۱۲ بجے پر منٹ اور گہنٹہ کی سوئیان ایک دوسرے پر منطبق ہتین تو بتاؤ پہر وہ کتنی دیر مین منطبق ہونگین

(۲۲) ایک کلال نے ۱۰ ار والی اور ۶ آنے والی بوتلین ملا کر ۱۰۰ بوتلین بنائین اور ان ملی ہوئی بوتلوں کو ۷ ر فی بوتل بیچا تو بتاؤ کتنی کتنی بوتلین ہر ایک قسم کی ملائین

(۲۳) ایک مسافر گاڑی ۳۵ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے ۱/۲ گہنٹہ کے بعد مال گاڑی سے چلی اور ۱۰ منٹ مین اوسے مل گئی تو بتاؤ مال گاڑی کی رفتار کیا ہے

(۴۴) ۲۳۶ کو ایسے تین حصون مین تقسیم کرو کہ اول کا ½ اور دوسرے کی ⅓ اور تیسرے کی ¼ سب آپسمین برابر ہون

(۴۵) ایک عورت نے کچھہ انڈے پیسے کے دو دو اور کچھہ انڈے پیسے کے تین تین خریدے اور دو پیسے کے پانچ پانچ انڈے بیچے تو اوسکو ۴ پیسے کا نقصان ہوا تو بتاؤ کتنے انڈے اوسنے خریدے

(۴۶) ایک ظرف مین تین دہانے ہین ایک دہانہ ۵ گھنٹے مین اور دوسرے دہانہ سے ۶ گھنٹے مین اور تیسرے دہانہ سے ۳۰ گھنٹہ مین پر ہوتا ہے تو بتاؤ کتنی دیر مین ظرف پر ہوگا اگر تیسرے دہانہ ایک گھنٹہ تک اور باقی دہانے جب تک کہ وہ ظرف بالکل پر ہو کھلے رہین

(۴۷) ا اور ب ملکر ایک کام کو ۴ گھنٹہ مین ا اور س ملکر ۳ ⅗ مین اور ب اور س ملکر ۵ ½ گھنٹہ مین بناتے ہین تو بتاؤ ہریک علیحدہ علیحدہ کتنے دنون مین کام کرے

(۴۸) دو آدمی ریل مین اسباب زیادہ لیگئے تھے اسلئے ایک آدمی سے ۲ر ۱ پائی اور دوسرے سے ۷ر پائی محصول اسباب کے لئے گئے اگر یہہ اسباب صرف ایک آدمی کا ہوتا تو ۴ر ۶ پائی زیادہ اسباب کے لئے محصول لگتا اگر کچھہ اسباب کی اجازت بے محصول کی لیجانے کی نہ ہوتی تو ہریک پر کیا محصول لگتا

(۴۹) ایک میم صاحب ایک پینٹ پانی اور شراب کا پیتی ہین اور صاحب ۳ پینٹ شراب کے پیتی ہین اگر صاحب میم صاحب سے پچگنی شراب پیتی ہو تو بتاؤ میم صاحب کے پینٹ مین کتنا پانی تھا

(۵۰) دو آدمی ا اور ب اشرفیان گننے بیٹھے ا جب ۳ اشرفیان گنتا تو ب دو اشرفیان گنتا جب ب ۴۲ اشرفیان گن چکا تھا تو وہ گنتی بہول گیا اور پہر اولٹا گننا شروع کیا جب وہ ۴۶ اشرفیان گن چکا تو کوئی اشرفی گننے کو باقی نہین رہی تو بتاؤ اشرفیان کتنی تہین

(۵۱) ایسا عدد دریافت کرو کہ اگر اوسکی ع وین حصے پر اوسکو زیادہ کرین اور اوسکی ق وین حصہ کو ایک اور عدد ر سے زیادہ کرین تو دونو صورتون حاصل جمع ایک ہی ہو

(۳۲) جان کی کشتی جوزف کی کشتی سے ۱۳ چپو آگے ہے اور جان کی کشتی جتنی ۴ چپون مین چلتی ہے اوتنی جوزف کی کشتی ۳ چپون مین چلتی ہے لیکن مسافت مین دوسری کے ۲ چپو برابر ہین پہلی کے ۱۳ چپون کے تو کتنے چپون مین جان اور جوزف کی کشتیان ملینگی

(۳۳) ایک شخص نے مزدور کو ان شرائط کے ساتہہ مزدوری پر لگایا کہ جس روز وہ کام کریگا ۳ ر پایگا اور جس روز غیر حاضر رہیگا ½ آنہ جرمانہ دیگا جب ۳۹۰ دن گذر چکے تو جرمانہ اور مزدوری دونو برابر تہی تو بتاؤ کتنے دنون مزدور نے کام کیا

(۳۴) ایک شریف راہ مین بچون سے ملا اور جو کچہہ اوسکی جیب مین تہا وہ سب کا سب اون لڑکون مین تقسیم کرنیکا ارادہ کیا لیکن اوسکی جیب مین آٹھہ پیسے اور کم تہے تو وہ تین تین پیسے ہر ایک بچہ کو دیتا اب اوسنے دو دو پیسے ہر ایک بچہ کو دئیے اور اسطرح ۶ پیسے بچ رہے تو بتاؤ کتنے بچے تہے

(۳۵) ایک شخص ۱۳۰۰۰ روپیہ چہوڑ مرا اوسکے چار بیٹے تہے اور ۳ بیٹیان تین چہوٹے لڑکون مین سے ہر ایک لڑکے کو دو چند ہر دختر کے حصہ سے دینے کو وصیت کر گیا اور بڑے لڑکے کو ایک دختر اور ایک لڑکے کے حصہ کی برابر روپیہ دینے کو کہہ گیا تو ہر ایک کا حصہ بتاؤ کہ کیا ہے

(۳۶) ایک شخصکی عمر کا چہٹا حصہ تو بچپن مین گذرا اور $\frac{1}{12}$ حصہ لڑکپن مین اور $\frac{1}{7}$ وان + ۵ برس شباب مین اس وقت اوسکی لڑکا پیدا ہوا اور باپ کی عمر سے نصف سال جیکر مر گیا اور باپ چار برس تک بیٹے کے مرنے کے بعد جیتا رہا تو بتاؤ اوسکا بیٹا کب مرا

(۳۷) ایک جواری اول بیٹھتے ہی $\frac{1}{5}$ حصہ اپنے روپیہ کا ہار گیا اور پہر دس روپیہ جیتیا اور پہر دوبارہ $\frac{1}{3}$ باقی روپیہ کی ہار گیا اور بعد ازان ۳ روپیہ جیتیا اور اوس پاس ۴۲ مرتبہ ہار جیت کر باقی رہے تو بتاؤ اول اوس پاس کتنے روپے باقی رہے

(۳۸) ۷ اور ۸ بجے درمیان اول بتلاؤ کب سوئیان ایک دوسرے کے مقابل ہونگیں دوم کب ایک دوسرے پر عمود ہونگیں سوم کب منطبق ہونگیں

(۳۹) ایک شخص کشتی کو ۱۱ میل $1\frac{1}{2}$ گہنٹہ مین دریا پر کہی کر لیگیا اور پہر اسے ۵ بار پر الٹا

۳۱ گہنٹہ مین کشتی کو کہنچ کر لایا دہار کی رفتار فی گہنٹہ دریافت کرو

(۴۰) ایک خندق کو ا ۱۵ گہنٹہ مین اور ب ۹ گہنٹہ مین اور س ۱۰ گہنٹہ مین کہودتا ہے تو بتاؤ اگر س ایک گہنٹہ کام کرے تو ب اور ا ملکر خندق کو کتنی دیر مین کہودینگے

(۴۱) دو بیویان اپنی عمرون کا ذکر کر رہی تہین ایک بیوی نے دوسری بیوی سے کہا کہ ہماری عمرین ملکر برابر ۹۰ برس کی ہین اور تمہاری عمر میری عمر کے ⅚ حصہ کی برابر ہے تو بتاؤ کتنی مدت گذری کہ میری عمر سہ چند تمہاری عمر سے تہی

(۴۲) دو مسافرون کا اسباب ۵ ہنڈرڈ ویٹ تہا اور اونکو بعد منہائی اوس بوجہہ کے جو ہر شخص کو بے محصول لیجانی کی اجازت ہے ۵ شلنگ ۲ پنس اور ۹ شلنگ ۲ پنس دینے پڑے اگر یہہ سارا اسباب ایک شخص کا ہوتا تو اوسکو ۱۹ شلنگ ۲ پنس دینے پڑتے تو بتاؤ کتنے اسباب کے بے محصول لیجانی کی اجازت ہے

(۴۳) ایک آدمی ۵ میل اور دوسرا ۶ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے چلتا ہے اور وہ دو جگہہ سے چلین اور ان دو جگہون مین ۲۲ میل کا فاصلہ ہے ایک دفعہ ملنے کے بعد بتاؤ اگر وہ اوسی سڑک پر آمد و رفت جاری رکہین تو دوسری ملاقات کہان اور کتنی دیر مین ہوگی

(۴۴) ایک کسان کے پاس کچہہ ٹٹیان ہین ایک خاص قطعہ زمین کا احاطہ اوسنے کیا اور اونکو ایک ایک فٹ کے فاصلہ سے لگایا تو ۸۰ ٹٹیون کی کمی پڑی اور جب ایک ایک گز کے فاصلہ سے لگایا تو ۵۰ ٹٹیان بچ رہین تو بتاؤ کتنی ٹٹیان اوس پاس تہین

(۴۵) ایک خندق کو ا آدہی وقت مین ب سے کہود لیتا ہے اور ب ⅔ وقت مین س سے کہود لیتا ہے اور وہ سب ملکر ۶ دن مین اوس خندق کو کہودتے ہین تو بتاؤ ہر ایک علیحدہ علیحدہ کتنے دنون مین اوسے کہودیگا

(۴۶) ایک شخص محتاج خانہ کا چندہ اور انکم ٹیکس ۷ پائی فی روپیہ کے دلاکر ۷۰۰ روپیہ ۸ برس کی آمدنی رکہتا ہے تو بتاؤ فی روپیہ محتاج خانہ کا چندہ کیا دیتا تہا

(۴۷) ا کو ایسے چار حصوں میں تقسیم کرو کہ اگر اول حصہ پر ن زیادہ کریں اور دوسرے حصہ سے ن تفریق کریں اور تیسرے حصہ کو ن میں ضرب دیں اور چوتھے حصہ کو ن پر تقسیم کریں تو سب ماحصل آپس میں برابر ہوں اگر ا = ۹۰ اور ن = ۳ کے تو بتاؤ کیا ماحصل ہونگے

(۴۸) ایک شکاری کتے نے اپنی ۶۰ ذقند آگے خرگوش کو دیکھا اوسی دیکھ کر پیچھے لپکا اور خرگوش جتنی دیر میں ۵ ذقندیں لگاتا ہے یہہ کتا ۴ ذقندیں مارتا ہے لیکن خرگوش ۴ ذقند و میں جتنی زمین طے کرتا ہے اوتنی کتا ۳ ذقندوں میں تو بتاؤ کتنی ذقندوں میں کتہ اور خرگوش ملینگے

(۴۹) ایک سپاہ صف صف ۴ صفوں میں استیادہ تھی اور اوسکے سامنے کی صف میں چوتھائی سپاہی بہ نسبت تماشائیوں کے تھے اگر اب سپاہ کی ۵ صفیں بنائیں اور تماشائی بھی اونمیں شامل کردیے جائیں تو سامنے کی صف میں ۱۰۰ سپاہی بہ نسبت سابق کے کم ہوجاتے ہیں تو بتاؤ کہ کل سپاہی کتنے تھے

(۵۰) اگر ا ایک کام کو ۳ م دنوں میں اور ب اور ا ن دنوں میں اور ا اور س م + $\frac{ن}{۲}$ دنوں میں ایک کام بناتے ہیں تو بتاؤ کتنے دنوں میں ا اور ب اور س ملکر کام بنائینگے

(۵۱) دو قاصد ا اور ب تھے وہ دو شہروں سے چلے اور ان شہروں میں م میل کا فاصلہ تھا اور وہ ایک ہی وقت ا اور ب میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلے تو بتاؤ دوسرا قاصد پہلے قاصد سے کب ملیگا اور جب

(۱) م = ۲۰ میل ا = ۱۲ میل ب = ۸ میل

(۱) م = ۲۰ میل ا = ۸ میل ب = ۱۲ میل

(۳) م = ۲۰ میل ا = ۱۲ میل ب = ۱۲ میل

تو بتاؤ کیا نتیجے نکلینگے

۵۲ اگر ا آدمی اور ب لڑکے م بیگہہ زمین کو ن دنوں میں تیار کرتے ہوں تو بتاؤ کتنے لڑکے مدد کریں کہ (ک – ع) آدمی (م + ن) بیگہوں کو (ن – ع) دنوں میں اوس زمین کو تیار کر سکینگے

ہمرادمساواتیں

(۱۰۶) اب تک جو ہم نے مثالین حل کین اونمین سے ہر ایک مثال مین فقط ایک مساوات حل کرنی پڑتی تہی
اور ایک مقدار مجہول لا کی قیمت اوس مساوات سے معین کرنی پڑتی تہی اور ہر مساوات کی صورت
آخر کو لا = بعض مقدار معلوم کے بنا دیتے تہے اور اسیطرح قیمت لا کی دریافت کر لیتے تہے
اگر مساوات اس صورت کی ہو کہ ا لا + ب ی = ح جسمین لا اور ی دونو مجہول ہین اور ا اور ب
اور ح مقادیر معلوم ہین تو یہہ امر صاف ظاہر ہے کہ اس مساوات سے ہم قیمت لا کی یہہ معلوم کرتے ہین
کہ لا = $\frac{\text{ح} - \text{ب ی}}{\text{ا}}$ اور چونکہ ی ایک مقدار مجہول ہے اسلئے لا کی بہی قیمت اب تک نامعلوم ہے لیکن اگر
ایک اور مساوات اَ لا + بَ ی = حَ ہو جسمین لا اور ی کی وہی قیمت فرض کرین جو پہلی مساوات مین
تہی تو ہم اس مساوات کو اس صورت مین تبدیل کر سکتے ہین کہ لا = $\frac{\text{حَ} - \text{بَ ی}}{\text{اَ}}$
اور چونکہ لا کی قیمت دونو مساواتون مین ایک ہی فرض کی گئی ہے اسلئے ہمکو یہہ حاصل ہے کہ

$$\frac{\text{ح} - \text{ب ی}}{\text{ا}} = \frac{\text{حَ} - \text{بَ ی}}{\text{اَ}}$$

اسمین صرف ی ایک مقدار مجہول ہے اسلئے اوس سے قیمت ی کی مقادیر معلوم مین دریافت ہو سکتی ہے
اور پہر اس ی کی قیمت کو جو اسطرح دریافت ہوگی مساوات ا لا + ب ی = ح اور اَ لا + بَ ی = حَ
مین سے کسی ایک مساوات مین رکہنے سے لا کی قیمت دریافت ہو جائیگی
اب چونکہ یہہ دونو مساواتین ایک ہی وقت مین ہوتی ہین اور سب لا اور ی کا ایک ہی ہوتا ہے اسلئے
اونکو ہمزاد کہتے ہین بالعموم یہہ ہے کہ اگر مساواتین دو یا زیادہ ہون اور اونمین دو یا زیادہ مجہول
ہون اور ایک ہی قیمتون سے مقادیر مجہول کی وہ مساواتین قائم رہتی ہون تو ایسی مساواتون کو
ہمزاد مساواتین کہتے ہین
اسسے معلوم ہوا کہ اگر دو مقادیر مجہول ہون تو دو متعلق مساواتین بہی ہونی چاہئے ان دونو مساواتون
مین سے بعض ترکیبون سے ہم ایک مجہول لا کو دور کر دیتے ہین اور ایک تیسری
مساوات ایسی حاصل کرتے ہین کہ جسمین فقط ایک مقدار مجہول ہوتی ہے تین ترکیبین ہین جن سے کہ
یہہ مساواتین حل ہو سکتی ہین

اول ترکیب فرض کرو کہ دو مساواتین ا لا + ب ی = ح اور اَ لا + بَ ی ± حَ کی ہون

جسمین ا و ب و ح و اَ و بَ و حَ مقادیر معلومہ اور لا اور ی مقادیر مجہولہ ہین

ا لا + ب ی = ح (۱)

اَ لا + بَ ی = حَ (۲)

مساوات (۱) کی ہر رقم کو اَ مین جو لا کا سر دوسری مساوات مین ہے ضرب دو اور پہر
مساوات (۲) کی ہر رقم کو ا مین جو لا کا سر پہلی مساوات مین ہے ضرب دو اور ان نتیجون کو اسطرح لکہو

اَ ا لا + اَ ب ی = اَ ح (۳)

ا اَ لا + ا بَ ی = ا حَ (۴)

(۴) کو (۳) سے تفریق کرو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

اَ ب ی − ا بَ ی = اَ ح − ا حَ

یعنی (اَ ب − ا بَ) ی = اَ ح − ا حَ

∴ ی = (اَ ح − ا حَ) / (اَ ب − ا بَ)

تنبیہ اگر دوسری مساوات − اَ لا + بَ ی = − حَ کی صورت ہو تو (۴) کو (۳) کے ساتھہ بجای
تفریق کرنے کے جمع کرنا چاہیے

پس ی مقادیر معلومہ کے اندر معلوم ہوگیا اور اس قیمت لا کو اصل مساواتون مین سے کسی ایک
مساوات کے اندر رکہو تو قیمت لا کی مقادیر معلومہ مین دریافت ہوجایگی

تمثیلاً مساوات (۱) مین قیمت رکہنی سے ہم یہہ حاصل کرتے ہین

ا لا + ب ((اَ ح − ا حَ) / (اَ ب − ا بَ)) = ح

یعنی ا لا + (اَ ب ح − ا ب حَ) / (اَ ب − ا بَ) = ح

یعنی ا لا = ح − (اَ ب ح − ا ب حَ) / (اَ ب − ا بَ)

= (اَ ب ح − ا بَ ح − اَ ب ح + ا ب حَ) / (اَ ب − ا بَ)

= (ا ب ح′ − ا′ ب ح) / (ا ب′ − ا′ ب)

∴ لا = (ب′ ح − ب ح′) / (ا′ ب − ا ب′)

اسواسطے قیمت لا کی متعین ہوگئی

پس اول قاعدہ مساواتون کے حل کرنیکا یہہ اخذ ہوا

قاعدہ اول اول مساوات کو مساوات دوم مین جو لا کا سر ہو اوسمین ضرب دو اور مساوات دوم کو مساوات اول مین جو لا کا سر ہو اوسمین ضرب دو اور اس طرح جو مساواتین حاصل ہون اونمین سے اگر مساوات دوم ا′ لا + ب′ ی = ح′ کی شکل ہو تو آخر مساوات کو اول مین تفریق کرو اور اگر مساوات دوم کی صورت − ا′ لا + ب′ ی = ح′ کی ہو تو مساوات اول کے ساتہہ مساوات دوم کو جمع کرو اور اسطرح ایک مساوات پیدا ہوگی جسمین ایک مقدار مجہول ہوگی اور باقی اور مقادیر معلوم ہونگیں اسلئے قیمت ی کی دریافت ہوجایگی

اور یہہ قیمت جو ی کی دریافت ہوگی اوسکو معلوم مساواتون مین سے کسی ایک مساوات مین رکہہ کر قیمت لا کی دریافت ہوجایگی

دوسری ترکیب وہی مساواتین فرض کرو جو پہلے فرض کین تہین

ا لا + ب ی = ح (۱)

ا′ لا + ب′ ی = ح′ (۲)

مساوات اول سے ا لا = ح − ب ی

∴ لا = (ح − ب ی) / ا

مساوات دوم ا′ لا = ح′ − ب′ ی

∴ لا = (ح′ − ب′ ی) / ا′

اب لا کی قیمتون کو آپسمین مساوی لکھو

(ح′ − ب′ ی) / ا′ = (ح − ب ی) / ا

یعنی ا ح′ − ا ب′ ی = ا′ ح − ا′ ب ی

یعنی (ا′ ب − ا ب′) ی = ا′ ح − ا ح′

∴ ی = (ا حَ − اَ ح) ÷ (ا بَ − اَ ب)

قیمت لا کی اوسیطرح نکل سکتی جس طرح پہلے بیان کر آئے ہین
اسیواسطے دوسرا قاعدہ مساواتون کے حل کرنیکا یہہ مرتب ہو سکتا ہے

قاعدہ دوم مساوات اول مین جو لا کی قیمت ہو اوسکو مساوات دوم کی لا کی قیمت کی جگہہ لکھو تو ایک مساوات نئی پیدا ہوگی جسمین صرف ی مقدار مجہول ہوگی اور اسی قیمت ی کی اوس طرح معلوم ہوگی جس طرح پہلی صورت مین دریافت ہوئی تہی معلوم مساواتون مین سے کسی ایک مساوات مین ی کے اس قیمت کے رکہنے سے لا کی قیمت معلوم ہو جائیگی

تیسری ترکیب پہلی جو مساواتین تہین اونہین کو فرض کرو

ا لا + ب ی = ح (۱)
اَ لا + بَ ی = حَ (۲)

مساوات (۱) سے موافق سابق کے لا = (ح − ب ی) ÷ ا

اب اس ی کی قیمت کو اوسکی جگہہ مساوات دوم مین لکھو تو

اَ × (ح − ب ی) ÷ ا + بَ ی = حَ

∴ اَ ح − اَ ب ی + ا بَ ی = ا حَ

∴ (ا بَ − اَ ب) ی = ا حَ − اَ ح

∴ ی = (ا حَ − اَ ح) ÷ (ا بَ − اَ ب)

قیمت لا کی اوسیطرح مستنبط ہوتی ہے جس طرح کہ پہلے دریافت ہوئی تہی
پس تیسرا قاعدہ مساواتون کے حل کرنیکا یہہ ہوا کہ

قاعدہ سوم مساوات اول سے قیمت لا کی دریافت کرو اور لا کی اس قیمت کو بجائے اوسکی مساوات دوم مین رکہو تو ایک مساوات پیدا ہوگی جسسے وہی قیمت ی کی دریافت ہوگی جو پہلی دو ترکیبون مین معلوم ہو چکی ہے اور پہر موافق سابق کے قیمت لا کی دریافت ہوگی

امثلہ نمبری ۴۷ حل کی ہوئی

مثال ۱

۴لا + ۳ی = ۳۱ (۱)
۳لا + ۲ی = ۲۲ (۲)
قیمت لا اور ی کی دریافت کرو

بموجب قاعدہ اول کے

(۱) کو ۳ میں ضرب دو ۱۲لا + ۹ی = ۹۳

(۲) کو ۴ میں ضرب دو ۱۲لا + ۸ی = ۸۸

بواسطے تفریق کرنے سے ی = ۵ اور مساوات (۱) سے ہمکو معلوم ہے

لا = (۳۱ − ۳ی)/۴

= (۳۱ − ۳ × ۵)/۴ = ۱۶/۴ = ۴

مثال ۲

۵لا − ۴ی = ۱۹ (۱)
۴لا + ۲ی = ۳۶ (۲)
قیمت لا اور ی کی دریافت کرو

بموجب قاعدہ ۲ کے

(۱) سے لا = (۱۹ + ۴ی)/۵ اور (۲) سے لا = (۳۶ − ۲ی)/۴

∴ (۱۹ + ۴ی)/۵ = (۳۶ − ۲ی)/۴

∴ ۷۶ + ۱۶ی = ۱۸۰ − ۱۰ی

یعنی ۱۶ی + ۱۰ی = ۱۸۰ − ۷۶

۲۶ی = ۱۰۴

∴ ی = ۱۰۴/۲۶ = ۴

لا = (۱۹ + ۴ی)/۵ = (۱۹ + ۱۶)/۵ = ۳۵/۵ = ۷

مثال ۳

(لا + ی)/۳ − ۲ی = ۲ (۱)
(۲لا − ۴ی)/۵ + ی = ۲۳/۵ (۲)
لا اور ی کی قیمتیں دریافت کرو

مساوات (۱) سے لا + ی − ۶ی = ۶ یعنی لا − ۵ی = ۶ (۳)

(۲) سے ۲لا − ۴ی + ۵ی = ۲۳ یعنی ۲لا + ی = ۲۳ (۴)

بموجب قاعدہ ۳ مساوات (۳) سے لا = ۶ + ۵ی

اسیواسطے مساوات (۴) مین قیمت رکھنے سے

۲ (۶ + ۵ی) + ی = ۲۳

یعنی ۱۲ + ۱۰ی + ی = ۲۳

۱۱ی = ۲۳ − ۱۲ = ۱۱

∴ ی = ۱

لا = ۶ + ۵ی

= ۶ + ۵ × ۱

= ۱۱

مثال ۴ — لا/۳ی = ۱ ۱/۳ . . . . (۱)

۱/۵ (۲لا + ۷ی) − ۱ = ۲/۳ (۲لا − ۶ی + ۱) . . . (۲) } قیمت لا اور ی کی دریافت کرو

مساوات (۱) سے لا/۳ی = ۴/۳ ∴ لا = ۴ی

اسیواسطے مساوات (۲) مین رکھنے سے

۱/۵ (۸ی + ۷ی) − ۱ = ۲/۳ (۸ی − ۶ی + ۱)

یعنی ۳ی − ۱ = ۲/۳ (۲ی + ۱)

یعنی ۹ی − ۳ = ۴ی + ۲

یعنی ۵ی = ۵

∴ ی = ۱

لا = ۴ی = ۴

مثال ۵ — م/لا + ن/ی = ا (۱)

ن/لا + م/ی = ب (۲) } قیمت لا اور ی کی دریافت کرو

مساوات (۱) کی ہر رقم کو ن مین اور مساوات (۲) کی ہر رقم کو م مین ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

من/لا + ن²/ی = ن ا

من/لا + م²/ی = م ب

ن²/ی − م²/ی = ن ا − م ب

۱/ی (ن² − م²) = ن ا − م ب

یعنی ۱/ی = (ن ا − م ب)/(ن² − م²)

∴ ی = (ن² − م²)/(ن ا − م ب)

مساوات (۱) سے م/لا = ا − ن/ی

= ا − ن(ن ا − م ب)/(ن² − م²)

= (ن² ا − م² ا − ن² ا + ن م ب) / (ن² − م²)

= (م ن ب − م² ا) / (ن² − م²)

یعنے م/لا = (ن ب − م ا) / (ن² − م²)

∴ لا = م (ن² − م²) / (ن ب − م ا)

مثال ۶
۲ لا + ۰٫۴ ی = ۱٫۲ (۱)
۳٫۴ لا + ۰٫۰۲ ی = ۰٫۰۱ (۲)
قیمت لا اور ی کی دریافت کرو

۶٫۸ لا + ۱٫۳۶ ی = ۴٫۰۸ — مساوات ۱ کو ۳٫۴ میں ضرب دیا
۶٫۸ لا − ۰٫۰۴ ی = ۰٫۰۲ — ۲ کو ۲ میں ضرب دیا

۱٫۴۰ ی = ۴٫۰۶

∴ ی = ۴٫۰۶ / ۱٫۴۰ = ۲٫۹

مساوات (۱) سے ۲ لا = ۱٫۲ − ۰٫۴ ی
= ۱٫۲ − ۱٫۱۶ = ۰٫۰۴

∴ لا = ۰٫۰۲

مثال ۷
(لا + ۱) ۳ = ۵ ی (۱)
۲ لا/۳ − (۵ − ی)/۲ = ۴۱/۱۲ − (۲ لا − ۱)/۴ (۲)
قیمت لا اور ی کی دریافت کرو

مساوات (۱) سے ۳ لا + ۳ = ۵ ی (۳)

مساوات (۲) سے ۸ لا − ۳۰ + ۶ ی = ۴۱ − ۶ لا + ۳

یعنے ۱۴ لا + ۶ ی = ۳۰ + ۴۱ + ۳
= ۷۴

یعنے ۷ لا + ۳ ی = ۳۷ (۴)
اور ۳ لا − ۵ ی = −۳ (۳) سے

∴ ۲۱ لا + ۹ ی = ۱۱۱
۲۱ لا − ۳۵ ی = −۲۱

∴ ۴۴ ی = ۱۳۲
∴ ی = ۳

اور ۳ لا = ۵ ی − ۳ = ۱۵ − ۳ = ۱۲
∴ لا = ۴

امثلہ نمبری ۴۷ مشق کے واسطے

(۱) ۳ لا + ۲ ی = ۱۱۸ ؛ لا + ۵ ی = ۱۹۱

(۲) ۲ لا + ۷ ی = ۳۴ ؛ ۵ لا + ۹ ی = ۵۱

(۳) لا + ۴ ی = ۱۶ ؛ ۴ لا + ی = ۳۴

(۴) ۱۲ لا + ۱۳ ی − ۳۷ = ۰ ؛ ۷ لا + ۹ ی − ۱۵ = ۰

(٥) ٢س − ٩ص = ١٢
٣س − ١٣ص = ١٥

(٦) ٩س − ٤ص = ٨
٣س + ٧ص = ١٠١

(٧) ٣ص − س = ١٠٤
٥س − ٢ص = ٧٨

(٨) ٧ص + ٧ = ٣س
١١س + ٥ص = ٨٧

(٩) ٥س = ٩ + ٣ص
٥ص = ١٦ − ٢س

(١٠) ٢س + ٣ص = ٣٢
١١ص − ٩س = ٣

(١١) ٣ص − ٤س − ١ = ٠
١٨ − ٣س = ٤ص

(١٢) اس − ب ص = م
س + ص = ح

(١٣) اس + ب ص = ح
ع س + ق ص = ر

(١٤) اس − ب ص = م
ح س + ر ص = ن

(١٥) س + ا ص = ب
اس − ب ص = ح

(١٦) اس + ر ب ص = ح
ا(٣ا − س) = ب(س + ص)

(١٧) اس + ب ص = ح
ب س − ا ص = د

(١٨) ٧س + ٣ص = ١١
٣س ص = (س + ١)(٣ص + ١)

(١٩) (س + ٥)(ص + ٧) = (س + ص)(ص − ٩) + ١١٢
٢س + ١٠ − (٣ص + ١) = ٠

(٢٠) س/٣ + ٣ص = ٣٩
ص/٣ + ٣س = ٣١

(٢١) س/٧ + ص/٩ = ١
س/٩ + ص/٢ = ١٦

(٢٢) س/٩ + ص/٨ = ٤٣
س/٨ + ص/٩ = ٤٢

(٢٣) س/٢ + ص/٣ = ٧
س/٣ − ص/٨ = ١/٢

(٢٤) س + ص = ٨
(س − ص)/٢ + (س − ص)/٣ = − ٤/٣

(٢٥) س/٣ + ص/٢ = ٤/٣
ص/٢ + س/٣ = ٧/٦

(٢٦) س/٦ + ص/٧ = ٥
٢س + ص = ٥٠

(٢٧) س + ص/٢ = ص − ٢
ص + س/٢ = س + ٦

(٢٨) س/ا − ص/ب = م
س/ح + ص/د = ن

(٢٩) س/٤ + ص/٧ = ١٤
٢س − ص = ٧

(٣٠) ٣/س − ١/ص = ١
٧/٥س + ٥/٢ص = ٧

(٣١) ٢س − (ص − ٣)/٥ = ٤
٣ص = ٩ − (س − ٢)/٣

(٣٢) س/٢ − ص/٣ − ١ = ٠
(٢س − ١)/٢ − (٣ص − ١)/٣ = ٥/٦

(٣٣) (س + ص)/٣ + (٣س − ٢ص)/٤ = ٣/٤
١٧س − ١٣ص = ٣/٢

(٣٤) ٥س − ٨ ١/٢ = ٧ص − ١٤
٢س = ص + ١/٢

(٣٥) (س + ص)/٣ + (س − ص)/٤ = ٥٩
س/١١ = ٣ص/٥

(٣٦) (س + ٧)/٥ − (٢س − ص)/٤ = ٣ص − ٥
(٤س − ٣)/٦ + (٥ص − ٧)/٢ = ١٨ − ٥س

(٣٧) (س + ص)/٢ − (س − ص)/٣ = ٨
(س + ص)/٣ + (س − ص)/٤ = ١١

(٤٠) ٢٫٣لا + ٩٫٥ی = ٢٢
٢٫٧لا + ٣٫٦ی = ٥٤

(٤١) ٠٫٣لا − ٠٫٥ی = ٣٫٠٨٦
٠٫٥لا + ٠٫٣ی = ٢٨٠

(٤٢) ١ی + ١٢٫٥لا = ی − لا
ی − ٥٫لا = ٥٫٧لا ی − ٣لا

(٤٣) ٣لا + ١٢٫٥لا = ٣لا − ی
٣لا − ٥ی = ٢٫٥ ٢لا ی − ٣ی

(٤٤) لا/ا + ی/ب = ١ − لا/ج
ی/ا + لا/ب = ١ + ی/ج

(٤٥) لا − (٢ی − لا)/(٣ − لا) = ٢٠ − (٥٩ − ٢لا)/٣
ی + (ی − لا)/(١٨ − لا) = ٣٠ − (٣ی − ٣ی)/٣

(٤٦) ٣لا + ٦ی + ١ = (٦لا + ١٣٠ − ٢٤ ی)/(٢لا − ٤ی + ٣)
٣لا − (١٥١ − ١٦لا)/(٤ی − ١) = (٩لا ی − ١١٠)/(٣ی − ٤)

(٤٧) (٦لا + ٩)/٤ + (٣لا + ٥ی)/(٤لا − ٦) = ٣ + ١/٤ (٣لا + ٤)
(٨ی + ٧)/١٠ + (٦لا − ٣ی)/(٢ی − ٨) = ٤ + (٤ی − ٩)/٥

(٤٨) لا (لا − ی) = ٣٥
لا (٢لا + ٣ی) = ٥٥٠

(٤٩) ٤ی٢لا + ٣٫٢ − ی = (ی − ١٨لا ٢٥ی)/٣٥ = ٨ی لا + (٢ی٥ + ١٫٠ی)/٤٫٥
(ی − ٤٫٩لا − ی)/٣٫٤ = (ی ٥ + ی)/١٫٥

(٥٠) (٣لا − ٥ی)/٣ − (٢لا − ٨ی − ٩)/١٢ = ی/٢ + ١/٣ + ١/٤
٣ ١/٢ (لا/٧ + ی/٤ + ١ ١/٣) − ٣ ١/٢ (٤لا − ی/٨ − ٢٤) = ٠

سوالات دو مجہول کی ہمزاد مساواتونکی

(١٠٧) لا اور ی کو مقادیر مجہول سے تعبیر کرو اور سوالات کی شرائط کو زبان جبریہ مین بیان کرو اور لا اور ی کو جہان مجہول آئین اونکو کہو تو دو مساواتین پیدا ہونگین اونسے لا اور ی کی قیمتین دریافت ہونگین اور جب یہہ قیمتین معلوم ہو جائینگین تو سوالات کا حل کامل ہو جائیگا

امثلہ نمبری ٧٤ مثالین حل کی ہوئی

سوال ١ وہ کون سی اعداد ہین کہ جنکی مجموعہ کی تہائی پر اگر مین ١٣ زیادہ کرون تو ١٧ حاصل ہون اور اونکی نصف حاصل تفریق سے ١ کم کرون تو ٢ باقی رہین

فرض کرو کہ لا = عدد کلان
ی = عدد خورد

بموجب شرط سوال کے

(لا + ی)/٣ + ١٣ = ١٧
(لا − ی)/٢ − ١ = ٢

ان مساواتوں کے حل کرنے سے لا = ۹ اور ی = ۳

سوال ۲ ایک ایسی کسر ہے کہ اگر شمار کنندہ میں ۱ زیادہ کرو تو کسر ½ ہو جاتی ہے اور نسب نما پر ۳ زیادہ کرو تو ⅓ وہ ہو جاتی ہے اوس کسر کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = شمار کنندہ
ی = نسب نما

بموجب شرط سوال کے $\frac{\text{لا}+1}{\text{ی}} = \frac{1}{2}$

$\frac{\text{لا}}{\text{ی}+3} = \frac{1}{3}$

حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۵ اور ی = ۱۲

مثال ۳ ایک آدمی کے جیب میں دو قسم کے سکے ہیں ہاف سورن اور فورپنس جب اوس میں سے اوسنے ۸۵ لئے تو ایک بل ۹ پونڈ ۳ شلنگ کا ادا ہو گیا تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے قسم کے سکے تھے

فرض کرو کہ لا = ہاف سورن کی تعداد کے
ی = فورپنس کی تعداد کے

بموجب شرط سوال کے ۳۰ لا + ی = ۵۴۹ (۱) فورپنس میں
لا + ی = ۸۵ (۲)

حل کرنے سے لا = ۱۶ اور ی = ۶۹ کے حاصل ہوتے ہیں

سوال ۴ ایک عدد میں دو ہندسے ہیں مجموعہ اون ہندسوں کا ۵ ہے اور اگر اوس عدد پر ۹ زیادہ کریں تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہیں

فرض کرو کہ لا = بائیں طرف کے ہندسے کے
ی = داہنی طرف کے ہندسے
تو ۱۰ لا + ی = عدد کے
۱۰ ی + لا = عدد کے جب ہندسے معکوس ہو جاویں

تو بموجب سوال کے لا + ی = ۵ (۱)
۱۰ لا + ی + ۹ = ۱۰ ی + لا (۲)

اسے معلوم ہوا کہ لا = ۲ اور ی = ۳

∴ عدد = ۱۰ لا + ی = ۲۳

سوال ۵ موہن اور سوہن طاش اول دفعہ کھیلنے بیٹھے تو موہن جسقدر روپیے کھیلنے بیٹھا تھا اوس سے دو چند اور ۲ روپیہ جیت گیا اگر ۱ روپیہ اور اوس پاس ہو تو سوہن کے روپیہ سے سہ چند روپیہ ہو جاوے لیکن جب دوبارہ کھیلنے بیٹھا تو جسقدر روپیہ سوہن پاس تھا اوسکی تہائی کی برابر جیتا اور ۳ روپیہ

اور زیادہ تو اب اوس پاس موہن کے روپیہ سے جو وہ اول لیکر بیٹھا تھا سہ چند روپیہ ہو گیا
تو بتاؤ ہر ایک سے کتنے روپیہ لیکر کھیلنے بیٹھا تھا

فرض کرو کہ لا = موہن کے روپیون کی تعداد کے
ی = سوہن کے

اب ازروی سوال لا + ۲ + ۲ لا + ۱ = ۳ (ی − ۲ − ۳ لا) (۱)
ی − ۲ − ۳ لا + ۲ + ی/۴ = ۳ لا (۲)

انکے حل کرنے سے لا = ۴ روپیہ اور ی = ۱۵ روپیہ کے معلوم ہوتا ہے

سوال ۶ ایک آدمی کچھ فقیرون کی دستگیری کرنی چاہتا تھا اوسنے اپنے پاس روپیون کو دیکھا تو اوسے معلوم ہوا کہ اگر وہ ہر ایک کو دو دو روپیہ دیتا ہے تو ۳ روپیہ تھوڑے جاتے ہین اور اگر ڈیڑہ ڈیڑہ روپیہ دیتا ہے تو ۴ روپیہ آٹھہ آنہ بچ جاتے ہین تو بتاؤ اوس پاس کتنا روپیہ تھا اور کتنے فقیر تھے

فرض کرو کہ لا = روپیون کی تعداد کے
ی = فقیرون کی تعداد کے
تو ۲ ی = اوس روپیہ کے جو اول حالت مین تقسیم ہوتا
۳/۲ ی = اوس روپیہ کے جو دوسری حالت مین تقسیم ہوتا

ازروی سوال ۲ ی = لا + ۳
۳ی/۲ = لا − ۴ ۱/۲
اسنے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۲۷ اور ی = ۱۵

سوال ۷ موہن اور سوہن ایک کام کو ۱۶ دن مین پورا بناتے ہین لیکن اونہون نے چار روز تو کام مل کر کیا اور پہر موہن چلا گیا اور اکیلے سوہن نے کام پورا بنایا اور ۳۶ دن اوسکو اور لگے تو بتاؤ ہر ایک اکیلا کتنے کتنے دنون مین کام کو پورا انجام دیگا

فرض کرو کہ لا = تعداد ایام کی جنمین موہن کام پورا بناتا
ی = سوہن
تو ۱/لا + ۱/ی = موہن اور سوہن کے ایک دن کے کام کے
= ۱/۱۶ بموجب سوال کے (۱)
اور پہر ازروے سوال کے ۴ (۱/لا + ۱/ی) + ۳۶ × ۱/ی = ۱ (۲)
اسنے معلوم ہوا کہ لا = ۲۴ اور ی = ۴۸

سوال ۸ ایک آدمی کو کچھہ فاصلہ طے کرنا تھا ۲۰ میل چلکر اوسنے اپنی چال ایک میل فی گھنٹہ زیادہ کردی اگر وہ اس بڑہی ہوئی چال سے کل مسافت طے کرتا تو وہ ۴۰ منٹ پیشتر منزل مقصود پر پہونچتا اور اگر وہ اپنی پہلی چال سے چلا جاتا تو ۲۰ منٹ کی دیر لگتی تو بتاؤ کتنا فاصلہ اوسکو طے کرنا تھا

فرض کرو کہ لا = تعداد میلون کی
ی = رفتار فی گھنٹہ کی

اب بموجب شرائط سوال کے

$$\frac{40}{60} + \frac{\text{لا}}{1+\text{ی}} = \frac{\text{لا}-20}{1+\text{ی}} + \frac{20}{\text{ی}} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{3} - \frac{\text{لا}}{\text{ی}} = \frac{\text{لا}-2}{1+\text{ی}} + \frac{20}{\text{ی}} \qquad (2)$$

اب ان مساواتونکو حل کرنے سے لا = ۳۰ اور ی = ۵ کے حاصل ہوتا ہے

∴ فاصلہ = ۳۰ میل

سوال ۹ ایک مستطیل کمرہ کی پیمایش ہوئی تو یہہ معلوم ہوا کہ اگر وہ ۵ فیٹ زیادہ چوڑا اور ۴ فیٹ زیادہ لنبا ہوتا تو اوسمین ۱۱۶ مربع فیٹ ہوتے اور اگر ۴ فیٹ چوڑا اور ۵ فیٹ لنبا اور زیادہ ہوتا تو ۱۱۳ فیٹ مربع اوسمین ہوتے اوسکا طول اور عرض دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = طول کے فٹون کی
ی = عرض "

تو بموجب شرائط سوال کے

$$\text{لای} + 116 = (\text{لا}+4)(\text{ی}+5) \qquad (1)$$

$$\text{لای} + 113 = (\text{لا}+5)(\text{ی}+4) \qquad (2)$$

ان مساواتون کو حل کرو تو لا = ۱۲ فیٹ اور ی = ۹ فیٹ کے

سوال ۱۰ ایک پیپہ مین ۱۲ گیلن شراب اور ۴ گیلن پانی اور دوسرے پیپہ مین ۸ گیلن شراب اور ۱۲ گیلن پانی ملا ہوا ہے تو بتاؤ ہر پیپہ سے کتنی کتنی گیلن نکالین کہ ۷ گیلن پانی اور ۷ گیلن شراب حاصل ہو

فرض کرو کہ لا = تعداد گیلن کی جو اول پیپہ مین سے نکالین
ی = " جو دوسرے پیپہ مین سے

اب یہہ ظاہر ہے کہ اول پیپہ مین سے جسقدر نکالوگے اوسمین $\frac{12}{16}$ واں حصہ یعنی $\frac{3}{4}$ شراب اور $\frac{1}{4}$ پانی ہوگا اور دوسرے پیپہ مین جسقدر نکالوگے اوسمین $\frac{8}{20}$ واں حصہ یعنی $\frac{2}{5}$ حصہ شراب اور $\frac{3}{5}$ حصہ پانی ہوگا اب بموجب شرائط سوال کے

$$\frac{1}{4}\,\text{لا} + \frac{3}{5}\,\text{ی} = \text{تعداد پانی کے گیلن کی} = 7$$

$$\frac{3}{4}\,\text{لا} + \frac{2}{5}\,\text{ی} = \text{" شراب "} = 7$$

حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۴ اور ی = ۱۰

∴ اول پیپہ مین سے ۴ گیلن اور دوسرے مین سے ۱۰ گیلن نکالنے چاہیے

امثلہ نمبری ۴۸ سوالات مشق کے واسطے

(۱) دو عدد ایسے ہین کہ اگر بڑے عدد کے سہ چند پر چھوٹے کی ایک تہائی زیادہ کرو تو ۶۳ حاصل ہوتے ہین اور اگر بڑے عدد کا دو چند چھوٹے عدد کے چھہ گنی سے تفریق کیا جاے اور باقی کو ۲۸ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۴ نکلے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲) ایک کسر ایسی ہے کہ اگر اوسکے شمار کنندہ پر ۳ زیادہ کرین تو اوسکی قیمت ½ ہو جاتی ہے اور اگر اوسکی نسب نما سے ایک تفریق کرین تو اوسکی قیمت ⅓ ہو جاتی ہے اوس کسر کو دریافت کرو

(۳) زید اور بکر کے پاس کچھہ روپیہ ہے اگر بکر زید کو ۱۰ روپیہ قرض دے تو زید پاس سے پندرہ گنا بکر سے ہو جاتا ہے لیکن اگر زید ۵ روپیہ بکر کو دے تو اون پاس برابر برابر روپیہ ہو جاتا ہے تو بتاؤ ہر ایک کے پاس کتنا کتنا روپیہ

(۴) ایک آدمی پاس دو گھوڑے اور ایک زین دس روپیہ کا تہا اگر وہ زین کو ایک گھوڑے پر رکھتا ہے تو اوسکی قیمت دو چند دوسرے گھوڑے سے ہو جاتی ہے اور اگر زین کو دوسرے گھوڑے پر رکھتا ہے تو ۱۳ روپیہ اوسکی قیمت پہلی گھوڑے سے کم رہتی ہے

(۵) دو ایسے اعداد ہین کہ اگر بڑے عدد کا ½ چھوٹے عدد کی ⅓ پر زیادہ کرین تو ۱۳ حاصل ہوتے ہین اور چھوٹے عدد کا ½ بڑے عدد کے ⅓ سے تفریق کرین تو باقی کچھہ نہین رہتا اون اعداد کو دریافت کرو

(۶) ایک خاص عدد ہے جسکے ہندسون کا مجموعہ ۷ پر زیادہ کیا جاے تو ماحصل چند بائین طرف والے ہندسے کے ہے اور اگر خود اوس عدد مین سے ۱۸ تفریق کرین تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہین اوس عدد کو دریافت کرو

(۷) ایک ظرف مین ۱۲۰ بوتل پانی آتا ہے وہ دو نودانون سے ۱۰ منٹ مین بہر آیا ایک نالہ سی ۴ بوتل ایک منٹ مین اور دوسرے سے ۹ بوتل ایک منٹ مین بہرتا ہے تو بتاؤ ہر ایک نالہ کتنی دیر کہلا رہا

(۸) ایک کسان پاس بیل ہین اونمین سے ہر ایک کی قیمت ۱۵ روپیہ ہے اور بہیڑین ہین اونمین سے ہر ایک بہیڑ کی قیمت ۲ روپیہ ۱۳ ہے تعداد اونکی ۳۵ اور کل قیمت ۹۳ روپیہ ۶ ہے تو بتاؤ کتنے بیل اور کتنی بہیڑین ہین

(۹) ایک آدمی نے تیرہ تیرہ روپیہ کے بیل خریدے اور پانچ پانچ روپیہ کے بچھڑے اور اوس خرید مین

کل روپیہ اوسکے ۴۸۱۴ خرچ ہوئے اگر وہ بچھڑے اتنے خریدتا جتنے بیل خریدے تہے اور جتنے بیل خریدے تہے
اوتنے بچھڑے خریدتا تو ۲۸۸ روپیہ اونکی قیمت مین صرف ہوتے تو بتاؤ ہر ایک کتنے کتنے خریدے

(۱۰) بارہ بجے دو گھڑیان ملائی گئین ایک دو سکنڈ سست اور دوسری ۳ سکنڈ تیز تہی اور بارہ گھنٹے کے
اندر ایک گہڑی مین بہ نسبت دوسری گہڑی کے ۴ منٹ زیادہ بجی تہی تو بتاؤ ہر ایک گہڑی مین کیا بجا تہا

(۱۱) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اگر ایک عدد پر دوسرے کا چوگنا زیادہ کرین تو حاصل جمع ۲۹ ہو
اور اگر دوسرے عدد کو پہلے عدد کے چہہ گنے پر زیادہ کرین تو حاصل جمع ۳۶ ہو

(۱۲) ایک کسان کو کچہہ بہیڑین خریدنی تہین اوسنے حساب کیا کہ ۲ روپیہ اگر ہر ایک بہیڑ خریدتا ہون تو
ایک روپیہ ۱۲ آنہ کی روپیہ مین کمی رہتی ہے اور اگر ڈہائی ڈہائی روپیہ بہیڑ خریدتا ہون تو ڈہائی روپیہ بچ رہتے ہین
تو بتاؤ کتنی بہیڑین خریدنے کا ارادہ کیا اور کتنا روپیہ اوس پاس تہا

(۱۳) ۳۴ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ ایک حصہ کا ایک خاص اضعاف مع دوسرے حصہ کے برابر ۵۰ کے ہو
اور وہی خاص اضعاف مع حصہ اول کے برابر ۷۰ کے ہو

(۱۴) دو اعداد ایسے دریافت کرو کہ بڑے عدد کا سہ چند چہوٹے عدد کے دو چند سے بقدر ۱ کے کم ہو
اور اور بڑے عدد کا دو چند مع چہوٹے عدد کے سہ چند کے برابر ۴۴ کے ہو

(۱۵) ایک عدد دو ہندسون کا ایسا دریافت کرو کہ اکائی کے مرتبہ کا ہندسہ دہائی کے مرتبہ کے
ہندسہ سے دو چند ہو اور اگر ۳۶ اوس عدد مین سے تفریق کئے جائین تو ہندسے عدد کے معکوس ہو جائین

(۱۶) موہن اور سوہن نے ۱۰ روپیہ کی بازی بدی اگر موہن بازی ہاری گا تو اوس پاس روپیہ
سوہن کے اوس روپیہ کے دو چند سے جو بازی جیتنے کے بعد اوس پاس ہوگا بقدر ۳۰ کے کم ہوگا اور اگر
سوہن بازی ہاری تو موہن کے پاس جتنا روپیہ ہو جائیگا اوسکے $\frac{7}{19}$ حصہ کے برابر سوہن پاس روپیہ ہوگا
تو بتاؤ ہر ایک پاس کتنا کتنا روپیہ ہوگا

(۱۷) اگر سوہن کے روپیہ پر ۶۳ روپیہ زیادہ ہون تو اوس پاس روپیہ سوہن کے روپیہ سے چند ہو جائیگا
اگر سوہن کے روپیہ مین سے ۵ روپیہ کم کرین تو سوہن کے روپیہ سے آدہا روپیہ اوس پاس ہو جائیگا

تو بتاؤ ہر یک پاس کتنا کتنا روپیہ ہے

(۱۸) ایک آدمی کو کچھہ فاصلہ طے کرنا تہا جب وہ ۳۰ میل چل چکا تو اوسنے ۲ میل فی گہنٹہ چال بڑہا دی اگر وہ اس بڑہی ہوئی چال سے ابتدا ہی سے چلتا اور کل فاصلہ طے کرتا تو وہ ۴۰ منٹ پہلے منزل مقصود پر پہونچتا اور اگر وہ اپنی پہلی ہی چال چلا جاتا اور چال کو نہ بڑہاتا تو ۳۰ منٹ دیر مین پہونچتا تو کتنی دور اوسکو چلنا تہا

(۱۹) ایک پیپہ مین ۱۲ گیلن شراب کے اور ۱۸ گیلن پانی کے اور دوسرے پیپہ مین ۹ گیلن شراب کے اور ۳ گیلن پانی کے ملے ہوئے رکہے ہین تو بتاؤ ہر پیپہ سے کتنے کتنے گیلن نکالین کہ ۷ گیلن شراب کے اور ۷ گیلن پانی کے حاصل ہون

(۲۰) ایک خاص امتحان مین کچھہ امیدوارونکو سندین ملین اور کچھہ منتخب ہونیکے واسطے بہیجے گئے ان دونونکی تعداد مین فرق ناکامیاب امیدوارون کی تعداد سے بیس گنا تہا اور جن امیدوارون کو سندین ملین اونکی تعداد پچگنی ناکامیاب امیدوارون کی تعداد اور منتخب ہونے والونکی اٹہہ گنی تعداد اور ۴ کے برابر تہی اگر پانچ ناکامیاب امیدوارون مین سے منتخب ہونیکے لیے بہیجے جاتے تو منتخب ہونے والونکی تعداد کا چوتہائی سند یافتہ امیدوارون کی نصف تعداد سے بقدر دس گنی تعداد ناکامیاب امیدوارونکے زیادہ ہوتا تو بتاؤ کل کتنے امیدوارون کا امتحان ہوا

(۲۱) ایک ظرف مین ۱۹۲ گیلن پانی آتا ہے اور اوسکی تہہ مین دو سوراخ ہین تین گہنٹے کے بعد ایک سوراخ بند کر دیا گیا تو سارا ظرف ۱۱ گہنٹہ مین دوسرے سوراخ سے خالی ہو گیا اگر چھہ گہنٹہ پیشتر سوراخ بند کیا جاتا تو ظرف کے خالی ہونے مین ۶ گہنٹہ زیادہ لگتے تو بتاؤ ہر سوراخ سے کتنے گیلن پانی ایک گہنٹہ مین نکلتا ہے اور یہہ بات فرض کر لی ہے کہ پانی برابر نکلتا ہے

(۲۲) وہ کونسے دو عدد ہین جنکا حاصل تفریق ۲۰ ہے اور بڑے عدد پر چہوٹے عدد سے تقسیم کرنے سے ۳ خارج قسمت نکلتے ہین

(۲۳) ایک لڑکے نے اپنے بہیی زنگترون مین بانٹ ڈالی اگر یہہ زنگترے اوسے زیادہ ہاتہہ لگتے تو اوسکو ایک

دہیلا ہر ایک نارنگی کی قیمت مین کم دینا پڑتا اور اگر ۳ نارنگی کم آتے تو دہیلا ہر ایک نارنگی کی قیمت مین زیادہ دینا پڑتا تو بتاؤ اوسنے کیا خرچ کیا

(۲۴) ۱۰ روالی عرق کی بوتلین اور ۱۶ روالی عرق کی بوتلون سے ۱۰ بوتلین ۷ روالی عرق کی بنانی منظور ہین تو بتاؤ ہر ایک قسم کی بوتلین کتنی کتنی لین

(۲۵) ایک آدمی نے پندرہ ٹکے کے سیب اور ناشپاتیان خریدین سیب پیسے کے چار چار اور ناشپاتیان پیسے کی پانچ پانچ اوسنے آدہے سیب اور ایک تہائی ناشپاتیان ۱۳ پیسے کو اوسی حساب سے بیچڈالین جس حساب سے خریدی تہین تو بتاؤ کتنے سیب اور کتنی ناشپاتیان مول لی تہین

(۲۶) ایک عدد دو ہندسون کا ہے اور اپنے ہندسون کے مجموعہ سے چوچند ہے اگر ۱۸ اوسپر زیادہ کرے جائین تو ہندسے عدد کے معکوس ہو جاتے ہین اوس عدد کو دریافت کرو

(۲۷) کچھہ روپیہ بعض آدمیون مین تقسیم ہوا اگر ۳ آدمی وہان کم ہوتے تو ہر شخص کے حصہ مین ۱۵ روپیہ زیادہ آتے لیکن اگر ۶ آدمی زیادہ ہوتے تو ہر ایک آدمی کو ۱۲ روپیہ کم آتے تو تعداد آدمیون اور روپیہ کی دریافت کرو

(۲۸) ایک شخص کے پاس ۲۷ پونڈ ۶ شلنگ کے گنی اور کروان تہے اونمین سے ۴ پونڈ ۷ شلنگ قرض کے ادا کیے تو اوسکے پاس گنی اتنی باقی رہے جتنی کروان اوسنے قرض مین دیے تہے اور کروان اوسکے پاس اتنے رہے جتنے گنی اوسنے دیئے تہے تو بتاؤ کتنے گنی اور کتنے کروان تہے

ہمزاد مساواتین تین مقادیر مجہولہ کی

(۱۰۸) اگر تین مساواتین بے تعلق ہون اور تین اونمین مقادیر مجہول ہون مثلاً

لالہ + ب ی + ح ی = م (۱)
دلہ + ری + س ی = ن (۲)
گہ لہ + ہہ ی + ک ی = ع (۳)

تو قیمت لا اور ی اور ی کی اسطرح دریافت ہوتی ہے

ا د لہ + ب د ی + ح د ی = د م مساوات (۱) کو د مین ضرب دو
ا د لہ + ا ر ی + ا س ی = ا ن (۲) کو ا مین

∴ (ب د − ا ر) ی + (ح د − ا س) ی = د م − ا ن (۴)

اور د گہ لہ + ر گہ ی + س گہ ی = گہ ن مساوات (۲) کو گہ مین ضرب دو
د گہ لہ + د ہہ ی + د ک ی = د ع (۳) کو د مین

∴ (رگہ – دھھ) ء + (س گہ – دک) ی = گہ ن – دع

اب (۴) اور (۵) مساواتون سے قیمتین ء اور ی کی بہی دریافت ہوسکتی ہین اور جب قیمتین دریافت ہوجائین تو معلوم مساواتون مین سے کسی ایک مساوات مین ان قیمتون کے رکہنے سے لا دریافت ہوجاویگا یہی ترکیب تین سے زیادہ مجہولون کی مساواتون مین چل سکتی ہے

امثلہ نمبری ۴۹ حل کی ہوئی

۴ لا – ۳ ء + ۵ ی = ۱۸ (۱)
۳ لا + ۴ ء – ۳ ی = ۲۲ (۲) قیمت لا اور ء اور ی کی دریافت کرو
۶ لا + ۷ ء – ی = ۶۳ (۳)

مساوات (۱) سے ۴ لا – ۳ ء + ۵ ی = ۱۸
(۲) ۴ لا + ۸ ء – ۶ ی = ۴۴
∴ – ۱۰ ء + ۱۱ ی = –۲۶
۱۰ ء – ۱۱ ی = ۲۶ (۴)
مساوات (۲) سے ۶ لا + ۸ ء – ۶ ی = ۴۴
(۳) سے ۶ لا + ۷ ء – ی = ۶۳
∴ ۵ ء – ۸ ی = ۳ (۵)
مساوات (۴) سے ۱۰ ء – ۱۱ ی = ۲۶
(۵) سے ۱۰ ء – ۱۶ ی = ۶
∴ ۵ ی = ۲۰ یعنی ی = ۴
ء = (۳ + ۸ ی) / ۵ = ۷ ، لا = ... = ۳

امثلہ نمبری ۴۹ مشق کے واسطے

(۱) لا + ء + ی = ۹۰
لا + ۲ ء + ۳ ی = ۱۰۵
لا + ۳ ء + ۴ ی = ۱۳۴

(۲) لا + ء + ی = ۹۰
۲ لا + ۴۰ = ۳ ء + ۲۰
۲ لا + ۴۰ = ۴ ی + ۱۰

(۳) ۲ لا + ۳ ء + ۴ ی = ۲۹
۳ لا + ۲ ء + ۵ ی = ۳۲
۴ لا + ۳ ء + ۲ ی = ۲۵

(۴) ۵ لا + ۳ ء = ۶۵
۲ ء – ی = ۱۱
۳ لا + ۴ ی = ۵۶

(۵) لا/۲ + ء/۳ + ی/۴ = ۶۲
لا/۳ + ء/۴ + ی/۵ = ۴۷
لا/۴ + ء/۵ + ی/۶ = ۳۸

(۶) ۳/لا – ۴/ء + ۱/ی = ۳/۴
۳/لا + ۱/۲ء + ۲/ی = ۱۰ ۱/۴
۴/۵لا – ۱/۲ء + ۴/ی = ۱۶ ۱/۴

(۷) ۳ عدد ایسے دریافت کرو کہ دوم اور سوم کا نصف مجموعہ عدد مع اول کے برابر ۱۲۰ کے ہو اور اول اور سوم کے حاصل تفریق کا ۱/۵ حصہ دوم برابر کے ہو اور تینون عددون کا مجموعہ برابر ۱۹۰ ہو

مساوات درجہ دوم

(۱۰۹) مساواتین درجہ دوم کی وہ مساواتین ہین جن مین مقدار مجہول کی دوسری قوت مع اول قوت یا بغیر اول قوت مقدار مجہول کے واقع ہو

اگر مساوات مین مقدار مجہول کی دوسری قوت صرف واقع ہو اور اوسکے ساتھہ اول قوت

اوسکی نہو تو اوسکو مساوات درجہ دوم بسیط یا خالص کہتے ہین جیسے کہ لا۲ = ۴۹ اور لا۲ − ۱ = ۶ مساوات
درجہ دوم بسیط ہین اور اگر مساوات مین دوسری قوت اور اول قوت مقدار مجہول کی دونون
مخلوط ہون تو اوسکو مساوات درجہ دوم مخلوط کہتے ہین جیسے کہ لا۲ + ۳ لا = ۱۱ اور الا۲ + ب لا = ج
مساوات درجہ دوم مخلوط ہین

مساواتین درجہ دوم بسیط کا حل اور اونکا آسانی سے مساوات درجہ اول کا بنانا

(۱۱۰) مساوات درجہ دوم بسیط اسی طرح حل ہوتی ہین جسطرح مساوات درجہ اول الا
آخر مین اتنا فرق ہوتا ہے کہ طرفین مساوات کا جذر نکالنا پڑتا ہے
علامت + اور − کی قیمت کے اول لکھی ہوئی ہوتی ہے اسکا سبب یہ ہی کہ جذر ہر ایک مقدار کا مثبت اور
منفی دونو ہو سکتے ہین

جیسے کہ اس مثال مین لا۲ + ۲ = ۶۶
یا لا۲ = ۶۶ − ۲ = ۶۴
∴ لا = ± ۸ (۱)
اور − لا = ± ۸ (۲)

یہان مساوات (۲) سے لا = ∓ ۸ کے حاصل ہوتا ہے یعنی قیمتین لا کی + ۸ اور − ۸ معلوم ہوتی ہین
اور یہی قیمتین مساوات (۱) سے معلوم ہوتی ہین اسے معلوم ہوتا ہے کہ (۱) اور (۲) سے دو قیمتین
لا کی حاصل ہوتی ہین

امثلہ نمبری ۵۰ حل کی ہوئی

مثال ۱
۳ لا۲ − ۴ = ۷۱ قیمتین لا کی دریافت کرو
یعنے ۳ لا۲ = ۷۱ + ۴ = ۷۵
یعنے لا۲ = ۲۵
∴ لا = ± ۵

مثال ۲
۹ لا۲ + ۹ = ۳ لا۲ + ۶۳ قیمتین لا کی دریافت کرو
یعنی ۹ لا۲ − ۳ لا۲ = ۶۳ − ۹
یا ۶ لا۲ = ۵۴
یا لا۲ = ۵۴/۶ = ۹
∴ لا = ± ۳

مثال ۳ $۳\ لا\ (لا - ۸) = لا\ (۲۴ - ۵\ لا)$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

یعنی $۳\ (لا - ۸) = ۲۴ - ۵\ لا$ طرفین مساوات کو لا پر تقسیم کیا

$$۳\ لا - ۲۴ = ۲۴ - ۵\ لا$$

$$یا\ ۸\ لا = ۴۸$$

$$\therefore لا = ۶$$

اور نیز $لا = ۰$ بظاہر مساوات کی شرائط کو پورا کرتا ہے

مثال ۴ $ا\ لا^2 - ب = ح$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

$$یعنی\ ا\ لا^2 = ب + ح$$

$$یا\ لا^2 = \frac{ب + ح}{ا}$$

$$\therefore لا = \pm \sqrt{\frac{ب + ح}{ا}}$$

مثال ۵ $۲\ ا\ لا^2 + ب - ۴ = ح\ لا^2 - ۵ + د - ا\ لا^2$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

$$یعنی\ ۲\ ا\ لا^2 - ح\ لا^2 + ا\ لا^2 = د - ۵ - ب + ۴$$

$$یعنی\ ۳\ ا\ لا^2 - ح\ لا^2 = د - ب - ۱$$

$$لا^2\ (۳\ ا - ح) = د - ب - ۱$$

$$لا^2 = \frac{د - ب - ۱}{۳\ ا - ح}$$

$$\therefore لا = \pm \sqrt{\frac{د - ب - ۱}{۳\ ا - ح}}$$

مثال ۶ $لا + \sqrt{(ا^2 + لا^2)} = \frac{۲\ ا^2}{\sqrt{(ا^2 + لا^2)}}$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

$$\therefore لا \sqrt{(ا^2 + لا^2)} + ا^2 + لا^2 = ۲\ ا^2$$

$$یا\ لا \sqrt{(ا^2 + لا^2)} = ا^2 - لا^2$$

طرفین مساوات کا مجذور کرو

$$لا^2\ (ا^2 + لا^2) = ا^4 - ۲\ ا^2\ لا^2 + لا^4$$

$$\therefore ۳\ ا^2\ لا^2 = ا^4$$

$$یا\ لا^2 = \frac{ا^2}{۳}$$

$$\therefore لا = \pm \frac{ا}{\sqrt{۳}}$$

مثال ۷ $\frac{ا - \sqrt{(ا^2 - لا^2)}}{ا + \sqrt{(ا^2 - لا^2)}} = ح$ قیمت لا کی دریافت کرو

طرف چپ کی نسب نما اور شمار کنندہ کو $ا - \sqrt{(ا^2 - لا^2)}$ میں ضرب دو

تو یہہ حاصل ہوگا

$$\frac{\{ا - \sqrt{(ا^2 - لا^2)}\}^2}{ا^2 - (ا^2 - لا^2)} = ح$$

$$یعنی\ \left(\frac{ا - \sqrt{(ا^2 - لا^2)}}{لا}\right)^2 = ح$$

∴ ۱ − √(ا − لا) / ل = ± √ح طرفین مساوات کا جذر لیا

یعنی ۱ − √(ا − لا) = ± √ح ل

یا ۱ ± ل √ح = √(ا − لا)

∴ طرفین مساوات کا مجذور کرنے سے

۱ ∓ ۲ ل √ح + ح لا = ا − لا

یعنے (ح + ۱) لا = ± ۲ ل √ح

یا (ح + ۱) ل = ± ۲ √ح

یا ل = ۲ √ح / (۱ + ح)

اور یہہ مساوات اسطرح بھی حاصل ہوتی ہے

ح = (۱ − √(ا − لا)) / (۱ + √(ا − لا))

∴ − √(ا − لا) / ۱ = (ح − ۱) / (ح + ۱) تنبیہہ صفحہ ۱۷۰ میں دیکھو

((۱ − ح) / (۱ + ح))² = (ا − لا) / ا

یا ا (ح + ۱)² − لا (ح + ۱)² = ا (ح − ۱)²

یا لا (ح + ۱)² = ا (ح + ۱)² − ا (ح − ۱)²

= ۴ ا ح

∴ لا = ۴ ا ح / (۱ + ح)²

∴ ل = ± ۲ √(ا ح) / (۱ + ح)

امثلہ نمبری ۵۰ مشق کے واسطے

(۱) ۳ لا + ۸ = ۵۶ (۲) (ل + ۲)² = ۴ ل + ۵

(۳) ۲ لا − ۱/۲ لا = ل (ل − ۵) − ۳ (۴) لا + ۳/۲ لا − ۱/۲ لا = ل

(۵) ۸ (ل + ۱/ل) = (۲۱ + ۷۰ ل)/۷ − ۳ (۶) ۳ ل − ۱۰ لا = ۸ + ل + لا

(۷) ۳/(ل + ۱) + ۳/(۱ − ل) = ۸ (۸) (ل + ۲)/(۲ ل + ۱) = (ل + ۳)/(۳ ل + ۱)

(۹) (ل + ۴)/(ل − ۴) + (ل − ۴)/(ل − ۴) = ۱۰/۳ (۱۰) (ل − ۱)/ل − ۳ ل/(ل − ۱) = ۲

(۱۱) (ل + ۳)/(ل + ۲) + (ل − ۳)/(ل − ۲) = (۲ ل − ۳)/(ل − ۲) (۱۲) ۴ ل + ۱۶/ل = ۰

(۱۳) $\frac{لا}{۱۲} + \frac{لا^۲ - ۱۵}{۵ لا} = \frac{لا}{۵}$ (۱۴) $\frac{لا+۲}{لا(لا-۲)} - \frac{لا-۲}{لا(لا+۲)} = \frac{۲}{لا^۲-۴}$

(۱۵) $\frac{لا-۲}{لا+۲} + \frac{لا+۲}{لا-۲} = ۳ \frac{لا+۳}{لا-۳}$ (۱۶) $\frac{۲لا + \sqrt{۴لا^۲-۱}}{۲لا - \sqrt{۴لا^۲-۱}} = ۴$

(۱۷) $\frac{۲}{لا+\sqrt{۲-لا^۲}} + \frac{۲}{لا-\sqrt{۲-لا^۲}} = لا$ (۱۸) $\frac{ا}{لا} + \frac{\sqrt{ا^۲-لا^۲}}{لا} = \frac{لا}{ب}$

(۱۹) $\frac{\sqrt{۱+لا}}{\sqrt{لا+۱}+۱} = \frac{\sqrt{۱-لا}}{\sqrt{لا-۱}-۱}$ (۲۰) $\frac{۱}{۱+\sqrt{۱-لا}} + \frac{۱}{۱-\sqrt{۱+لا}} = \frac{۱}{لا}$

(۲۱) $\frac{\sqrt{۳+لا} - \sqrt{۳-لا}}{\sqrt{۳+لا} + \sqrt{۳-لا}} = \frac{لا}{۳}$ (۲۲) $\frac{لا^۳+۱}{۲(لا+۱)} + \frac{لا^۳-۱}{۲(لا-۱)} = ا$

مساوات درجہ دوم مخلوط

(۱۱۱) مساواتین درجہ دوم مخلوط کی عام صورت یہہ ہے

$ا لا^۲ + ب لا = ح$

جنمین ا اور ب اور ح مقادیر معلوم ہین اور وہ کسیطرحکی ہون خواہ مثبت خواہ منفی خواہ کسر خواہ صحیح ا کے امثال پر طرفین مساوات کو تقسیم کرو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$\frac{ا لا^۲}{ا} + \frac{ب لا}{ا} = \frac{ح}{ا}$

یعنی $لا^۲ + \frac{ب}{ا} لا = \frac{ح}{ا}$

اب $\frac{ب}{ا}$ کی جگہہ ع اور $\frac{ح}{ا}$ کی جگہہ ق لکھین تو

$لا^۲ + ع لا = ق$

پس اسسے معلوم ہوا کہ سب مساواتین درجہ دوم کی تحویل اس صورت مین کہ $لا^۲ + ع لا = ق$ کی ہوسکتی ہے جسمین ع اور ق کچھہ اعداد ہون مثبت منفی کسر صحیح اسواسطے اس مساوات کو صورت عامہ درجہ دوم کی مخلوط مساواتون کی کہتے ہین

حل مساوات مخلوط درجہ دوم

(۱۱۲) مساوات جو اس صورت $لا^۲ + ع لا = ق$ کی ہو تو اوسکی حل کرنے کے لیئے صاف ظاہر معلوم ہوتا ہے کہ ہم جذر طرفین مساوات کا نکالین تو مساوات درجہ اول کی حاصل ہوگی اور اوس سے قیمت لا کی دریافت ہوجائیگی

لیکن $لا^۲ + ع لا$ مجذور کامل نہین ہے اسلیئے کہ جمع شناسی کے مجذور کامل مین تین رقمین ہوتی ہین اسواسطے فرض کرو کہ ر ایسی رقم ہو کہ جب $لا^۲ + ع لا$ پر زیادہ کیجاے تو ان کو مجذور کامل بنادے

یعنی فرض کرو کہ لا^2 + ع لا + ر ایک مجذور کامل ہے

لیکن (لا + ا)^2 = لا^2 + ٢ا لا + ا^2

اور (٢ ا لا)^2 = ٤ لا^2 ا^2

یعنی (رقم اوسط)^2 = چارگنی حاصلضرب اطراف کے

اسیواسطے (ع لا)^2 = ٤ لا^2 × ر

یعنے ع^2 لا^2 = ٤ لا^2 ر

یعنے ع^2 = ٤ ر

ر = $\frac{1}{4}$ ع^2

= ($\frac{1}{2}$ ع)^2

یعنی لا^2 + ع لا پر جو رقم زیادہ ہو کر اوسکو ایک مجذور کامل نبایگی وہ نصف اثبال لا کا مجذور ہے

اسواسطے اس ازدیاد سے طرفین مساوات لا^2 + ع لا = ق پر ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے

لا^2 + ع لا + $\frac{1}{4}$ع^2 = ق + $\frac{1}{4}$ع^2

مساوات کی ہر ایک طرف کا جذر نکالنے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے

لا + $\frac{1}{2}$ع = ± $\sqrt{\text{ق} + \frac{1}{4}\text{ع}^2}$

∴ لا = − $\frac{1}{2}$ع ± $\sqrt{\text{ق} + \frac{1}{4}\text{ع}^2}$

تنبیہ ١ مساوات کو ہمیشہ اس صورت لا^2 + ع لا = ق کی طرف تحویل کرو تو اوپر کی ترکیب سے وہ حل ہو جایگی

تنبیہ ٢ اوپر کی مساوات کی یہہ دو قیمتیں ہیں

− $\frac{1}{2}$ع + $\sqrt{\text{ق} + \frac{1}{4}\text{ع}^2}$ اور − $\frac{1}{2}$ع − $\sqrt{\text{ق} + \frac{1}{4}\text{ع}^2}$

اسیواسطے اونکا مجموعہ − $\frac{2}{2}$ع یعنی − ع ہے

اور اونکا حاصلضرب $\frac{1}{4}$ع^2 + $\frac{1}{2}$ع $\sqrt{\text{ق} + \frac{1}{4}\text{ع}^2}$ − $\frac{1}{2}$ع $\sqrt{\text{ق} + \frac{1}{4}\text{ع}^2}$ − (ق + $\frac{1}{4}$ع^2)

= $\frac{1}{4}$ع^2 − ق − $\frac{1}{4}$ع^2

= ق

اسسے معلوم ہوا کہ اگر مساوات اسطرح لکھی جاے کہ

لا^2 + ع لا = ق

تو یہہ تحقیق ہوتا ہے کہ جس مساوات کی یہہ صورت ہو اوسکی قیمتوں کا مجموعہ = اثبال لا کی جسکی علامت بدل گئی

حاصلضرب قیمتون کا = تیسری رقم

(١١٣) اگر ا اور ب قیمتیں مساوات لا^2 + ع لا + ق = ٠ کی ہوں

لا^2 + ع لا + ق = (لا − ا) (لا − ب)

اسواسطے کہ (لا − ا) (لا − ب) = لا^2 − (ا + ب) لا + اب

= لا^2 + ع لا + ق موجب دفعہ آخر کے

اور علی ہذا القیاس اگر -ا اور ب قیمتیں مساوات لا٢ + ع لا + ق = ٠ کے ہوں

تو لا٢ + ع لا + ق = (لا - -ا) (لا - ب)

= (لا + ا) (لا - ب)

اسیواسطے اگر ٣ اور ٤ قیمتیں مساوات کی ہوں

(لا - ٣) (لا - ٤) = ٠ یعنی لا٢ - ٧ لا + ١٢ = ٠ مساوات بنتی ہے

اگر قیمتیں -٣ اور ٤ ہوں

(لا - -٣) (لا - ٤) = ٠ یعنی لا٢ - لا - ١٢ = ٠ مساوات بنتی ہے

اگر قیمتیں ٠ اور -٤ ہو

(لا - ٠) (لا + ٤) = ٠ یعنی لا٢ + ٤ لا = ٠ مساوات بنتی ہے

اگر قیمتیں -١/٢ اور -٢/٣ ہو تو (لا + ١/٢) (لا + ٢/٣) = ٠

یعنی لا٢ + ٧/٦ لا + ١/٣ = ٠ یعنی ٦ لا٢ + ٧ لا + ٢ = ٠ مساوات بنتی ہے

امثلہ نمبری ١٥ حل کی ہوئی

مثال ١ لا٢ + ٦ لا = ٢٧ قیمتیں لا کی دریافت کرو

طرفین مساوات پر نصف امثال کا مجذور زیادہ کرو یعنی (٦/٢)٢ یعنی ٣٢ یا ٩ تو یہہ حاصل ہوگا کہ

لا٢ + ٦ لا + ٩ = ٢٧ + ٩

= ٣٦

ہر طرف مساوات کا جذر لیا تو

لا + ٣ = ± ٦

∴ لا = ± ٦ - ٣

= + ٣ یا - ٩

مثال ٢ لا٢ - ٨ لا = ٩ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا٢ - ٨ لا + (٨/٢)٢ = ٩ + (٨/٢)٢

تو لا٢ - ٨ لا + ٤٢ = ٩ + ٤٢

لا٢ - ٨ لا + ١٦ = ٩ + ١٦

= ٢٥

∴ لا - ٤ = ± ٥

∴ لا = ± ٥ + ٤

= ٩ یا -١

مثال ٣ لا٢ - ٤ لا - ١٠ = ٣٥ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا٢ - ٤ لا = ٤٥

∴ لا٢ - ٤ لا + (٤/٢)٢ = ٤٥ + (٤/٢)٢

یا لا٢ − ٤ لا + ٢٢ = ٤٥ + ٢٢

لا٢ − ٤ لا + ٤ = ٤٥ + ٤

= ٤٩

∴ لا − ٢ = ±٧

∴ لا = ±٧ + ٢

∴ لا = ٩ یا −٥ کے

مثال ٤ لا٢ − ١٦ لا + ٦٣ = ۰ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا٢ − ١٦ لا = −٦٣

∴ لا٢ − ١٦ لا + ٦٤ = −٦٣ + ٦٤ = ١

∴ لا − ٨ = ±١

∴ لا = ±١ + ٨

= ٩ یا ٧

مثال ٥ لا٢ + ٨ لا + ٣١ = ۰ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا٢ + ٨ لا = −٣١

∴ لا٢ + ٨ لا + ١٦ = −٣١ + ١٦

= −١٥

∴ لا + ٤ = ±√−١٥

∴ لا = −٤ ± √−١٥ یا −٤ + √−١٥ ، −٤ − √−١٥

یہہ ناممکن اور تخیلی قیمتیں ہیں

مثال ٦ لا٢ − ٢ ح لا = آ٢ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا٢ − ٢ ح لا + (٢ح/٢)٢ = آ٢ + (٢ح/٢)٢

یعنی لا٢ − ٢ ح لا + ح٢ = آ٢ + ح٢

∴ لا − ح = ±√(آ٢ + ح٢)

∴ لا = ح ± √(آ٢ + ح٢) یا ح + √(آ٢ + ح٢) ، ح − √(آ٢ + ح٢)

مثال ٧ ٣ لا٢ + ٢ لا = ٥٦ قیمتیں لا کی دریافت کرو

مساوات کی ہر رقم کو ٣ پر تقسیم کر دیا کہ سر لا٢ کا ایک ہو جاے

لا٢ + ٢لا/٣ = ٥٦/٣

∴ لا٢ + ٢لا/٣ + ((٢/٣)/٢)٢ = ٥٦/٣ + ((٢/٣)/٢)٢

یعنے لا٢ + ٢لا/٣ + (١/٣)٢ = ٥٦/٣ + (١/٣)٢

$$= \frac{١}{٩} + \frac{٤٥٦}{٣}$$

$$= \frac{١٣٦٩}{٩}$$

$$\therefore لا + \frac{١}{٣} = \pm \frac{٣٧}{٣}$$

$$\therefore لا = \pm \frac{٣٧}{٣} - \frac{١}{٣}$$

$$= \frac{٣٦}{٣} \text{ یا } -\frac{٣٨}{٣}$$

$$= ١٢ \text{ یا } -\frac{٣٨}{٣}$$

مثال ۸ $٧لا^٢ - ٢٠ لا = ٣٢$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

ہر رقم کو ٧ پر تقسیم کرو تو

$$لا^٢ - \frac{٢٠}{٧}لا = \frac{٣٢}{٧} \quad \therefore لا^٢ - \frac{٢٠}{٧}لا + \left(\frac{٢٠}{٧} \div ٢\right)^٢ = \frac{٣٢}{٧} + \left(\frac{٢٠}{٧} \div ٢\right)^٢$$

$$\therefore لا^٢ - \frac{٢٠}{٧}لا + \left(\frac{١٠}{٧}\right)^٢ = \frac{٣٢}{٧} + \left(\frac{١٠}{٧}\right)^٢$$

$$= \frac{٢٢٤}{٤٩} + \frac{١٠٠}{٤٩}$$

$$= \frac{٣٢٤}{٤٩}$$

$$\therefore لا - \frac{١٠}{٧} = \pm \frac{١٨}{٧}$$

$$\therefore لا = \pm \frac{١٨}{٧} + \frac{١٠}{٧}$$

$$= ٤ \text{ یا } -\frac{٨}{٧}$$

مثال ۹ $٣لا^٢ + ٧لا = ٦$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

$$\therefore لا^٢ + \frac{٧}{٣}لا = \frac{٦}{٣}$$

$$\therefore لا^٢ + \frac{٧}{٣}لا + \left(\frac{\frac{٧}{٣}}{٢}\right)^٢ = \frac{٦}{٣} + \left(\frac{\frac{٧}{٣}}{٢}\right)^٢$$

$$لا^٢ + \frac{٧}{٣}لا + \left(\frac{٧}{٦}\right)^٢ = \frac{٦}{٣} + \left(\frac{٧}{٦}\right)^٢$$

$$= \frac{٦}{٣} + \frac{٤٩}{٣٦}$$

$$= \frac{٧٢}{٣٦} + \frac{٤٩}{٣٦} = \frac{١٢١}{٣٦}$$

$$\therefore لا + \frac{٧}{٦} = \pm \frac{١١}{٦}$$

$$\therefore لا = \pm \frac{١١}{٦} - \frac{٧}{٦}$$

$$= \frac{٢}{٣} \text{ یا } -٣$$

مثال ۱۰ $لا^٢ - لا = ٢١٠$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

لا² − لا + (۱/۲)² = ۲۱۰ + (۱/۲)²

= ۲۱۰ + ۱/۴

= ۸۴۱/۴

∴ لا − ۱/۲ = ± ۲۹/۲

∴ لا = ± ۲۹/۲ + ۱/۲

= ۱۵ یا − ۱۴

مثال ۱۱ ۴ ا لا² − ۳ ب لا = ح قیمتیں لا کی دریافت کرو

لا² − ۳ب لا/۴ا = ح/۴ا

لا² − ب/۲ا لا = ح/۴ا

∴ لا² − ب/۲ا لا + (ب/۴ا)² = ح/۴ا + ب²/۱۶ا² = ۴ اح/۱۶ا² + ب²/۱۶ا²

∴ لا − ب/۴ا = ± √(۴ اح + ب²)/۴ا

∴ لا = ± √(۱۶ اح + ب²)/۴ا + ب/۴ا

∴ قیمتیں لا کی (ب + √(۱۶ اح + ب²))/۴ا یا (ب − √(۱۶ اح + ب²))/۴ا

مثال ۱۲ (لا+۱)(۲ لا+۳) = ۴ لا² − ۲۲ قیمتیں لا کی دریافت کرو

یعنی ۲ لا² + ۵ لا + ۳ = ۴ لا² − ۲۲

− ۲ لا² + ۵ لا = − ۲۵

یعنی ۲ لا² − ۵ لا = ۲۵

ہر رقم کی علامت بدل دو

لا² − ۵/۲ لا = ۲۵/۲

∴ لا² − ۵/۲ لا + ۲۵/۱۶ = ۲۵/۲ + ۲۵/۱۶

= ۲۲۵/۱۶

∴ لا − ۵/۴ = ± ۱۵/۴

لا = ± ۱۵/۴ + ۵/۴

= ۵ یا − ۲ ۱/۲

امثلہ نمبری ۱۵ مشق کے واسطے

۱ حل کرو ان مساواتوں کو

(۱) لا^2 + ۶ لا = ۴۰
(۲) لا^2 + ۸ لا = ۶۵
(۳) لا^2 + ۴ لا = ۵
(۴) لا^2 + ۱۰ لا = ۵۶
(۵) لا^2 − ۸ لا = ۴۸
(۶) لا^2 + ۱۲ لا = ۱۰۸
(۷) لا^2 − ۶ لا = ۱۶
(۸) لا^2 − ۴ لا − ۳ = ۹
(۹) لا^2 + ۶ لا + ۸۰ = ۶۰۰
(۱۰) لا^2 + ۶ لا − ۱۳۵ = ۰
(۱۱) لا^2 − لا = ۲
(۱۲) لا^2 + لا = ۳۰۶
(۱۳) لا^2 − ۱۴ لا + ۱۵ = ۰
(۱۴) لا^2 + ۲ لا + ۵۰ = ۰
(۱۵) لا^2 − ۵ لا = ۲۴
(۱۶) لا^2 − ۱۱ لا = ۱۲
(۱۷) لا^2 + ۱۷ لا = ۸۴
(۱۸) لا^2 + ۲۱ لا = ۱۰۰
(۱۹) لا^2 − ۷ لا + ۱ = ۹
(۲۰) لا^2 + ۳ لا − ۲۸ = ۰
(۲۱) لا^2 − ۳ لا/۴ = ۸۵/۴
(۲۲) لا^2 + ۵ لا/۳ = ۱۴
(۲۳) ۲ لا^2 − ۲۴ = ۴۲ لا
(۲۴) ۳ لا^2 − ۳۲ = ۲۷ لا
(۲۵) لا^2 − ۲ لا + ۲ = ۰
(۲۶) لا^2 − ۸ ا لا = ۳ ب^2
(۲۷) ۳ لا^2 − ۵ لا = ۲۸
(۲۸) لا^2 − ۲۰ لا − ا^2 = ۰
(۲۹) ۲ لا^2 + ۵ لا − ۷ = ۰
(۳۰) ۴ لا^2 − ۲۰ لا + ۲۵ = ۰
(۳۱) ۲ لا^2 − ۵/۳ لا + ۱۴ ۳/۴ = ۱۶
(۳۲) ۲ لا^2 − ۲۸ = ۲۶ لا
(۳۳) ۵ لا^2 + ۴ لا = ۲۵
(۳۴) ۶ لا^2 − ۱۳ لا + ۶ = ۰
(۳۵) ۴ لا^2 − ۷ لا = ۴۹۲
(۳۶) لا^2 + ۵ ا لا − ج^2 = ۰
(۳۷) لا (۲ لا + ۱) − (لا + ۸) (لا + ۳) = ۰
(۳۸) (۲ لا − ۳)^2 = ۸ لا
(۳۹) (لا − ۱) (لا − ۲) = ۰
(۴۰) ۴ (لا^2 − ۱) = ۴ لا − ۱
(۴۱) ۱۱ لا^2 + ۱ = ۴ (۲ − لا)^2
(۴۲) (لا − ۱۲) (لا + ۲) = ۰
(۴۳) ا + ب لا + ج لا^2 = ۰
(۴۴) لا^2 − ۱۶ (لا − ۴) = ۱
(۴۵) لا (۳ − لا) − ۲ = ۰
(۴۶) ۷ (لا^2 + ۶ لا) = ۴۲ لا − (۳ لا + ۲)
(۴۷) ۱۰ لا^2 − ۹ ا لا + ۹ ا^2 = ۰
(۴۸) ا ج لا^2 − ب ج لا + ا د لا − ب د = ۰
(۴۹) (لا − ۳)^2 + ۴ لا = ۴۴
(۵۰) (لا + ۳ ا) (لا + ۴ ا) = ۷۲ ا^2
(۵۱) ب (ا − لا)^2 = ج لا^2
(۵۲) لا^3 + (۱۹ − لا)^3 = ۱۸۴۳
(۵۳) (ا − ب) لا = ا ب − لا^2
(۵۴) (لا + ا)^2 = ۵ ا لا − (لا − ا)^2

(۵۵) (ا + لا) (ا − لا) = ب² − ۳ لا

(۵۶) ۱۳ لا − ۲۹ − (لا + ۲) [(لا − ۱) − ۶ (لا − ۹)] = ۰

(۵۷) (لا − ۵)(لا − ۳) − (لا − ۵)(۲ لا − ۵) − (لا + ۷)(لا − ۲) =

(۵۸) ج لا + اج/(ا + ب) = (ا + ب) لا

(۵۹) ۴۸ لا (لا² + ۴ لا) + ۴۸ لا² (لا − ۳) = ۲۷ (لا² − ۳ لا)(۲ لا² + ۸ لا)

(۶۰) (لا − ۱/۲)(لا − ۱/۳) + (لا − ۱/۴)(لا − ۱/۵) = (لا − ۱/۶)(لا − ۱/۷)(لا − ۱/۸)

مثال ۱۳ ۱/۳ (لا² − ۳) = ۱/۱۸ (لا − ۳) قیمتیں لا کی دریافت کرو

یعنی ۶ (لا² − ۳) = لا − ۳

۶ لا² − ۱۸ = لا − ۳

∴ ۶ لا² − لا = ۱۸ − ۳ = ۱۵

یا لا² − لا/۶ = ۵/۲

∴ لا² − لا/۶ + (۱/۱۲)² = ۵/۲ + (۱/۱۲)²

= (۱ + ۳۶۰)/۱۴۴

= ۳۶۱/۱۴۴

∴ لا − ۱/۱۲ = ± ۱۹/۱۲

∴ لا = ± ۱۹/۱۲ + ۱/۱۲

= ۲۰/۱۲ یا − ۱۸/۱۲

= ۵/۳ یا − ۳/۲

مثال ۱۴ لا/(لا + ۱) + (لا + ۱)/لا = ۱۳/۶ قیمتیں لا کی دریافت کرو

یعنی ۶ لا² + ۶ (لا + ۱)² = ۱۳ لا (لا + ۱)

یا ۶ لا² + ۶ لا² + ۱۲ لا + ۶ = ۱۳ لا² + ۱۳ لا

یعنی ۱۲ لا² − ۱۳ لا² + ۱۲ لا − ۱۳ لا = − ۶

یعنی − لا² − لا = − ۶

یعنی لا² + لا = ۶

∴ لا² + لا + (۱/۲)² = ۶ + ۱/۴

= ۲۵/۴

∴ لا + ۱/۲ = ± ۵/۲

∴ لا = ± ۵/۲ − ۱/۲

= ۲ یا − ۳

مثال ۱۵ ۱/لا − (۱۲ − ۲ لا)/لا² = ۳۲/۹ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ ٩٠لا − ١٢٦ + ١٨لا = ٢٢لا٢

٢٢لا٢ − ٩٠لا − ١٨لا = −١٢٦

٢٢لا٢ − ١٠٨لا = −١٢٦

١١لا٢ − ٥٤لا = −٦٣

یعنی لا٢ − ٥٤/١١ لا = −٦٣/١١

∴ لا٢ − ٥٤/١١ لا + (٢٧/١١)٢ = −٦٣/١١ + (٢٧/١١)٢

= (٧٢٩ − ٦٩٣)/١٢١

= ٣٦/١٢١

∴ لا − ٢٧/١١ = ± ٦/١١

∴ لا = ± ٦/١١ + ٢٧/١١

= ٣ یا ٢١/١١

مثال ١٦ ٢لا/(لا − ٤) + (٢لا − ٥)/(لا − ٣) = ٨ ١/٣ قیمتیں لا کی دریافت کرو

یعنی ٦لا (لا − ٣) + ٣ (٢لا − ٥) (لا − ٤) = ٢٥ (لا − ٤) (لا − ٣)

اسسے ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ

١٣لا٢ − ١١٨لا = −٢٤٠

یعنے لا٢ − ١١٨/١٣ لا = −٢٤٠/١٣

یعنے لا٢ − ١١٨/١٣ لا + (٥٩/١٣)٢ = −٢٤٠/١٣ + (٥٩/١٣)٢

= ٣٦١/١٦٩

∴ لا − ٥٩/١٣ = ± ١٩/١٣

∴ لا = ± ١٩/١٣ + ٥٩/١٣

= ٦ یا ٣ ١/١٣

مثال ١٧ (لا٣ − ١٠لا٢ + ١)/(لا٢ − ٦لا + ٩) − (لا − ٣) = قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا٣ − ١٠لا٢ + ١ = (لا − ٣) (لا٢ − ٦لا + ٩)

= لا٣ − ٩لا٢ + ٢٧لا − ٢٧

∴ لا٢ + ٢٧لا = ٢٨

∴ لا٢ + ٢٧لا + (٢٧/٢)٢ = ٢٨ + (٢٧/٢)٢

= ٨٤١/٤

∴ لا + ٢٧/٢ = ± ٢٩/٢

∴ لا = ± ٢٩/٢ − ٢٧/٢

= ١ یا −٢٨

امثلہ نمبری ١٥ مشق کے واسطے

ب ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) $\frac{ل}{3}+\frac{3ل}{2}=21$ (۲) $ل+\frac{1}{16ل}=\frac{1}{2}$

(۳) $11ل^2+\frac{3ل}{2}=6$ (۴) $6ل+\frac{35-3ل}{ل}=44$

(۵) $ل=2+\frac{5}{2ل}$ (۶) $ل^2-3=\frac{ل-3}{6}$

(۷) $8ل+11+\frac{7}{ل}=\frac{65ل+21}{7}$ (۸) $\frac{ل}{5}+\frac{5}{ل}=5\frac{1}{5}$

(۹) $\frac{ل-8}{2}-\frac{11-2ل}{ل-3}=\frac{ل-2}{6}$ (۱۰) $\frac{ل+3}{2}+\frac{2ل-16}{2ل-5}=5\frac{1}{5}$

(۱۱) $\frac{ل^2-4}{7}+\frac{9ل+3}{16}=\frac{9ل-3}{21}+\frac{(ل-1)}{2}$ (۱۲) $\frac{ل+11}{ل}=7-\frac{4ل+9}{ل}$

(۱۳) $\frac{ل}{ل+40}=\frac{7}{3ل-5}$ (۱۴) $\frac{ل}{ل-4}-\frac{70}{4ل-5}=0$

(۱۵) $\frac{4ل}{ل+3}-\frac{ل-3}{2ل+5}=2$ (۱۶) $\frac{3ل+4}{5}-\frac{2ل-30}{ل-4}=\frac{7ل-14}{10}$

(۱۷) $\frac{3ل-5}{9ل}-\frac{6ل}{3ل-25}=\frac{1}{3}$ (۱۸) $\frac{ل-9}{ل-3}-3=\frac{3ل-4}{4}$

(۱۹) $\frac{2ل+1}{3}-\frac{2}{3ل-1}=4.9$ (۲۰) $\frac{3ل-8}{ل}-\frac{8ل-20}{2ل+10}=\frac{14}{4}$

(۲۱) $\frac{ل}{ج}+\frac{ج}{ل}=\frac{2}{ج}$ (۲۲) $\frac{(ل-ج)\,2ل}{2ل-3ج}=\frac{ج}{4}$

(۲۳) $\frac{1}{ل^2-3ل}+\frac{1}{ل^2+4ل}=\frac{9}{8ل}$ (۲۴) $\frac{2ل-3}{3ل-5}+\frac{3ل-5}{2ل-3}=\frac{5}{2}$

(۲۵) $\frac{ل}{ل-1}+\frac{ل+2}{ل+1}-\frac{8ل-13}{4(ل-2)}=0$ (۲۶) $\frac{1}{ل}+\frac{1}{ل(ل-1)}=\frac{1}{(ل-1)^2}$

(۲۷) $\frac{3}{2(ل^2-1)}-\frac{1}{4(ل+1)}=\frac{1}{8}$ (۲۸) $\frac{3ل}{ل+2}-\frac{ل-1}{6}=ل-9$

(۲۹) $\frac{ل}{7}+\frac{21}{ل+5}=4\frac{5}{7}$ (۳۰) $(ا+ب)ل^2+(ا-ب)ل=\frac{اب}{ا+ب}$

(۳۱) $\frac{ل+2}{ل-1}-\frac{ل-4}{2ل}=2\frac{1}{3}$ (۳۲) $\frac{ل+4}{ل-3}-\frac{ل-3}{ل+4}=7\frac{3}{8}$

(۳۳) $\frac{2ل}{15}+\frac{3ل+50}{3(ل-10)}=\frac{70-2ل}{190}$ (۳۴) $\frac{ل}{ل+2}-\frac{ل-9}{3ل-10}=\frac{9}{13}$

(۳۵) $\frac{ل+7}{ل+11}-\frac{ل+5}{ل+12}=\frac{47}{306}$ (۳۶) $13-\frac{2ل+3}{5ل}-\frac{ل-2}{ل+1}=11$

(۳۷) $\frac{(ل+7)(ل-4)}{(ل-7)(ل+4)}=\frac{40}{13}$ (۳۸) $\frac{ل(ل-1)}{(ل+2)(ل+1)}=\frac{(ل+4)(ل+3)}{(ل+6)(ل+5)}$

(۳۹) $\frac{ل}{ل+5}-\frac{11ل}{ل-11}+\frac{7}{4ل-6}=0$ (۴۰) $\frac{1}{ل+9}+\frac{1}{ل+12}+\frac{1}{ل+13}=\frac{3}{ل}$

مثال ۱۸ $2ل+\sqrt{4ل+8}=\frac{7}{2}$ قیمتیں ل کی دریافت کرو

$$\therefore \sqrt{4ل+8}=\frac{7}{2}-2ل$$

$$\left(\frac{7}{2}-2ل\right)^2=4ل+8$$

= ٤٩/لا² − ١٤ لا + ٤ لا²

یعنی ٤ لا² − ١٨ لا = − ٤٩/٤

جسکو حل کرنے سے لا = ٤ ۱/۲ یا ۱/۲ حاصل ہوتا ہے

مثال ١٩ — √((٤ + لا)(٥ − لا)) = ٢ لا − ١٠ قیمتیں لا کی دریافت کرو

(٤ + لا)(٥ − لا) = (٢ لا − ١٠)²

٢٠ + لا − لا² = ٤ لا² − ٤٠ لا + ١٠٠

٥ لا² − ٤١ لا = − ٨٠

جسے حل کرنے سے لا = ٥ یا ٣ ١/٥ کے

مثال ٢٠ — √(لا + ا) + √(لا + ب) = √(٢ لا)

مساوات کی دونو طرفوں کا مجذور کیا تو

لا + ا + ٢ √(لا² + ا لا + ب لا + ا ب) + لا + ب = ٢ لا

یعنی ٢ √(لا² + ا لا + ب لا + ا ب) = ا + ب

٤ (لا² + ا لا + ب لا + ا ب) = ا² + ٢ ا ب + ب²

یعنی لا² + (ا + ب) لا = (ا² − ٢ ا ب + ب²)/٤

∴ لا² + (ا + ب) لا + ((ا + ب)/٢)² = (ا² − ٢ ا ب + ب²)/٤ + (ا² + ٢ ا ب + ب²)/٤

= (ا² + ب²)/٢

∴ لا + (ا + ب)/٢ = √((ا² + ب²)/٢)

∴ لا = ± √((ا² + ب²)/٢) − (ا + ب)/٢

مثال ٢١ — ٢ √(لا − ا) + ٣ √(٢ لا) = (٧ ا + ٥ لا)/√(لا − ا) قیمتیں لا کی دریافت کرو

یعنی ٢ (لا − ا) + ٣ √(٢ لا (لا − ا)) = ٧ ا + ٥ لا

یعنی √(٢ لا (لا − ا)) = ٣ ا + لا

یعنی ٢ لا² − ٢ ا لا = ٩ ا² + ٦ ا لا + لا²

∴ لا² − ٨ ا لا = ٩ ا²

اسکے حل کرنے سے لا = ٩ ا یا − ا

مثال ٢٢ — (لا − √(لا + ١))/(لا + √(لا + ١)) = ٥/١١ قیمتیں لا کی دریافت کرو

٢ لا / (٢ √(لا + ١)) = ١٦/٦ بموجب تنبیہ صفحہ ١٧٠

لا / √(لا + ١) = ٨/٣

یعنی ۹ لا۲ = ۶۴ (لا + ۱)

∴ ۹ لا۲ − ۶۴ لا = ۶۴

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۸ یا − ۸/۹

امثلہ نمبری ۱۵ مشق کے واسطے

ح ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) لا + √(لا + ۲) = ۷/۲   (۲) √(۲ لا۲ − ۲) = ۳ لا − ۵

(۳) √(لا + ۲) = √(لا۲ + ۲ لا)   (۴) لا ± √(۱۶ لا + ۶) = ۹

(۵) √(لا + ۵) . √(لا + ۱۲) = ۱۲   (۶) لا + ۵ = √(لا + لا) + ۶

(۷) √(۲ لا + ۷) + √(۳ لا − ۸) = √(۵ لا + ۱)   (۸) √(لا + ۳) + √(لا + ۸) = ۵ √لا

(۹) √(لا + ا) . √(لا − ب) = ج   (۱۰) ۲ √(۲ ا۲ + ا لا + لا۲) = لا + ۳ ا

(۱۱) √(۲ لا + ۱) + ۲ √لا = ۲۱ / √(۲ لا + ۱)   (۱۲) √(ا + لا) + √(ا − لا) = ب / √(ا + لا)

(۱۳) (ا − √(۲ ا لا − لا۲)) / (ا + √(۲ ا لا − لا۲)) = لا / (ا − لا)   (۱۴) √(۵ ا + لا) + √(۵ ا − لا) = (ا + ۲) / √(۵ ا + لا)

(۱۵) لا / (√لا + √(ا − لا)) + لا / (√لا − √(ا − لا)) = ب / √لا   (۱۶) (لا + ا) / (√(لا + ا) + √ا) − (لا − ا) / (√(لا + ا) − √ا) = ۰

(۱۱۴) مساوات جسکی صورت لا۲ن ± ع لان = ق یعنی اوسمیں مقدار مجہول دو رقموں میں پائی جاوے اور اوسکا قوت نما درجہ اعلیٰ کا دو چند درجہ ادنیٰ سے ہو تو وہ مثل مساوات درجہ دوم کے حل ہو سکتی ہے۔ ان مثالوں کو دیکھو

مثال ۱ لا۴ − ۶ لا۲ = ۲۷ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا۴ − ۶ لا۲ + ۹ = ۲۷ + ۹

= ۳۶

یعنی لا۲ − ۳ = ± ۶

∴ لا۲ = ± ۶ + ۳ = ۹ یا − ۳ کے

∴ لا = ± ۳ یا ± √−۳

مثال ۲ لا۶ − ۲ لا۳ = ۴۸ قیمتیں لا کی دریافت کرو

لا۶ − ۲ لا۳ + ۱ = ۴۸ + ۱

= ۴۹

یعنی $\text{لا}^2 - 1 = \pm 7$

$\therefore \text{لا}^2 = \pm 7 + 1$

$= 8$ یا -6

$\therefore \text{لا} = 8^{\frac{1}{3}}$ یا $\sqrt[3]{-6} = 2$ یا $\sqrt[3]{-6}$

مثال ۳ $\text{لا}^3 - 6\,\text{لا}^{\frac{3}{2}} = 567$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

$\text{لا}^3 - 6\,\text{لا}^{\frac{3}{2}} + 9 = 567 + 9$

$= 576$

$\therefore \text{لا}^{\frac{3}{2}} - 3 = \pm 24$

$\therefore \text{لا}^{\frac{3}{2}} = \pm 24 + 3$

$= 27$ یا -21

$\text{لا} = (27)^{\frac{2}{3}}$ یا $(-21)^{\frac{2}{3}}$

$= 9$ یا $\sqrt[3]{[illegible]}$

مثال ۴ $\sqrt{\text{لا}+1} - 2\sqrt[4]{\text{لا}+1} = 4$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

$\sqrt{\text{لا}+1} - 2\sqrt[4]{\text{لا}+1} + 1 = 4 + 1$

$= 5$

$\therefore \sqrt[4]{\text{لا}+1} - 1 = \sqrt{5}$

$\therefore \sqrt[4]{\text{لا}+1} = 1 \pm \sqrt{5}$

$\therefore \text{لا} + 1 = (1 \pm \sqrt{5})^4$

$\therefore \text{لا} = (1 \pm \sqrt{5})^4 - 1$

انتباہ بعض اور مساواتیں بھی مخلوط مساوات درجہ دوم کی صورتمیں آسکتی ہیں مثالونمیں دیکھیو

مثال ۵ $\text{لا}^4 - 2\,\text{لا}^3 + \text{لا} = 132$ قیمتیں لا کی دریافت کرو

لا^2 کو جمع اور تفریق کرو

$\text{لا}^4 - 2\,\text{لا}^3 + \text{لا}^2 - \text{لا}^2 + \text{لا} = 132$

یعنی $(\text{لا}^2 - \text{لا})^2 - (\text{لا}^2 - \text{لا}) = 132$

$(\text{لا}^2 - \text{لا})^2 - (\text{لا}^2 - \text{لا}) + \frac{1}{4} = 132 + \frac{1}{4}$

$= \frac{529}{4}$

$(\text{لا}^2 - \text{لا}) - \frac{1}{2} = \pm \frac{23}{2}$

$\therefore \text{لا}^2 - \text{لا} = \pm \frac{23}{2} + \frac{1}{2}$

$= -11$ یا 12

اب ان مساواتون

لا۲ − لا = −۱۱ اور لا۲ − لا = ۱۲ کے حل کرنے سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

لا = (۱ ± √−۴۳)/۲ و لا = ۴ اور لا = −۳

مثال ۶ لا۲ − ۲لا + ۶ √(لا۲ − ۲لا + ۵) = ۱۱ قیمتیں لا کی دریافت کرو

∴ لا۲ − ۲لا + ۵ + ۶ √(لا۲ − ۲لا + ۵) = ۱۱ + ۵
= ۱۶

∴ لا۲ − ۲لا + ۵ + ۶ √(لا۲ − ۲لا + ۵) + ۹ = ۲۵

∴ √(لا۲ − ۲لا + ۵) + ۳ = ±۵

∴ √(لا۲ − ۲لا + ۵) = ±۵ − ۳
= ۲ یا −۸

اب ان مساواتوں کے

لا۲ − ۲لا + ۵ = ۴ اور لا۲ − ۲لا + ۵ = ۶۴ کے حل کرنے سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

لا = ۱ یا = ۱ ± ۲√۱۵

امثلہ نمبری ۵۲ مشق کے واسطے

ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) ۲لا۴ − ۷لا۲ = ۹۹ (۲) (لا۲ + ۵)۲ − ۴لا۲ = ۱۶۰

(۳) لا۴ − ۱۴لا۲ − ۳۲ = ۰ (۴) ۳لا۴ − ۷لا۲ = ۲۳۰۷۶

(۵) لا۲ + √(لا۲ + ۱۱) = ۳۱ (۶) ۳لا۶ + ۴۲لا۳ = ۳۳۲۱

(۷) لا۸ + ۴لا۴ = ۱۲ (۸) لا۲ن − م لان − ع = ۰

(۹) لا + ۶√لا = ۲۷ (۱۰) لا − ۱ = ۲ + √(۲/لا)

(۱۱) لان − ۲ا لان/۲ − ب = ۰ (۱۲) (۱ + لا)۲/۳ − ۵(۱ − لا۲)۱/۳ = −۴(۱ − لا)۲/۳

سوالات مساوات درجہ دوم

امثلہ نمبری ۵۳ سوالات حل کئے ہوئے

سوال ۱ ۵۶ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب ۶۴۰ ہو

فرض کرو کہ لا = ایک حصہ کے
تو ۵۶ − لا = دوسرے حصہ کے

بموجب شرائط سوال لا(۵۶ − لا) = ۶۴۰

لا۲ − ۵۶ لا = −۶۴۰

اسکے حل کرنے سے لا = ۴۰ یا ۱۶ اور ۱۶ − لا = ۱۶ یا ۴۰ کے حاصل ہوتا ہے

∴ ۴۰ اور ۱۶ حصص مطلوب ہیں

ہے

سوال ۲ دو اعداد ایسے ہین کہ اونکا تفاوت ۷ ہے اور اونکا نصف حاصل ضرب مع ۳۰ کے برابر ہوتا ہے چھوٹے عدد کے مجذور کے اون اعداد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = چھوٹے عدد کے
لا + ۷ = بڑے عدد کے

ازروی سوال $\frac{لا(لا+۷)}{۲} + ۳۰ = لا^۲$

اسکے حل کرنے سے لا = ۱۲ یا −۵ کے
لا + ۷ = ۱۹ یا +۲ کے
∴ اعداد ۱۲ اور ۱۹ یا −۵ اور ۲

سوال ۳ ۳۰ کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب آٹھہ گنا اونکے تفاوت سے ہو

فرض کرو کہ لا = چھوٹے حصہ کے
۳۰ − لا = بڑے حصہ کے
لا (۳۰ − لا) = ۸ (۳۰ − لا − لا)
یا $لا^۲$ − ۴۶ لا = −۲۴۰
اسکے حل کرنے سے لا = ۴۰ یا ۶ کے
∴ ۳۰ − لا = −۱۰ یا ۲۴

اب ظاہر ہے کہ ۴۰ کوئی حصہ ۳۰ کا نہین ہو سکتا اسواسطے ۶ اور ۲۴ حصص مطلوب ہین

سوال ۴ ایک مزدور دو گڑہے کہودتا ہے اونمین سے ایک گڑہا ۷ گز لنبا دوسرے گڑہے سے تہا اور مزدوری کے ۱۸ روپیہ ۱ پاتا ہے اور ہر گڑہے کی کہدائی کے واسطے وہ اوتنے آنے فی گز پاتا ہے جتنی کہ اوسکے طول مین گز ہین ہر گڑہے کا طول دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = چھوٹے گڑہے کے طول کے گزون کے
لا + ۷ = بڑے " "
تو لا × لا یعنی $لا^۲$ = آنون کے جو چھوٹے گڑہے کے کہودنے کے مزدوری ہے
(لا + ۷)(لا + ۷) یا $(لا + ۷)^۲$ = آنون کے جو بڑے " "

ازروی سوال $لا^۲ + (لا+۷)^۲ = ۲۸۹$
اسکے حل کرنے سے لا = ۸ یا −۱۵
∴ طول اونکے ۸ اور ۱۵ تہے

سوال ۵ ایک شخص نے ۱۲۰ روپیہ کی کچہہ بہیڑین خریدین اگر آٹھہ بہیڑین اور زیادہ آتین تو ۱ر کم فی بہیڑ کم دینے پڑتے بہیڑون کی تعداد دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = تعداد بہیڑون کی

تو $\frac{120}{\text{لا}}$ = قیمت فی بہیڑ کے روپیون کی

" " " $\frac{120}{\text{لا}+8}$ = اگر ۸ بہیڑین زیادہ آئین

اور بموجب شرائط سوال کے

قیمت ہر بہیڑ کی حالت اول مین = قیمت ہر بہیڑ کی دوسری حالت مین + ۸ر یا ½ روپیہ

یعنی $\frac{120}{\text{لا}} = \frac{120}{\text{لا}+8} + \frac{1}{2}$

اسسے معلوم ہوا کہ لا = ۴۰ یا − ۴۸ دوسری قیمت سوال مین موزون نہین ہوسکتی

لیکن اگر سوال کی شرائط ترمیم کیجائین تو قیمت ۴۸ کی البتہ سوال سے متعلق ہوسکتی ہین

مساوات مین لا کی جگہہ − لا رکہو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$\frac{120}{-\text{لا}} = \frac{120}{8-\text{لا}} + \frac{1}{2}$$

یعنی

$$\frac{120}{\text{لا}} = \frac{120}{\text{لا}-8} - \frac{1}{2}$$

اسسے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ یہہ شرط جو آٹہہ بہیڑون کی زیادہ آنیکی تہی وہ آٹہہ بہیڑون کے کم آنے سے بدلی جاے اور قیمت مین کمی ۸ر آنہ کی تہی وہ ۸ر کی زیادتی سے تبدیل ہو تو سوال جسسے − ۴۸ قیمت متعلق ہوسکتی ہے یہہ ہوگا کہ ایک شخص نے ۱۲۰ روپیہ کی کچہہ بہیڑین خریدین اگر آٹہہ بہیڑین کم آتین تو ۸ر زیادہ بہیڑ پیچہے دینے پڑتے بہیڑون کی تعداد دریافت کرو

سوال ۶ دو مقامون مین ۳۰۰ میل کا فاصلہ تہا موہن اور سوہن دونوا ایک مقام سے چلے اور موہن ایک میل فی گہنٹہ زیادہ سوہن سے چلتا ہے اور منزل مقصود پر ۱۰ گہنٹہ پیشتر پہونچتا ہے تو بتاؤ ہر شخص کس رفتار سے چلتا ہے

فرض کرو کہ لا = تعداد میلون کی جو فی گہنٹہ سوہن چلتا ہے

تو لا + ۱ = تعداد میلون کی جو فی گہنٹہ موہن چلتا ہے

اب $\frac{300}{\text{لا}}$ = تعداد گہنٹون کی جنمین سوہن نے سفر کیا

$\frac{300}{\text{لا}+1}$ = تعداد گہنٹون کی جنمین موہن سفر کیا

اور بموجب شرائط سوال کے $\frac{300}{\text{لا}+1} + 10 = \frac{300}{\text{لا}}$

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۵ یا − ۶ لیکن نفس سوال سے معلوم ہوتا ہے کہ − ۶ اوسسے کچہہ تعلق نہین رکہتا

اسواسطے سوہن نے جو رفتار فی گہنٹہ رکہی = ۵

موہن نے جو رفتار فی گہنٹہ رکہی = ۶

سوال ۷ دو مقاموں کے بیچ مین فاصلہ ۳۲۰ میل کا ہے اون مقاموں سے موہن اور سوہن بارادہ ملاقات ایک ہی وقت چلے موہن سے سوہن ہر روز ۸ میل کم چلتا ہے اور جتنے دنوں مین یہہ دونو آپس مین ملے اونکی تعداد برابر نصف اون میلوں کی تعداد کے تہی جو سوہن ہر روز طے کرتا تہا تو بتاؤ موہن سوہن ہر روز کتنے کتنے میل چلتے تہے اور ہر ایک نے کتنے کتنے میل مسافت طے کی

فرض کرو کہ لا = تعداد میلوں کے جو سوہن ہر روز طے کرتا تہا

تو لا + ۸ = " " موہن

تو لا/۲ = تعداد دنوں کی جنمین اونہوں نے سفر کیا

∴ لا/۲ . لا = تعداد میلوں کی جو سوہن نے طے کئے

لا/۲ (لا + ۸) = " موہن "

بموجب شرائط سوال کے

لا (لا + ۸)/۲ + لا²/۲ = ۳۲۰

اسکے حل کرنے سے لا = ۱۶ یا -۲۰ کے

اسواسطے رفتارین ۱۶ اور ۲۴ میل ہین اور موہن نے ۱۹۲ میل اور موہن نے ۱۲۸ میل مسافت طے کی

مثال ۸ ۱۰ کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب ۳۰ ہو

فرض کرو کہ لا = ایک حصہ کے

تو ۱۰ - لا = دوسرے حصہ

بموجب شرائط سوال کے لا (۱۰ - لا) = ۳۰

جسکے حل کرنے سے لا = ۵ ± √-۵

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ سوال ناممکن ہے ایسے کوئی اعداد نہین دریافت ہوسکتے

امثلہ نمبری ۳۵ سوالات مشق کے واسطے

(۱) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونکا تفاوت ۸ ہو اور حاصلضرب ۲۴۰

(۲) ۳۲ کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرو کہ اونکا حاصلضرب ۱۶۲ ہو

(۳) حاصلتفریق دو عددوں کا ۶ ہے اگر چھوٹے عدد کے مجذور پر ۴ زیادہ کرین تو حاصل برابر بڑے عدد کے مجذور کے ہوگا اون اعداد کو دریافت کرو

(۴) دو عددوں مین سے ایک عدد کا جذر سولہ گنا دوسرے عدد کا ہے اور اونکے مجذور

حاصل جمع ۲۲۵ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۵) دو اعداد کا حاصل تفریق ۲ ہے اور مجموعہ اونکے مجذوروں کا ۲۴۴ ہے اونکو دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ کا فرش ۴۰ گز مربع ہے اور اوسکا ارتفاع ۵ گز ہے اور طول ۳ گز زیادہ بہ نسبت عرض کے تو چار دیواری کے اندر جتنے مربع گز ہوں اونکو دریافت کرو

(۷) عدد ۴ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ کل عدد اور ایک حصہ کا حاصل ضرب = دوسرے حصہ کے مجذور

(۸) ایک عدد ایسا دریافت کرو کہ اگر اوسمیں سے ۴ کو کم کرکے باقی کو اوسی عدد میں ضرب دیں تو حاصلضرب ۴۵ ہو

(۹) ۲۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ بڑا عدد برابر چھوٹے عدد کے مجذور کے ہو

(۱۰) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اوسکا حاصلضرب = ۹۶ اور اونکا حاصلتفریق = ۸

(۱۱) ایک شخص نے گھوڑا خریدا اور ۲۴ روپیہ کو بیچ ڈالا اور اوس بیچنے میں اوسکو اتنے روپیوں کا فیصدی فایدہ ہوا جتنے کو اوسنے مول لیا تھا تو بتاؤ کہ کتنے کو گھوڑا مول لیا تھا

(۱۲) ایک آدمی نے اول مرتبہ میں اوتنے روپیہ جیتے جتنے کہ اوسکی جیب میں تھے اور دوسری دفعہ میں اوسنے ۵ روپیہ زیادہ اوس روپیہ کے جذر سے جو اوس پاس اوس وقت تھا جیتے اور تیسری مرتبہ میں جتنے روپیہ اوس پاس تھے اوسکے مجذور کے برابر روپیہ جیتے اور یہہ سب جیت جتنا کہ اوس پاس ۸۰۸۱ روپیہ تھے تو بتاؤ اوس پاس اول کتنے روپیہ تھے

(۱۳) ایک جماعت نے اول کھانا کھایا اور ۱۰ روپیہ ۱۵ آنہ کل کھانے پینے میں اٹھے اگر اوس جماعت میں دو آدمی اور زیادہ ہوتے تو ہر شخص کو کھانے پینے کے خرچ میں ۱۰ آنہ کم پہلے کی نسبت دینے پڑتے تو بتاؤ کتنے آدمی اوس جماعت میں تھے

(۱۴) دو شہروں میں فاصلہ ۲۴۴ میل تھا وہاں سے دو آدمی ہمسن اور سوہن ملنے کے ارادے سے چلے سوہن ۹ میل ہر روز چلا اور جتنے دنوں میں وہ آپس کے اندر ملے اون دنوں کی تعداد اون میلوں کی تعداد سے جو ہر روز سوہن طے کرتا تھا بقدر ۳ کی بڑھی تھی تو

بتاؤ ہر ایک نے کتنے میل مسافت طے کی

(۱۵) ایک عطار نے ۷ درجن بوتلین چٹنی کی اور ۱۲ درجن بوتلین آچار کی ۵۰ روپیہ کو بیچین اور اوسنے حساب کیا تو معلوم ہوا کہ اوسنے ۱ روپیہ مین جتنی چٹنی کی بوتلین اور ۴ روپیہ مین جتنی اچار کی بوتلین دین ہین اونکی تعداد مین ۳ درجن کا فرق ہے تو اب ہر ایک کی قیمت دریافت کرو

(۱۶) ایک قصائی نے ۲۴۰۰ روپیہ کے بیل خریدے ۳ اونمین سے کہوئے گئے باقی مین سے ہر ایک کو اوسی روپیہ فی بیل نفع لیکر بیچڈالا اور ۵۹۰ روپیہ اوسکو نفع ہوا تو بتاؤ کتنے کو بیل اوسنے خریدا تہا

(۱۷) ایک آدمی نے ۲۴ روپیہ سو کی بہیڑین خریدین اور تین تین روپیہ بیچڈالین اور اوسکو اتنے روپیہ کا فائدہ ہوا جتنے کو اوسنے ایک بہیڑ مول لی تہی تو بتاؤ کتنی بہیڑین آدمی نے مول لی تہین

(۱۸) ایک شخص نے ۶۰ روپیہ کی شراب مول لی اگر تین درجن اور زیادہ بوتلین اس قیمت مین ہاتھہ لگتین تو اوسکو ایک روپیہ فی درجن کم دینا پڑتا تو بتاؤ کتنی درجن اوسنے مول لین اور جو منفی جواب نکلے اوسکے معنی بیان کرو

(۱۹) ایک سپاہیون کا غول خالی مربع کی صورت مین کہڑا تہا تین صفین ہر طرف تہین اگر ۲۵ آدمی اور وہان ہوتے تو وہ بالکل بہری ہوئی مربع کی شکل مین کہڑی ہو جاتی مگر اس کے ہر ایک ضلع مین آدمی پہلے مربع کے ضلع کے آدمیون کی تعداد کے جذر سے بقدر ۲۲ کے زیادہ ہوتے تو خالی مربع کے آدمیون کی تعداد تبلاؤ کہ کیا ہے

(۲۰) موہن اور سوہن دونو ۱۵۰ میل کے فاصلہ پر چلے موہن بہ نسبت سوہن کے ۳ میل فی گہنٹہ زیادہ چلتا ہے اور منزل مقصود پر آٹھہ گہنٹہ ۲۰ منٹ پیشتر بہ نسبت سوہن کے پہونچتا ہے تو بتاؤ ہر ایک کی رفتار فی گہنٹہ کیا ہے

(۲۱) جدا جدا زید اور بکر نے ۱۲۰۰ روپیہ خاص آدمیون مین تقسیم کئے زید نے بہ نسبت بکر کے ۴۰ آدمیون کے زیادہ دستگیری کی مگر بکر نے ہر شخص کو ۵ روپیہ زیادہ اون روپیون سے دیئے کہ زید نے ہر شخص کو دیئے تہے تو زید اور بکر نے جتنے آدمیون کی دستگیری کی اونکی تعداد دریافت کرو

(۲۲) ۳۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ حاصل ضرب اونکا = ۱۰۵

ہمزاد مساواتین درجہ دوم کی دو مقادیر مجہول کی

(۱۱۵) اگرچہ اس قسم کی مساواتین طرح طرح کی حکمتوں اور ترکیبوں سے نکلتی ہین اور ان طالب علم کا عبور ہونا مشق اور تجربہ پر موقوف ہے مگر خاص حالتین ایسی ہین کہ اونہین انہین قواعد سے مثالین حل ہو جاتی ہین جو اوپر لکھی ہین

حالت اول جن مساواتوں سے مقادیر مجہول کی قیمتین دریافت کرنی ہون انمین ایک مساوات درجہ اول کی ہو اس صورت مین اس مساوات درجہ اول سے قیمت ایک مجہول کی دوسرے مجہول مین دریافت کرو اور اس قیمت کو مساوات دوم مین رکہو تو بہت سی صورتون مین مساوات درجہ دوم پیدا ہوگی جسکو موافق معمولی قواعد کے حل کر سکتے ہین

مثلاً فرض کرو کہ ا لا + ب ی = ح (۱)

اَ لا^2 + بَ لا ی + حَ ی^2 = د (۲)

مساواتین ہون جنمین لا اور ی کی قیمتین دریافت کرنی ہین

مساوات (۱) سے لا = (ح − ب ی) / ا

اس قیمت کو مساوات (۲) مین رکہو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

اَ ((ح − ب ی) / ا)^2 + بَ ی ((ح − ب ی) / ا) + حَ ی^2 = د

یعنی (اَ ح^2 − ۲ اَ ب ح ی + اَ ب^2 ی^2) / ا^2 + (بَ ح ی − ب بَ ی^2) / ا + حَ ی^2 = د

اسکا اختصار کرو تو یہہ حاصل ہوگا کہ

(اَ ب^2 − ا ب بَ + ا^2 حَ) ی^2 + (ا بَ ح − ۲ اَ ب ح) ی = ا^2 د − اَ ح^2

یہہ مساوات درجہ دوم کی ہے اوس سے قیمتین ی کی دریافت ہو سکتی ہین

امثلہ نمبری ۵۴ حل کی ہوئی

مثال ۱ لا + ۲ی = ۷ (۱)، لا^2 + ۳ لا ی − ی^2 = ۲۳ (۲)، لا اور ی کی قیمتین دریافت کرو

مساوات (۱) سے لا = ۷ − ۲ی ∴ لا^2 = ۴۹ − ۲۸ی + ۴ی^2

اس قیمت کو مساوات (۲) مین رکہنے سے

۴۹ − ۲۸ی + ۴ی^2 + ۳ی (۷ − ۲ی) − ی^2 = ۲۳

یعنی ۳ی^2 + ۷ی = ۲۶

اس مساوات کے حل کرنے سے ی = ۲ یا – ۴ ۱/۴ کے حاصل ہوتا ہے

∴ لا = ۷ – ۲ ی = ۳ یا ۱۵ ۱/۲

مثال ۳

۲ لا + ی = ۳۷ (۱)
۳ لا ی = ۲۱۰ (۲)
} قیمتین لا اور ی کی دریافت کرو

مساوات (۱) سے لا = (۳۷ – ی)/۲

∴ مساوات (۲) مین ان قیمتون کے رکھنے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

۳ . (۳۷ – ی)/۲ . ی = ۲۱۰

اسکو مفرد بنانے سے ی^۲ – ۳۷ ی = – ۱۴۰

اسے ی = ۳۰ یا ۷ حاصل ہوتا ہے

∴ لا = ۳ ۱/۲ یا ۱۰ اسکے

امثلہ نمبری ۴۵ مشق کے واسطے ان مساواتون کو حل کرو

(۱) (۱۰ لا + ی)/(لا ی) = ۳ ؛ ی – لا = ۲

(۲) ۲ لا – ۳ ی – ۱ = ۰ ؛ ۲ لا^۲ + لا ی – ۵ ی^۲ = ۲۰

(۳) لا + ی = ۵/۴ ؛ ۸ لا ی = ۳

(۴) ا لا + ب ی = ح ؛ ر لا ی = س

(۵) ۲ لا + ۳ ی = ۱۴ ؛ ۵ لا^۲ – ۷ ی^۲ = ۵۲

(۶) لا – ی = ۲ ؛ لا/ی – ی/لا = ۱ ۱/۱۵

(۷) ۲ لا + ۳ ی = ۵ ؛ ۵ لا^۲ – ۲ ی^۲ = ۳

(۸) لا/ی + ی/لا = ۸ ؛ لا + ی = ۵

(۹) لا + ی = ۴ ؛ ۱/لا + ۱/ی = ۱

(۱۰) ۳ لا + ۲ ی = ۲۳ ؛ ۵ لا^۲ – ۳ لا ی + ی^۲ = ۴۵

(۱۱) ۴ لا ی = ۹۶ – لا^۲ ی^۲ ؛ لا + ی = ۶

(۱۲) لا^۲/ی^۲ + ۴ لا/ی = ۸۵/۹ ؛ لا – ی = ۲

حالت دوم جب لا^۲ اور ی^۲ اور لا ی ہر مساوات کی ہر ایک رقم مین پائی جائین اس حالت مین مساواتین اس صورت کی ہونگین کہ

ا لا^۲ + ب لا ی + ح ی^۲ = د (۱)

اَ لا^۲ + بَ لا ی + حَ ی^۲ = دَ (۲)

فرض کرو کہ لا = ن ی تو لا^۲ = ن^۲ ی^۲

تو $ا ن^2 ی^2 + ب ن ی^2 + ج ی^2 = د$ یعنی $ی^2 = \frac{د}{ا ن^2 + ب ن + ج}$ (۳)

$اَ ن^2 ی^2 + بَ ن ی^2 + جَ ی^2 = دَ$ یعنی $ی^2 = \frac{دَ}{اَ ن^2 + بَ ن + جَ}$ (۴)

اس سے معلوم ہوا کہ $\frac{د}{ا ن^2 + ب ن + ج} = \frac{دَ}{اَ ن^2 + بَ ن + جَ}$

یعنی $(اَ د - ا دَ) ن^2 + (بَ د - ب دَ) ن = ج دَ - جَ د$

اس مساوات سے ن کی قیمتیں معلوم ہو سکتی ہیں جب یہہ قیمتیں معلوم ہو جائیں تو مساوات (۳) یا (۴) سے قیمتیں ی کی معلوم ہو جائینگی اور پھر لا کی قیمت مساوات لا = ن ی سے دریافت ہو جائیگی

مثال ۱

$۲ لا^2 + ۳ لا ی + ی^2 = ۲۰$ (۱)

$۵ لا^2 + ۴ ی^2 = ۴۱$ (۲)

قیمتیں لا اور ی کی دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = ن ی تو $۲ ن^2 ی^2 + ۳ ن ی^2 + ی^2 = ۲۰$ یعنی $ی^2 = \frac{۲۰}{۲ ن^2 + ۳ ن + ۱}$

اور $۵ ن^2 ی^2 + ۴ ی^2 = ۴۱$ یعنی $ی^2 = \frac{۴۱}{۵ ن^2 + ۴}$

$\therefore \frac{۲۰}{۲ ن^2 + ۳ ن + ۱} = \frac{۴۱}{۵ ن^2 + ۴}$

اسکا اختصار یہہ ہے کہ $۶ ن^2 - ۴۱ ن = -۱۳$

اس سے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ $ن = \frac{۱}{۳}$ یا $\frac{۱۳}{۲}$

فرض کرو کہ $ن = \frac{۱}{۳}$ تو $ی^2 = \frac{۴۱}{۵ ن^2 + ۴} = \frac{۴۱}{\frac{۵}{۹} + ۴}$

$= \frac{۳۶۹}{۴۱} = ۹$ یا $ی = \pm ۳$

$لا = ن ی = \frac{۱}{۳} \times \pm ۳ = \pm ۱$

اور علی ہذالقیاس $ی = \frac{۱۳}{۲}$ کے فرض کرنے سے لا اور ی کی اور قیمتیں معلوم ہونگیں

مثال ۲

$لا^2 + لا ی = ۷۷$ (۱)

$لا ی - ی^2 = ۱۲$ (۲)

قیمتیں لا اور ی کی دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = ن ی

تو (۱) سے $ن^2 ی^2 + ن ی^2 = ۷۷$ یعنی $ی^2 = \frac{۷۷}{ن^2 + ن}$

(۲) سے $ن ی^2 - ی^2 = ۱۲$ یعنی $ی^2 = \frac{۱۲}{ن - ۱}$

$\therefore \frac{۱۲}{ن - ۱} = \frac{۷۷}{ن^2 + ن}$

اس مساوات کے حل کرنے سے $ن = \frac{۱۱}{۳}$ یا $\frac{۷}{۴}$ کے ہے

ن = ۱/۲ کے فرض کرنے سے ی = ± ۴ اور لا = ± ۶ کے حاصل ہوتا ہے اور
ن = ۱/۲ کے لینے سے اور قیمتین لا اور ی کی دریافت ہوجاینگی

امثلہ نمبری ۵۴ مشق کے واسطے

ان مساواتونکو حل کرو

(۱) $\begin{cases} لا^۲ - لا ی = ۶ \\ لا^۲ + ی^۲ = ۶۱ \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} لا^۲ - لا ی = ۴۸ \\ لا ی - ی^۲ = ۱۲ \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} لا^۲ + لا ی = ا \\ ی^۲ + لا ی = ب \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} ۶ (لا^۲ + ی^۲) = ۱۳ لا ی \\ لا^۲ - ی^۲ = ۲۰ \end{cases}$

(۵) $\begin{cases} لا^۲ + ۴ لا ی + ۴ ی^۲ = ۲۵۶ \\ ۳ ی^۲ - لا^۲ = ۳۹ \end{cases}$ (۶) $\begin{cases} لا^۲ + ۲ لا ی + ۳ ی^۲ = ۱۷ \\ ۳ لا^۲ + ۲ لا ی + ۵ ی^۲ = ۲۸ \end{cases}$

حالت سوم جب مقادیر مجہول ہر مساوات مین متشابہ طور پر شامل ہون

مثلاً $\begin{cases} لا^۲ + ی^۲ = ا لا ی & (۱) \\ لا + ی = ب & (۲) \end{cases}$ مساواتین ہون

فرض کرو کہ لا = ن + ی اور ی = ن − ی

تو لا + ی = ن + ی + ن − ی = ۲ ن

اسیواسطے بموجب (۲) کے ۲ ن = ب یعنی ن = ب/۲

مساوات (۱) سے لا^۲ + ی^۲ = ا لا ی

یعنی (ن + ی)^۲ + (ن − ی)^۲ = ا (ن + ی) (ن − ی)

۲ ن^۲ + ۲ ی^۲ = ا (ن^۲ − ی^۲)

یعنی (۲ + ا) ی^۲ = ن^۲ (ا − ۲)

= ب^۲ (ا − ۲)/۴ ن کی قیمت ۱/۲ ب رکھنے سے

∴ ی^۲ = ب^۲ (ا − ۲)/۴ (ا + ۲)

∴ ی = ± ب/۲ $\sqrt{\frac{ا - ۲}{ا + ۲}}$

اسیواسطے لا = ن + ی اور ی = ن − ی کے معلوم ہوگئی

اوپر کی مساواتین اسطرح بھی حل ہوسکتی ہین کہ

$\begin{cases} لا^۲ + ی^۲ = ا لا ی & (۱) \\ لا + ی = ب & (۲) \end{cases}$

مساوات (٢) سے لا٢ + ٢ لا ی + ی٢ = ب

لا٢ + ی٢ = ا لا ی

∴ ٢ لا ی = ب − ا لا ی

∴ (ا + ٢) لا ی = ب

لا ی = ب / (ا + ٢)

∴ ی = ب / (ا + ٢) لا

اب اس قیمت کو مساوات (٢) میں رکھنے سے ایک مساوات حاصل ہوگی جس سے قیمت لا کی دریافت ہوگی اور پھر ی بھی معلوم ہوجائیگا

مثالیں حل کی ہوئی

لا٢ + ی٢ = ٢٠٢ (١)

لا + ی = ٢٠ (٢)

فرض کرو کہ لا = ن + ی اور ی = ن − ی

(٢) سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ ٢ ن = ٢٠ یعنی ن = ١٠ (٣)

مساوات (١) سے یہ حاصل ہوتا ہے کہ ٢ ن٢ + ٢ ی٢ = ٢٠٢

∴ ٢ ی٢ = ٢٠٢ − ٢ ن٢

= ٢٠٢ − ٢٠٠ = ٢

∴ ی = ± ١

∴ لا = ١٠ + ١ یا ١٠ − ١ = ١١ یا ٩

ی = ١٠ − ١ یا ١٠ + ١ = ٩ یا ١١

اور مساوات اوپر کی اس طرح بھی حل ہوتی ہیں کہ

مساوات (٢) کے مجذور کرنے سے لا٢ + ٢ لا ی + ی٢ = ٤٠٠

لا٢ + ی٢ = ٢٠٢

اسواسطے تفریق کرنے سے ٢ لا ی = ١٩٨

لا ی = ٩٩ ∴ ی = ٩٩ / لا

اسکو مساوات (٢) میں رکھنے سے لا + ٩٩ / لا = ٢٠ یعنی لا٢ − ٢٠ لا = −٩٩

یعنی لا٢ − ٢٠ لا + ١٠٠ = −٩٩ + ١٠٠ = ١

یعنی لا − ١٠ = ± ١

∴ لا = ١١ یا ٩

ی = ٩ یا ١١

مثال ٢

١/لا + ١/ی = ١ (١)

١/لا٢ + ١/ی٢ = ٥ (٢)

مساوات (١) سے حاصل ہوتا ہے لا + ی = لا ی (٣)

(٢) سے لا٢ + ی٢ = ٥ لا٢ ی٢ (٤)

لا کی جگہہ ن + ی اور ی کی جگہہ ن − ی رکھو تو (۳) سے $۲ن = ن^2 - ی^2$ (۵)

اور (۴) سے $(ن + ی)^2 + (ن - ی)^2 = ۵ (ن^2 - ی^2)^2$

یعنی $۲ن^2 + ۲ی^2 = ۵ \times (۲ن)^2$ (۵) سے

$= ۲۰ ن^2$

$\therefore ۲ی^2 = ۱۸ ن^2$ یعنی $ی^2 = ۹ن^2$ (۶)

اسیواسطے (۵) سے حاصل ہوتا ہے

$۲ن = ن^2 - ۹ن^2$ یا $-۸ن^2$

$\therefore ن = -\frac{۱}{۴}$

$ی^2 = \frac{۹}{۱۶}$ یا $ی = \pm \frac{۳}{۴}$

$\therefore لا = -\frac{۱}{۴} \pm \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۲}$ یا -۱

$ی = -\frac{۱}{۴} \mp \frac{۳}{۴} = -۱$ یا $\frac{۱}{۲}$

امثلہ نمبری ۵۴

ح ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) $لا^2 + ی^2 = ۳۴$، $لا - ی = ۲$

(۲) $لا^2 + ی^2 = ۳۴$، $لا ی = ۱۵$

(۳) $لا^2 + ی^2 = ا^2$، $لا + ی = ب$

(۴) $لا - ی = ۱$، $لا^3 - ی^3 = ۳۷$

(۵) $\frac{۴}{لا} + \frac{۴}{ی} = ۶$، $لا + ی = ۲۰$

(۶) $لا + ی = ۵$، $لا^3 + ی^3 = ۳۵$

(۷) $\frac{۴}{لا} + \frac{۴}{ی} = ۴$، $\frac{۴}{لا^2} + \frac{۴}{ی^2} = ۳۸$

(۸) $لا - ی = ۲$، $لا^4 + ی^4 = ۲۷۲$

امثلہ نمبری ۵۵ مشق کے واسطے

د ان مساواتونکو حل کرو

(۱) $لا^2 + ۳ لا ی - ی^2 = ۲۳$، $۳لا + ۲ی - ۱۳ = ۰$

(۲) $\frac{لا}{ی} + \frac{ی}{لا} = ۲\frac{۱}{۲}$، $لا + لا ی + ی = ۲۷$

(۳) $لا^2 + لا ی - ۴۰ = ۰$، $۳ لا ی - ۲ی^2 - ۲۷ = ۰$

(۴) $لا ی^2 + لا ی = ۲۴$، $لا ی^3 + لا = ۵۶$

(۵) $لا^2 + ۲ لا ی + ی^2 = ۱$، $لا^2 - ۲ لا ی + ی^2 = ۹$

(۶) $لا^2 + ی^2 - ۱۳ = ۰$، $۲ لا ی - لا - ی = ۷$

(۷) $لا^2 - ۹ی^2 = ۲۸$، $لا^2 - ی^2 = ۶۰$

(۸) $\frac{لا + ی}{لا - ی} - \frac{۷}{۳} = ۰$، $لا - ی^2 = ۱$

(۹) $لا^2 + ی^2 = ۲۵$، $لا ی = ۱۲$

(۱۰) $لا^2 - ۳ لا ی + ی^2 + ۱ = ۰$، $۳لا^2 - ۲ی^2 - ۱۰ = ۰$

(۱۱) $\text{لا}^2(\text{لا} - \text{ی}) = ۲۵$ ، $\text{لا}^2(۲\text{لا} + ۳\text{ی}) = ۵۵۰$

(۱۲) $\frac{\text{لا}+\text{ی}}{\text{ی}} - \frac{۲\text{لا}}{\text{لا}+\text{ی}} + \frac{\text{لا}^3 - \text{لا}^2\text{ی}}{\text{ی}^3 - \text{لا}^2\text{ی}} = \frac{۳}{۵}$ ، $\text{ی}^2 - \text{لا}^2 = ۵$

سوالات جنسے مساوات درجہ دوم دو مجہول کی پیدا ہوتی ہے

امثلہ نمبری ۵۵ حل کی ہوئی

سوال ۱ ایک عدد دو ہندسون کا ہے بائین طرف کا ہندسہ دائین طرف کے ہندسے سے تگنا ہے، اور اگر اوس عدد مین سے ۱۲ تفریق کرین تو حاصل تفریق بائین طرف کے ہندسے کے مجذور کے برابر ہوتا ہے، اوس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = بائین طرف کے ہندسے کے

ی = دائین طرف کے ہندسے کے

تو $۱۰\text{لا} + \text{ی}$ = عدد کے

اور بموجب شرائط سوال کے $\text{لا} = ۳\text{ی}$ (۱)

$۱۰\text{لا} + \text{ی} - ۱۲ = \text{لا}^2$ (۲)

ان مساواتون کے حل کرنے لا = ۹ اور ی = ۳

اور عدد $= ۱۰\text{لا} + \text{ی} = ۹۰ + ۳ = ۹۳$

سوال ۲ وہ کون سے دو عدد ہین جنکی حاصل تفریق کو بڑے عدد مین ضرب دین تو ۴۰ حاصل ہوا اور چھوٹے عدد مین ضرب دین تو ۱۵ حاصل ہون

فرض کرو کہ لا = بڑے عدد کے اور ی = چھوٹے عدد کے

بموجب شرائط سوال کے $(\text{لا} - \text{ی})\,\text{لا} = ۴۰$

$(\text{لا} - \text{ی})\,\text{ی} = ۱۵$

$\therefore$ $\text{لا}^2 - \text{لا}\text{ی} = ۴۰$

$\text{لا}\text{ی} - \text{ی}^2 = ۱۵$

انسے ی = ۳ اور لا = ۸ کے حاصل ہوتا ہے

سوال ۳ ۱۲۰ میل چلنے مین ایک سیج گاڑی کا آگے کا پہیہ ۶ گردشین بہ نسبت پچھلے پہیے کے زیادہ کرتا ہے لیکن اگر محیط ہر پہیہ کا ایک گز بڑا ہو جاے تو آگے کا پہیہ ۴ گردشین زیادہ بہ نسبت پچھلے پہیے کے کریگا محیط ہر پہیہ کا دریافت کرو

فرض کرو کہ لا = بڑے پہیہ کے محیط کے گزون کی تعداد کے

ی = چھوٹے پہیہ کے گزون کی تعداد کے

بموجب شرائط سوال $\frac{۱۲۰}{لا} = \frac{۱۲۰}{ی} - ۶$ (۱)

$\frac{۱۲۰}{لا+۱} = \frac{۱۲۰}{ی+۱} - ۴$ (۲)

ان مساواتون کے حل کرنے سے لا = ۵ گز اور ی = ۴ گز کے حاصل ہوتا ہے

امثلہ نمبری ۴۵ مشق کے واسطے

(۱) دو اعداد ایسے ہین اگر چھوٹے عدد کو بڑے عدد کے سہ چند سے تفریق کرین تو باقی ۳۵ رہتے ہین اور اگر بڑے عدد کے چوچند کو چھوٹے عدد جمع ایک پر تقسیم کرین تو خارج قسمت برابر چھوٹے عدد کے ہوتا ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲) ایک عدد دو ہندسون کا ہے اگر ۹ اوسپر زیادہ کیئے جائین تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہین اور اگر ۱۰ اوسے تفریق کرین تو باقی مجموعہ ہندسون کے مربعون کے ہوتی ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۳) حاصل ضرب دو عددون کا ۱۲۸ ہے اور اونکے مربعون کا حاصل تفریق ۱۹۲ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۴) ایک عدد دو ہندسون کا ہے عدد اون ہندسون کے مجموعہ کے سہ چند کے برابر ہے اگر اوسکو ۳ مین ضرب دین تو حاصل ضرب برابر اون ہندسون کے مربعات کے مجموعہ کے ہوتا ہے اوس عدد کو دریافت کرو

(۵) وہ کونسا عدد ہے جسکے ہندسون کا مجموعہ ۱۰ ہے اور اگر اونکے حاصل ضرب پر ۱۲ زیادہ کرین تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہین

(۶) دو عددون کا حاصل ضرب اونکے مجموعہ سے چھہ گنا ہے اور اونکی مربعون کا مجموعہ ۳۲۵ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۷) مجموعہ دو اعداد کا ۸ ہے اور اونکا حاصل تفریق ۵۶ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۸) دو اعداد ایسے ہین کہ بڑے عدد کا مجذور چھوٹے عدد کے دو چند مجذور سے بقدر ۱۱۰ کے کم ہے اور نصف حاصل ضرب اونکا مع مجذور چھوٹے عدد کے برابر ۴۸ کے ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۹) دو آدمی موہن اور سوہن دلی سے چلے اور ایک ہی سمت مین ایک ہی رفتار سے چلتے ہین موہن دو گھنٹہ پیشتر سوہن سے چلا اور سوہن ۲۴ میل چلکر موہن سے مل گیا اگر ہر ایک ½ میل بہ نسبت سابق کے زیادہ ہر ایک گھنٹہ مین چلتا تو سوہن بیالیس میل چلکر موہن سے ملتا تو بتاؤ ہر ایک کتنے میل چلتا ہے

(۱۰) ایک سوداگر نے ۲۰ بیل اور ۸۰ بھیڑین ۶۰۰ روپیہ کی بیچین اور ۹۰ روپیہ کو جتنے بیل اور ۴۵۰ روپیہ کو جتنی بھیڑین بیچین انکی تعداد مین ۴۲ بھیڑون کی زیادتی ہے ہر ایک کی قیمت دریافت کرو

نسبت

(۱۱۶) جب دو مقادیر ایک جنس کی ہون تو انمین جو ربط بلحاظ قدر کے ہو اوسکا نام نسبت ہے ہم کہا کرتے ہین کہ ان دو اعداد مین یہ نسبت ہے ان دو زمانون مین یہ نسبت ہے غرض جو مقادیر مناسب طور پر باہم مقابلہ ہو سکتی ہین انکی نسبت کو ہم بیان کیا کرتے ہین یہہ ظاہر ہے کہ جب تک مقادیر ایک جنس کی نہون انمین ربط نہین پیدا ہو سکتا ایک میل کا مقابلہ ایک دن سے اور ایک گز کا مقابلہ ایک گھنٹے سے نہین ہو سکتا لیکن ایک میل کا ایک گز سے اور ایک دن کا ایک گھنٹے سے یا ۲ میلون سے مقابلہ ہو سکتا ہے ایک دن کا ایک گھنٹے سے بلحاظ قدر کے مقابلہ ہو سکتا ہے اور ۵ دن کا مقابلہ ۲ دن سے ہو سکتا ہے غرض نسبت کے واسطے ضرور ہے کہ طول کا مقابلہ طول سے اور وقت کا وقت سے اور رقبہ کا رقبہ سے اور علی ہذالقیاس کیا جاے

دو مقادیر مین مقابلہ کرنیکے دو طریقے ہین اول یہہ دیکھین کہ ایک مقدار دوسری مقدار سے کسقدر زیادہ ہے اس طرح کا ربط جو مقادیر مین دیکھتے ہین اوسکو نسبت حسابیہ کہتے ہین دوسرا طریقہ یہہ ہے کہ ایک مقدار کو دیکھین کہ وہ کتنی دفعہ دوسری مقدار مین شامل ہے اس ربط کو نسبت هندسیہ کہتے ہین

لفظ نسبت سے معنی دوم مفہوم ہوتے ہین اور اسلیئے ہم اوسکا ذکر دفعات ذیل مین کرینگے مقادیر کے مقابلہ کرنے کے لیئے یہہ امر ضروری اور لابد ہے کہ ہم انکو ایک درجہ کا بنالین

مثلاً اگر ۵ روپیہ اور ۱۳ ار کا مقابلہ کرنا منظور ہو تو ہم پہلے ۵ روپیہ اور ۱۳ ار کو ایک درجہ کا بنالینگے مثلاً آنے تو دو مقادیر ۱۱۳ آنے اور ۸۰ آنے کا اب ہمکو مقابلہ کرنا پڑیگا اور اس بات پر خیال کرنا چاہئے کہ ان اکائی دونوں صورتوں مین ہے اول مین اکائی کا ۵ گنا اور دوسری صورت مین ۸۰ گنا لیا گیا ہے اسواسطے پہلی مقدار ۱۳ ار کی جو ربط دوسری مقدار ۸۰ سے رکھتی ہے وہی عدد مجرد ۱۳ ار ربط عدد ۸۰ سے رکھتا ہے اور اوسکی جانچ اس طرح خیال کرنے سے ہوسکتی ہے کہ ۱۳ ار کونسا حصہ یا کونسے حصے ۸۰ آنہ کے ہین اور وہ اوس کسر سے تعبیر ہوسکتا ہے جسسے وہ حصہ یا حصے مفہوم ہوں اور علی ہذالقیاس ۶ روپیہ یعنی ۹۶ آنہ کو ۱۹ آنہ سے جو نسبت ہے اوسکی جانچ اسطرح ہوسکتی ہے کہ ہم ۹۶ آنہ مین دیکھین کہ ۱۹ آنہ کے دفعہ شامل ہین اور وہ کس عدد سے یا کسر سے تعبیر ہوتی ہین جسکے یہہ معلوم ہو کہ ایک دوسری مین کتنی دفعہ شامل ہے

(۱۱۷) حد اسیواسطے ہم نسبت کی یہہ تعریف کیا کرتے ہین کہ ایک جنس کے دو مقدار و نمین جو بلحاظ قدر کے ربط ہوتا ہے اوسکا نام نسبت ہے اور اس ربط کو اسطرح مقابلہ کرنے سے دیکھتے ہین کہ ایک مقدار کونسا حصہ یا کونسے حصے یا کونسا اضعاف دوسری مقدار کا ہے

اگر ا اور ب دو مقادیر ہون تو ایک کی نسبت کو دوسری کے ساتھہ اسطرح لکھا کرتے ہین ا : ب اور نسبت کی قیمت کو اس کسر $\frac{ا}{ب}$ سے تعبیر کرتے ہین کیونکہ کسر $\frac{ا}{ب}$ سے یہہ تعبیر ہوتا ہے کہ ا کونسا اضعاف یا کونسا حصہ یا کونسے حصے ب کے ہین

جو کچھہ اوپر بیان ہوا اوس سے صاف ظاہر ہے کہ کسر $\frac{ا}{ب}$ مین ا اور ب کو اعداد مجرد خیال کرسکتے ہین اسواسطے کہ ایک عدد مجرد کا دوسرے عدد مجرد کے ساتھہ بلحاظ قدر کے مقابلہ ہوسکتا ہے

اگر ا = ب تو ا : ب کو نسبت مساوات کہتے ہین

اگر ا > ب تو ا : ب کو نسبت کبری غیر مساوی

اگر ا < ب تو ا : ب کو نسبت صغری غیر مساوی کہتے ہین

نسبت ا اور ب کی جو اسطرح ا : ب کی طرح لکھی جاتی ہے اوسمین اول مقدار ا کو مقدم اور دوم

مقدار ب کو تالی کہتے ہیں

مقابلہ نسبتوں کا

(۱۱۸) دو نسبتیں ا : ب اور ج : د کا مقابلہ ان کسور ا/ب اور ج/د کے مقابلہ کرنے سے ہوتا ہے اسواسطے کہ یہہ کسور اون نسبتوں کو تعبیر کرتے ہیں

مثلاً نسبت ۸ : ۵ کا مقابلہ نسبت ۹ : ۶ سے کسور ۸/۵ اور ۹/۶ کے باہم مقابلہ سے ہوتا ہے اور یہہ کسرین برابر ۴۸/۳۰ اور ۴۵/۳۰ کی ہیں اور ۴۸/۳۰ بڑا ۴۵/۳۰ سے ہے

تو نسبت ۸ : ۵ بڑی نسبت ۹ : ۶ سے ہوئی

(۱۱۹) دونو ارقام نسبت کبری پر ایک مقدار زیادہ کیجاے تو نسبت کبری گھٹ جاتی ہے اور ارقام نسبت صغری پر ایک مقدار زیادہ کیجاے تو وہ بڑہ جاتی ہے

فرض کرو کہ ا : ب ایک نسبت ہو

لا کو ہر رقم نسبت پر زیادہ کرو تو یہہ نسبت ہو جائیگی

ا + لا : ب + لا

ا : ب > یا < ا + لا : ب + لا

جیساکہ ا/ب > یا < (ا + لا)/(ب + لا) نے سے

جیساکہ ا (ب + لا)/ب (ب + لا) > ہے یا < ب (ا + لا)/ب (ب + لا)

جیساکہ ا (ب + لا) > ہے یا < ب (ا + لا)

جیساکہ اب + الا > ہے یا < ب ا + ب لا

جیساکہ الا > ہے یا < ب لا

جیساکہ ا > ہے یا < ب

یعنی اگر ا > ب تو ا : ب > ا + لا : ب + لا

لیکن اگر ا < ب تو ا : ب < ا + لا : ب + لا

اسسے دعوی ہمارا ثابت ہے

(۱۲۰) اگر نسبت کبری کی ہر ایک رقم میں سے ایک مقدار کو کم کریں تو وہ بڑہ جاتی ہے اور اگر نسبت صغری کی ہر ایک رقم میں سے ایک مقدار کو کم کریں وہ گھٹ جاتی ہے

فرض کرو کہ ا : ب ایک نسبت ہو
لا کو ہر رقم نسبت مین سے تفریق کرو تو یہہ نسبت پیدا ہوگی

ا : ب ‏$\frac{ا - لا}{ب - لا}$‏ سے ہی یا د ا - لا : ب - لا

جیسا کہ ‏$\frac{ا}{ب}$‏ سے ہی یا د ‏$\frac{ا - لا}{ب - لا}$‏

جیسا کہ ‏$\frac{ا (ب - لا)}{ب (ب - لا)}$‏ سے ہی یا د ‏$\frac{ب (ا - لا)}{ب (ب - لا)}$‏

جیسا کہ ا ب - ا لا سے ہی یا د ا ب - ب لا

جیسا کہ ا ب - ا لا + ا لا + ا ب لا سے ہی یا د ا ب - ب لا + ا لا + ب لا

جیسا کہ ب لا سے ہی یا د ا لا

جیسا کہ ب سے ہی یا د ا

اسلئے دعویٰ ثابت ہے

تنبیہ دفعہ ۸۲ سے یہہ بات ظاہر ہے کہ اگر نسبت کی دونو رقمین ایک ہی مقدار مین ضرب دیجائین یا ایک ہی مقدار پر تقسیم کیجائین تو نسبت مین فرق نہین ہوتا

تالیف نسب

(۱۲۱) اگر نسبتون کی سب مقدارون کو آپسمین ضرب دیکر نیا مقدم بنائین اور سب تالیونکو ضرب دیکر نئی تالی بنائین تو جو نسبت اس جدید مقدم اور تالی سے پیدا ہوگی اوسکو نسبت مؤلفہ اون نسبتونکی کہتے ہین

مثلاً اگر نسبت ا : ب اور ج : د کی تالیف کیجای تو ا ج : ب د نسبت مؤلفہ پیدا ہوگی

اگر نسبتین ایک ہی ہون جیسی کہ ا : ب اور ا : ب تو ‏$ا^۲ : ب^۲$‏ نسبت مؤلفہ ہوگی اسکا نام نسبت مثناة بالتکریر ا : ب بھی ہے

علی ہذا القیاس ‏$ا^۳ : ب^۳$‏ کو نسبت مثلثہ کہتے ہین

‏$ا^{\frac{۱}{۲}} : ب^{\frac{۱}{۲}}$‏ کو نسبت بالتنصیف ا : ب کی

‏$ا^{\frac{۱}{۳}} : ب^{\frac{۱}{۳}}$‏ کو نسبت بالتثلیث ا : ب کی

(۱۲۲) اگر کسی نسبت کی تالیف کسی نسبت مساوی سے کیجای تو وہ نسبت بدلنے کی نہین اور اگر نسبت کبریٰ کے ساتھہ تالیف کیجای تو قیمت اوس نسبت کی بڑہ جایگی اور اگر

نسبت صغری کے ساتھہ تالیف ہو تو قیمت اوسکی گھٹ جائیگی

فرضکرو کہ ا : ب نسبت ہو

اور وہ نسبت ح : د کے ساتھہ تالیف ہو تو نسبت اح : ب د پیدا ہوگی

ا : ب کے سے = یا < اح : ب د

جیساکہ ا/ب کے سے = یا < اح/ب د

جیساکہ ا ب د/ب کے سے = یا < اح ب د/ب د

جیساکہ ا د کے سے = یا < ا ح

جیساکہ د کے سے = یا < ح

اسسے دعوی ثابت ہے

نسبت تقریبی

(۲۳۳) فرضکرو کہ ا + لا : ا ایک نسبت ہو جسمین بمقابلہ لا کے ا بڑا ہو

تو (ا + لا)^{۲} : ا^{۲} = ا^{۲} + ۲ ا لا + لا^{۲} : ا^{۲}

= (ا^{۲} + ۲ ا لا + لا^{۲})/ا : ا^{۲}/ا

= ا + ۲ لا + لا^{۲}/ا : ا

اب لا^{۲}/ا ایک حد ہے جسکا شمار کنندہ بمقابلہ نسب نما کے بہت چھوٹا ہی اور اسواسطے اوسکی قیمت بمقابلہ ا کے یا ۲ لا کے بہت چھوٹی ہے اسواسطے ہم اوسکو خارج کرسکتی اور اس خارج کرنے سے بسبب اوسکی قلت مقدار کے نسبت ا + ۲ لا + لا^{۲}/ا : ا مین ہی کچھہ فرق نہین پڑیگا

∴ (ا + لا)^{۲} : ا^{۲} = ا + ۲ لا : ا تقریباً

اور علی ہذا القیاس (ا + لا)^{۳} : ا^{۳} = ا + ۳ لا : ا ″

(ا + لا)$^{۱/۲}$: ا$^{۱/۲}$ = ا + ۱/۲ لا : ا ″

(ا + لا)$^{۱/۳}$: ا$^{۱/۳}$ = ا + ۱/۳ لا : ا ″

مثال اگر ا = ۵۰۰ اور لا = ۱

(۵۰۱)^{۲} : (۵۰۰)^{۲} = ۵۰۰ + ۲ × ۱ : ۵۰۰ تقریباً

= ۵۰۲ : ۵۰۰ تقریباً

$(۵۰۱)^{۳} : (۵۰۰)^{۳}$ = ۵۰۳ : ۵۰۰ تقریباً

$(۵۰۱)^{\frac{۱}{۲}} : (۵۰۰)^{\frac{۱}{۲}}$ = ۵۰۰ + ۱/۲ × ۱ : ۵۰۰ تقریباً

= ۱۰۰۱ : ۱۰۰۰ تقریباً

$(۵۰۱)^{\frac{۱}{۳}} : (۵۰۰)^{\frac{۱}{۳}}$ = ۵۰۰ + ۱/۳ : ۵۰۰ تقریباً

= ۱۵۰۱ : ۱۵۰۰ تقریباً

امثلہ نمبری ۵۶ حل کی ہوئی

مثال ۱ نسبت ۱۶ : ۱۵ اور ۱۷ : ۱۴ مین کون سی نسبت بڑی ہے

ان نسبتون کی قیمتون کو تعبیر کرنے والی کسرین ۱۶/۱۵ و ۱۷/۱۴ ہین

ان کسرون کے مقابلہ کرنے سے یہہ کسرین جنکی نسب نما متحد ہین اونکی برابر حاصل ہوتی ہین

۲۲۴/۲۱۰ اور ۲۵۵/۲۱۰

اور چونکہ ۲۵۵ بڑی ہے ۲۲۴ سے

اسسے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ نسبت ۱۷ : ۱۴ کی بڑی نسبت ۱۶ : ۱۵ سے ہے

مثال ۲ نسبت ۱+۳ : ۱/۲+۱+۴ اور ۱+۴ : ۱/۲+۱+۵ مین سے کونسی نسبت بڑی ہے

۱+۳ : ۱/۲+۱+۴ ہے یا > ۱+۴ : ۱/۲+۱+۵

جیساکہ (۱+۳)/(۱/۲+۱+۴) ہے یا > (۱+۴)/(۱/۲+۱+۵)

جیساکہ (۱+۳)/(۱+۸) ہے یا > (۱+۴)/(۱+۱۰)

جیساکہ ۲+۱۲۱+۳۰ ہے یا > ۲+۱۲۱+۳۲

جیساکہ ۳۰ ہے یا > ۳۲ سے

لیکن ۳۰ > ۳۲

∴ ۱+۳ : ۱/۲+۱+۴ > ہی ۱+۴ : ۱/۲+۱+۵ صلی

مثال ۳ نسبت ۱۵ : ۱۳ و ۶ : ۷ و ۹ : ۴ کو تالیف کرو اور جو نسبت مؤلفہ حاصل ہو

اوسکو بغایت مختصر کرو ان نسبتون کی قیمتین ان کسور ۱۵/۱۳ و ۶/۷ و ۹/۴ سے

تعبیر ہوتی ہین اور حاصل ضرب ان کا بغایت مختصر = ۱۳۵/۵۴ ہے

∴ نسبت مطلوب ۱۳۵ : ۵۶ ہے

مثال ۴ نسبت بالتضعیف لا^{2} : ی^{2} کی اور نسبت مثناۃ^{3} لا^{3} : ی^{3} کی آپسمین تالیف کرو

نسبت بالتضعیف لا^{2} : ی^{2} کی لا : ی ہی

نسبت مثناۃ^{3} لا^{3} : ی^{3} کی لا : ی ہی

اسواسطے نسبت مؤلفہ لا^{2} : ی^{2} ہی

مثال ۵ $\sqrt[3]{1520}$: $\sqrt[3]{1518}$ کی تقریباً قیمت نکالو

(۱۵۲۰)$^{\frac{1}{3}}$: (۱۵۱۸)$^{\frac{1}{3}}$ = ۱۵۱۸ + $\frac{1}{3}$ × ۲ : ۱۵۱۸ تقریباً

= ۱۵۱۹ : ۱۵۱۸ تقریباً

امثلہ نمبری ۵۶ مشق کے واسطے

(۱) بتاؤ اول ان نسبتوں ۷ : ۹ اور ۱۰ : ۱۳ مین سے کون سی بڑی ہی (۲) ۱۸ : ۱۳ اور ۱۶۲ : ۱۱۷ مین کون سی بڑی ہے (۳) ا + ۲ب : ا + ب یا ا + ۳ب : ا + ۲ب مین سے کون سی نسبت بڑی ہے

(۲) نسبت ۹ : ۱۶ کی ہر رقم مین سے ۳ کم کرین تو بتاؤ نسبت بڑھ جاوےگی یا گھٹ جاوےگی اور اگر اوسکی ہر رقم کو ۲ مین ضرب دو تو نسبت پر اوسکی کیا تاثیر ہوگی

(۳) ثابت کرو کہ نسبت ا^{2} - لا^{2} : ا^{2} + لا^{2} کی نسبت ا - لا : ا + لا سے بڑی ہے بشرطیکہ لا = ا کے نہو

(۴) اگر نسبت ا : ا - ۲ب کی ہر رقم پر د زیادہ کرین تو بتاؤ کیا اثر نسبت پر ہوگا

(۵) نسبت مؤلفہ ۱۴ : ۱۰ و ۶ : ۷ و ۵ : ۴ کی اور نسبت مؤلفہ ا^{2} - لا^{2} : ا^{2} اور ا + لا : ح^{2} اور ح : ا - لا کی اور ۱۶ : ۵ اور نسبت مثلثہ ۵ : ۴ اور نسبت مثناۃ بالتضعیف ۹ : ۴ کی نسبت مؤلفہ بتاؤ

(۶) (الف) اگر نسب لا + ی : ا اور لا - ی : ب اور ب : $\frac{\text{لا}^{2} - \text{ی}^{2}}{\text{ا}}$ کی تالیف کیجائین تو نسبت مؤلفہ جو پیدا ہوگی اوسکو نسبت مساوی ثابت کرو

(ب) اگر نسبتین ۳ا + ۲ : ۶ا + ۱ اور ۲ا + ۳ اور ا + ۳ کی تالیف کیجائین تو نسبت مؤلفہ جو پیدا ہوگی وہ نسبت کبری غیر مساوی ہوگی یا نسبت صغری غیر مساوی

(۷) تقریبی قیمتین (۱) نسبت $(۲۸)^{۲} : (۲۷)^{۲}$ (۲) $(۱۰۰۲)^{۲} : (۱۰۰۰)^{۲}$ کی دریافت کرو

(۸) دو ظرف ا اور ب ہین ہر ایک مین شراب اور پانی ملا ہوا ہے شراب اور پانی کی نسبت ظرف ا مین ۳ : ۲ کی ہے اور ظرف ب مین نسبت ۷ : ۳ کی ہے تو بتاؤ ہر ایک ظرف مین سے کتنی کتنی مقدار این مرکب شراب اور آب کی لین کہ ایک تیسرا مرکب ایسا بنجای کہ اوسمین ۵ گیلن پانی اور ۱۱ گیلن شراب ہو

تناسب

(۱۲۴) حد جب دو نسبتون مین ربط مساوات ہو تو اوسکا نام تناسب ہے مثلاً اگر نسبت ا : ب اور ح : د برابر ہون تو اوسکے یہہ معنی ہونگے کہ ا جو ربط بلحاظ قدر کے ب سے رکہتا ہے وہی ربط ح بلحاظ قدر کے د سے رکہتا ہے اس نسبتو نکی مساوات کا نام تناسب ہے اور ہم اوسکو بیان اسطرح کیا کرتے ہین کہ ا کو ب سے وہ نسبت ہی جو ح کو نسبت ہے د سے اور اوسکو لکہا اسطرح کرتے ہین کہ ا : ب : : ح : د اور بعض اوقات اسطرح کہ ا : ب = ح : د اور چارون مقادیر ا و ب و ح و د کو متناسب کہتے ہین ارقام ا اور د کو اطراف اور ارقام ب اور ح کو ارقام اوساط کہتے ہین

(۱۲۵) اگر ا : ب : : ح : د تو ا د = ب ح

چونکہ ا : ب : : ح : د

$$\therefore \frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$$

$$\therefore \frac{ا}{ب} \times ب د = \frac{ح}{د} \times ب د$$

یعنی ا د = ب ح

یعنی حاصلضرب اطراف = حاصلضرب اوساط کے

تنبیہ اگر طالب علم کو اس بات کا یاد رکہنا مشکل معلوم ہو کہ ہر رقم کو ب د مین ضرب دیے تو وہ اس بات کو خیال مین رکہنے سے اوسکو آسانی سے یاد رکہہ سکتا ہی کہ $\frac{ا}{ب}$ پر وہ اسطرح سے عمل کرے کہ اوسکو $\frac{ا}{ب}$ کا ا د بنانا ہے اسلئے چاہئے کہ وہ نسب نما مین سے ب کو دور کرے

اور یہہ بات اوسکو اسطرح حاصل ہو سکتی ہے کہ شمار کنندہ کو ب مین ضرب دے اور وہ شمار کنندہ مین د پیدا کرنی چاہتا ہی اسلیئے اوسکو چاہیئے کہ شمار کنندہ کو د مین ضرب دے اور علی ہذا القیاس اگر اس ترکیب کو طالب علم ذہن مین رکھے تو تناسب کی سب مثالون مین وہ بکار آمد ہی اوسکو صرف یہہ بات سوچنی چاہیئے کہ کسور معلوم پر کیا عمل کرنا چاہیے کہ کسور مطلوب حاصل ہون

(۱۲۶) اگر $\text{اد} = \text{ب ج}$ تو $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ج} : \text{د}$

ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{\text{اد}}{۱} = \frac{\text{ب ج}}{۱}$ اور مطلوب یہہ ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ یعنی ہم یہہ چاہتے ہین کہ شمار کنندہ سے د کو علیحدہ کرین اور نسب نما مین ب پیدا کرین اسواسطے ب د پر تقسیم کرنا چاہیئے

$$\frac{\text{اد}}{\text{ب د}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{ب د}}$$

یعنی $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$

یعنی $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ج} : \text{د}$

(۱۲۷) اگر $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ج} : \text{د}$ تو $\text{ب} : \text{ا} :: \text{د} : \text{ج}$

ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ اور ہمکو مطلوب $\frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \frac{\text{د}}{\text{ج}}$ ہے اب چونکہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$

$$\therefore \frac{۱}{\frac{\text{ا}}{\text{ب}}} = \frac{۱}{\frac{\text{ج}}{\text{د}}}$$

یعنی $\frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \frac{\text{د}}{\text{ج}}$

یعنی $\text{ب} : \text{ا} :: \text{د} : \text{ج}$

(۱۲۸) اگر $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ج} : \text{د}$ تو $\text{ا} : \text{ج} :: \text{ب} : \text{د}$

ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ اور مطلوب ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ج}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$ یعنی ہم ب کو نسب نما $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ سے دور کرین اور اوسکی جگہہ ج پیدا کرین اسواسطے $\frac{\text{ب}}{\text{ج}}$ مین ضرب دین

تو $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}} \times \frac{\text{ب}}{\text{ج}}$

یعنی $\frac{\text{ا}}{\text{ج}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

یعنی $\text{ا} : \text{ج} :: \text{ب} : \text{د}$

(۱۲۹) اگر $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ج} : \text{د}$ تو $\text{ا} + \text{ب} : \text{ب} :: \text{ج} + \text{د} : \text{د}$

ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ اور مطلوب ہے $\frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} + \text{د}}{\text{د}}$ یعنی ا پر ب اول کسر کے شمار کنندہ پر زیادہ کرین اور یہہ $\frac{\text{ب}}{\text{ب}}$ یعنی ا کے زیادہ کرنے سے اوس کسر پر ہو سکتا ہے

$$\therefore \frac{\text{ا}}{\text{ب}} + ۱ = \frac{\text{ج}}{\text{د}} + ۱$$

یعنی $\frac{\text{ا} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} + \text{د}}{\text{د}}$

یعنی $\text{ا} + \text{ب} : \text{ب} :: \text{ج} + \text{د} : \text{د}$

(۱۳۰) اگر $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ج} : \text{د}$ تو $\text{ا} - \text{ب} : \text{ب} :: \text{ج} - \text{د} : \text{د}$

اب ہمکو معلوم ہے کہ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{د}}$ اور مطلوب $\frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} - \text{د}}{\text{د}}$ یعنی ب کو اول کسر کے شمار کنندہ مین سے تفریق کرنا ہے اور یہہ $\frac{\text{ب}}{\text{ب}}$ یعنی ا کے تفریق کرنے سے حاصل ہو سکتا ہے

$$\therefore \frac{\text{ا}}{\text{ب}} - ۱ = \frac{\text{ج}}{\text{د}} - ۱$$

یعنی $\frac{\text{ا} - \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج} - \text{د}}{\text{د}}$

یعنی ا - ب : ب :: ج - د : د

(۱۳۱) اگر ا : ب :: ج : د تو ا + ب : ا - ب :: ج + د : ج - د

اگر $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ تو بموجب دفعہ ۱۲۹ کے $\frac{ا + ب}{ب} = \frac{ج + د}{د}$

اور بموجب دفعہ ۱۳۰ کے $\frac{ا - ب}{ب} = \frac{ج - د}{د}$

$\therefore \frac{ا + ب}{ب} \times \frac{ب}{ا - ب} = \frac{ج + د}{د} \times \frac{د}{ج - د}$

یعنی $\frac{ا + ب}{ا - ب} = \frac{ج + د}{ج - د}$

یعنی ا + ب : ا - ب :: ج + د : ج - د

(۱۳۲) اگر ا : ب :: ج : د اور ج : د :: ر : س تو ا : ب :: ر : س

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ اور $\frac{ج}{د} = \frac{ر}{س}$

$\therefore \frac{ا}{ب} = \frac{ر}{س}$

یعنی ا : ب :: ر : س

(۱۳۳) اگر ا : ب :: ج : د اور ب : ر :: د : س تو ا : ر :: ج : س

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ اور $\frac{ب}{ر} = \frac{د}{س}$

$\therefore \frac{ا}{ب} \times \frac{ب}{ر} = \frac{ج}{د} \times \frac{د}{س}$

یعنی $\frac{ا}{ر} = \frac{ج}{س}$

یعنی ا : ر :: ج : س

(۱۳۴) اگر ا و ب و ج و د متواتر متناسب ہوں یعنی ا : ب :: ب : ج :: ج : د تو

ا : د :: ا^3 : ب^3

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د}$

اور $\frac{ا}{د} = \frac{ا}{ب} \times \frac{ب}{ج} \times \frac{ج}{د}$

$= \frac{ا}{ب} \times \frac{ا}{ب} \times \frac{ا}{ب}$

$= \frac{ا^3}{ب^3}$

$\therefore$ ا : د :: ا^3 : ب^3

(۱۳۵) اگر ا : ب :: ج : د اور ر : س :: گ : ھ تو ار : ب س :: ج گ : د ھ

اسواسطے کہ $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ اور $\frac{ر}{س} = \frac{گ}{ھ}$

$\therefore \frac{ا}{ب} \times \frac{ر}{س} = \frac{ج}{د} \times \frac{گ}{ھ}$

یعنی $\frac{ار}{بس} = \frac{جگ}{دھ}$

$\therefore$ ار : ب س :: ج گ : د ھ

(۱۳۶) اگر ا : ب :: ح : د :: ر : س وغیرہما

تو ا : ب :: ا + ح + ر + وغیرہما : ب + د + س + وغیرہما

اسواسطے کہ ا/ب = ا/ب و ا/ب = ح/د و ا/ب = ر/س وغیرہما

∴ اب = ب ا اور اد = ب ح اور اس = ب ر وغیرہما

∴ اب + اد + اس + وغیرہما = ب ا + ب ح + ب ر + وغیرہما

تو ا (ب + د + س + وغیرہما) = ب (ا + ح + ر + وغیرہما)

∴ ا/ب = (ا + ح + ر + وغیرہما) / (ب + د + س + وغیرہما)

∴ ا : ب :: ا + ح + ر + وغیرہما : ب + د + س + وغیرہما

(۱۳۷) اگر چار مقادیر متناسب ہوں تو اونمیں سے سب سے بڑی اور چھوٹی مقداروں کا مجموعہ بڑا بہ نسبت باقی دو مقادیر کے ہوگا

فرض کرو کہ ا اور ب اور ح اور د چار مقادیر متناسب ہوں اور ا سب سے بڑی مقدار اور د سب سے چھوٹی مقدار ہو

چونکہ ا : ب :: ح : د

∴ ا − ب : ب :: ح − د : د بموجب دفعہ ۱۳۰ کے

اور چونکہ ب بڑا د سے ہے

∴ ا − ب بڑا ح − د سے ہے

∴ ا − ب + ب + د بڑا بہ نسبت ح − د + ب + د کی ہے

یعنی ا + د بڑا بہ نسبت ح + ب کی ہے

(۱۳۸) دو مقادیر کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو

فرض کرو کہ ا اور ب دو مقادیر ہوں اور ل وسط فی النسبت ہو تو

ا : ل :: ل : ب

ل² = اب

∴ ل = (اب)^½

(۱۳۹) تین متناسب معلوم ہیں اونمیں چوتھا متناسب داخل کرو

فرض کرو کہ ا اور ب اور ح مقادیر ہوں اور ل چوتھا متناسب ہو

تو ا : ب :: ح : ل

یعنی ا ل = ب ح

∴ ل = ب ح / ا

(۱۴۰) نسبت کی تعریف ہمنے اوپر یہ کی ہے کہ ایک مقدار کا اوسی جنس کی دوسری مقدار کے ساتھ جو رابطہ بلحاظ قدر کے ہوتا ہے اوسکا نام نسبت ہے اور اون مقداروں کا آپسمیں مقابلہ

اسطرح کیا کرتے ہین کہ اونہین اس بات کو تلاش کرتے ہین کہ ایک مقدار دوسری مقدار کا
کونسا جزو یا اجزا یا اضعاف ہے اور اس سبب سے اوسکی قیمت اوس خارج قسمت سے تعبیر ہوتی ہے
جو ایک مقدار کو دوسری مقدار پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے دفعہ ۱۱ مین ہم طور قیمت نسبت
کے تعبیر کرینگا ہے جسکے سبب سے نسبت پر اعمال جبریہ کا عمل و دخل چل سکتا ہے بعد ازان ہم نے
تناسب کی یہہ تعریف کی کہ دو نسبتون کی درمیان جو ربط مساوات ہو اوسکا نام تناسب ہے اور
دو نو نسبتون کی قیمتون کو جبر مقابلہ کے طریقہ سے تعبیر کرکے بآسانی دو نسبتو کے برابر ہونیکے معنی سمجھہ
سکتے ہین دفعہ ۱۴۴ دیکھو) کہ علم ہندسہ مین یہہ طریقہ مذکور نسبت کے تعبیر کرنیکا ہم نہین اختیار کرسکتے اسلئے
کہ علم ہندسہ مین کوئی طریقہ خارج قسمت تعبیر کرنیکا نہین بیان ہوا اسلئے علم ہندسہ مین تعریف
تناسب کی ایسی کی گئی کہ اوسمین چارون مقادیر ایک وقت مین موجود ہوتی ہین

(۱۴۱) علم ہندسہ کی تعریف تناسب کی اقلیدس ۵ م حد ۵ و ۶

جب چار مقدارین ایسی ہون کہ اونمین سے جسقدر اضعاف اول مقدار کی لئے جائین اوسیقدر
تیسری مقدار کے اضعاف لیجائین اور جسقدر دوسری مقدار کے اضعاف لی جائین اوسیقدر
چوتھی مقدار کے اضعاف لئے جائین اب اگر پہلی کی اضعاف چھوٹے دوسرے کے اضعاف سے
ہون تو تیسری مقدار کی بہی اضعاف چھوٹی چوتھی مقدار کے اضعاف سے ہون اور اگر پہلی
مقدار کے اضعاف برابر دوسری مقدار کے اضعاف کے ہون تو تیسری مقدار کے اضعاف بہی
برابر چوتھی مقدار کے اضعاف کے ہون اور اگر پہلی مقدار کے اضعاف بڑی دوسری مقدار کے
اضعاف سے ہون تو تیسری مقدار کی بہی اضعاف بڑی چوتھی مقدار کے اضعاف سے ہون تو ہم
کہا کرتے کہ پہلی مقدار دوسری مقدار سے وہ نسبت رکھتی ہے جو تیسری مقدار چوتھی
مقدار سے رکھتی ہے (۵ حد) جو مقدارین ایکسی ہی نسبت رکھتی ہین وہ نہین متناسب کہتے ہین (۶ حد)

(۱۴۲) جو مقادیر موافق حدود جبر مقابلہ کے متناسب ہون وہ تحریر کی حدود کے موافق بہی
متناسب ہونگی اگر ا اور ب اور ج اور د موافق تعریف جبر مقابلہ کے متناسب ہون تو

ا : ب :: ح : د

یعنے $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$

$\therefore \frac{م ا}{ن ب} = \frac{م ح}{ن د}$ (ہر طرف کو $\frac{م}{ن}$ مین ضرب دینے سے)

اگر م ا > ن ب تو م ح > ہی ن د

اگر م ا = ن ب تو م ح = ن د

اگر م ا < ن ب تو م ح < ن د

اب چونکہ چار مقادیر ا و ب و ح و د ہین اور ا اور ح پہلی اور تیسری مقدار ہین جنکے اضعاف متساویہ م ا اور م ح لیئے گئے ہین اور ب اور د دوسری اور چوتھی مقادیر ہین اور اونکی اضعاف متساویہ ن ب اور ن د لی گئی ہین اب اگر اول کے اضعاف م ا دوسرے کے اضعاف ن ب سے بڑے ہون تو تیسرے کے اضعاف م ح چوتھے کے اضعاف ن د سے بڑے ہین اور اگر برابر ہو تو برابر اور اگر چھوٹی تو چھوٹی اسواسطے ا اور ب اور ح اور د موافق حدود علم ہندسہ کے متناسب ہوئی

اشتلہ نمبری ۷۵ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۱۴۰۰ اور ۱۴۱ اور ۲۰۰ ہین چوتھا تناسب مین داخل کرو

فرض کرو کہ لا چوتھی تناسب کو تعبیر کرتا ہے

تو ۱۴۰۰ : ۱۴۱ :: ۲۰۰ : لا

یعنی لا × ۱۴۰۰ = ۱۴۱ × ۲۰۰

$\therefore$ لا = $\frac{۱۴۱ \times ۲۰۰}{۱۴۰۰}$ = ۲۰

مثال ۲ $\frac{۱}{۲}$ اور ۴ کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو

فرض کرو کہ لا وسط فی النسبت کو تعبیر کرتا ہے تو

$\frac{۱}{۲}$: لا :: لا : ۴

یعنے لا^۲ = ۲ = $\frac{۴}{۲}$ = ۲

$\therefore$ لا = $\sqrt{۲}$ = وغیرہ ۱٫۴۱۴۲ ۱٫۴۱۴۲ ...

انتباہ $\sqrt{۲}$ عدد متباین ہے یعنی ایسا عدد ہے جسکا کوئی ذو قوسی مشترک اکائی کے تمام ایسا نہین ہے کہ اوسکو بیان کر سکے اس مطلب کو یون بھی بیان کر سکتے ہین کہ وہ نہ کسی عدد صحیح سے نہ کسی کسر سے تعبیر ہو سکتا ہے

مثال ۳ اگر ا : ب :: ح : د

تو (ا + م ب)^2 : (ح + م د)^2 : : ا^2 − ب^2 : ح^2 − د^2

ہمکو معلوم ہے کہ ا/م ب = ح/م د ∴ ا/م ب + ۱ = ح/م د + ۱

یعنی (ا + م ب)/م ب = (ح + م د)/م د یعنی (ا + م ب)^2/(ح + م د)^2 = ب^2/د^2

اور نیز ا^2/ب^2 = ح^2/د^2 ∴ ا^2/ب^2 − ۱ = ح^2/د^2 − ۱

یعنی (ا^2 − ب^2)/ب^2 = (ح^2 − د^2)/د^2 یعنی (ا^2 − ب^2)/(ح^2 − د^2) = ب^2/د^2

(ا + م ب)^2/(ح + م د)^2 = (ا^2 − ب^2)/(ح^2 − د^2)

یعنی (ا + م ب)^2 : (ح + م د)^2 : : ا^2 − ب^2 : ح^2 − د^2

مثال ۴ اگر ا : ب : : ح : د اور ح : ر : : ر : د تو ا : ب : : ح^2 : ر^2

اسواسطے کہ ا/ب = ح/د (۱) اور ح/ر = ر/د (۲)

(۲) سے ر^2/ح = د

∴ (۱) سے ا/ب = ح/(ر^2/ح)

= ح^2/ر^2

یعنی ا : ب : : ح^2 : ر^2

مثال ۵ اگر ا : ب : : ح : د : : ر : س

تو ا : ب : : م ا + ن ح + ع ر : م ب + ن د + ع س

اسواسطے کہ ا/ب = ا/ب و ا/ب = ح/د اور ا/ب = ر/س

∴ ا/ب = م ا/م ب و ا/ب = ن ح/ن د اور ا/ب = ع ر/ع س

∴ ا (م ب + ن د + ع س) = ب (م ا + ن ح + ع ر)

تو ا/ب = (م ا + ن ح + ع ر)/(م ب + ن د + ع س)

∴ ا : ب : : م ا + ن ح + ع ر : م ب + ن د + ع س

مثال ۶ اگر لا : ی : : ا^2 : ب^2 (۱) اور ا : ب : : $\sqrt{}$(ا + لا) : $\sqrt{}$(ا − ی) (۲)

تو لا : ا : : لا − ی : ی

(۱) سے (۲) کو تفریق کرو لا : ی : : ا + لا : ا − ی (۳)

لا : ا + لا : : ی : ی − ا

∴ لا : ا + ا − لا : : ی : ا − ی − ی

یعنی لا : ا :: ی : ا − ۳ی

یعنی ۲لا : ا :: ۲ی : ا − ۲ی (۴)

لیکن (۳) سے لا − ی : ی :: لا + ی : ا − ی دفعہ (۱۳۰)

∴ ا − ی = ی(لا + ی)/(لا − ی) اور ا − ۲ی = ۲ی²/(لا − ی)

اسواسطے (۴) میں قیمت رکھنے سے

۲لا : ا :: ۲ی : ۲ی²/(لا − ی)

یعنی ۲لا/ا = (لا − ی)/ی

∴ ۲لا : ا :: لا − ی : ی

مثال ۷ اگر ا : ب :: ج : د تو

ا + ب + ج + د : ا + ب − ج − د :: ا − ب + ج − د : ا − ب − ج + د

اسواسطے کہ ا/ب = ج/د ∴ (ا + ب)/ب = (ج + د)/د اور (ا + ب)/(ج + د) = ب/د

∴ (ا + ب)/(ج + د) ± ۱ = ب/د ± ۱

∴ (ا + ب ± (ج + د))/(ج + د) = (ب ± د)/د

یعنی (ا + ب + ج + د)/(ج + د) = (ب + د)/د اور (ا + ب − ج − د)/(ج + د) = (ب − د)/د

∴ (ا + ب + ج + د)/(ا + ب − ج − د) = (ب + د)/(ب − د) (۱)

اور (ا − ب)/(ج − د) = ب/د ∴ (ا − ب)/(ج − د) ± ۱ = ب/د ± ۱

یعنی (ا − ب + ج − د)/(ج − د) = (ب + د)/د اور (ا − ب − ج + د)/(ج − د) = (ب − د)/د

∴ (ا − ب + ج − د)/(ا − ب − ج + د) = (ب + د)/(ب − د) (۲)

∴ (۱) اور (۲) سے (ا + ب + ج + د)/(ا + ب − ج − د) = (ا − ب + ج − د)/(ا − ب − ج + د)

∴ ا + ب + ج + د : ا + ب − ج − د :: ا − ب + ج − د : ا − ب − ج + د

مثال ۸ اس مساوات ۶لا + ا : ۴لا + ب :: ۳لا − ب : ۲لا − ا کو حل کرو

۶لا + ا : ۴لا + ب :: ۳لا − ب : ۲لا − ا

∴ (۶لا + ا)(۲لا − ا) = (۴لا + ب)(۳لا − ب)

یعنی ۱۲لا² − ۴الا − ا² = ۱۲لا² − ب لا − ب²

یعنی (۴ا − ب)لا = ب² − ا²

∴ لا = (ب − ۲ا) / (۴ا − ب)

مثال ۹ مساوات لا³ − ی³ : (لا − ی)³ :: ۶۱ : ۱ اور لا : ۸ :: ۴۰ : ی سے قیمتیں لا اور ی کی دریافت کرو

مساوات اول سے

لا³ − ی³ = ۶۱ (لا − ی)³

یعنی لا² + لا ی + ی² = ۶۱ (لا² − ۲ لا ی + ی²) (۱) طرفین کو لا − ی پر تقسیم کرنے سے

مساوات (۲) سے لا ی = ۳۲۰ (۲)

∴ (۱) میں قیمت رکھنے سے

لا² + ۳۲۰ + ی² = ۶۱ لا² − ۳۹۰۴۰ + ۶۱ ی²

تو لا² + ی² = ۶۵۶ (۳)

لا ی = ۳۲۰ (۴)

اسکو حل کرنے سے لا = ± ۲۰ یا ± ۱۶ اور ی = ± ۱۶ یا ± ۲۰

مثال ۱۰ ۶۰ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو کہ اونکا حاصل ضرب : اونکے مجذوروں کے مجموعہ :: ۲ : ۵

فرض کرو کہ لا = ایک حصہ

۶۰ − لا = دوسرے حصہ

ازروی سوال لا (۶۰ − لا) : لا² + (۶۰ − لا)² :: ۲ : ۵

یعنی ۵ لا (۶۰ − لا) = ۲ [لا² + (۶۰ − لا)²]

اسسے یہہ حاصل ہوتا ہے کہ لا² − ۶۰ لا = − ۸۰۰

اسسے معلوم ہوتا ہے لا = ۴۰ یا ۲۰ یہی حصص مطلوب ہیں

مثال ۱۱ موہن اور سوہن کو ۲۳ روپیہ ۵ آنہ ۴ پائی زمین کے محصول کے دینے ہیں اور وہ ۱۵۹ روپیہ کو اس نسبت سے ادا کرتے ہیں جو اونکے خالص آمدنیوں میں نسبت ہے اور موہن کی آمدنی خالص ۶۰ روپیہ ہے اور سوہن کی کل آمدنی موافق نکاسی کے ۳۸۰ روپیہ ہے

فرض کرو کہ لا = سوہن کے خالص آمدنی روپیوں کی

تو ۶۰ + لا : لا :: ۲۳⅓ : سوہن کی محصول کے روپیوں

∴ سوہن کی محصول کے روپیہ = (لا × ۷۰) / ۳ (لا + ۶۰)

اسواسطے بموجب شرائط سوال کے لا + (۷۰ × لا) / ۳ (لا + ۶۰) = ۳۸۰

اسلئے حل کرنے سے لا = ۳۶۰ روپیہ

∴ سوہن ۲۰ روپیہ زمین کے محصول کے ادا کرتا ہے اور موہن ۳ روپیہ ۵ / ۶ پائی

مثال ۱۲ ایک زمیندار کے دو کسان موہن اور سوہن ہین موہن زمیندار کو ۱۰۰ روپیہ دیتا اور سواء اسکے افد چندہ کتب کا اور چندہ ہرکارہ اور سٹرک کا دیتا ہے اور سوہن کا لگان اور یہہ دونو چندہ ملکر ۲۰۴ روپیہ ۹ آنہ ہے اور موہن کا چندہ مدرسہ کا ۱۱ روپیہ ۱۲ ہے اور موہن اور سوہن دونون کا چندہ ہرکارہ سٹرک کا ۱۱ روپیہ ہے تو بتاؤ سوہن کا خالص زر لگان کیا ہے

فرض کرو لا = سوہن کے خالص زر لگان کی

تو ۱۰۰ : لا : : ۱۱ $\frac{۳}{۴}$: سوہن کے چندہ مدرسہ

∴ سوہن کا چندہ مدرسہ = $\frac{لا \times ۴۷}{۴۰۰}$ روپیہ

اور سوہن کا چندہ ہرکارہ : سوہن کے ہرکارہ : : لا : ۸۰

اور سوہن کے چندہ ہرکارہ : کل چندہ : : لا : ۸۰ + لا

سوہن کا چندہ ہرکارہ = $\frac{\frac{۴۷}{۴} \times لا}{۸۰ + لا} = \frac{۴۷ لا}{۵ (لا + ۸۰)}$ روپیہ

بموجب سوال کے لا + $\frac{۴۷ لا}{۴۰۰}$ + $\frac{۴۷ لا}{۵ (لا + ۸۰)}$ = ۲۰۴ $\frac{۹}{۱۶}$

اسسے لا = ۱۷۵ کے حاصل ہوتا ہے

امثلہ نمبری ۷۵ مشق کے واسطے

(۱) $\frac{۱}{۲}$ اور $\frac{۱}{۳}$ اور $\frac{۱}{۵}$ مین چوتہا نسبت مین داخل کرو اور ۷ ۱۰ اور ۱۵۳ مین اوسط فی النسبت لکھو

(۲) کونسا عدد ۱۰۰ اسے وہ نسبت رکہتا ہے جو ۹ رکہتا ہے ۳۰ سے کیا یہہ صحیح ہے کہ ۵ کو ۴ سے وہ نسبت ہے جو ۱۶ کو ۲۰ سے اور ا ب : ب ح : : ا د : ح د اور ۱۰۰ : ا ج ۵۰ : ۲ سے ؟ اور ان چار اعداد ۲۲ و ۱۰۹ و ۳۳ و ۱۶۳ پر اقلیدس کا حدود تناسب صادق آتا ہے ؟

(۳) اگر ا : ب : : ب : ح تو ثابت کرو کہ

(۱) ا د = $ح^۲$ (۲) ا : ح : : $ا^۲$: $ب^۲$

(۳) $ا^۲ - ب^۲$: ا : : $ب^۲ - ح^۲$: ح

(۴) ۳ ا + ۷ ب : ۳ ب + ۷ ح : : ۵ ا - ۷ ب : ۵ ب - ۷ ح

(۵) ا + ۲ ب + ح : ا : : $(ب + ح)^۲$: ح

(۴) اگر ا : ب : : ح : د تو ثابت کرو کہ

(۱) ا + ب : ا :: ح + د : ح (۲) ا + ح : ح :: ب + د : د

(۳) ا : ا − ب :: ح : ح − د (۴) ا² : ب² :: ا² + ح² : ب² + د²

(۵) م ا + ن ب : ب :: م ح + ن د : د (۶) ا ± ح/م : ا :: ب ± د/م : ب

(۷) ا² + ب² : ا² − ب² :: ح² + د² : ح² − د²

(۸) م ا + ن ح : ع ا + ق ح :: م ب + ن د : ع ب + ق د

(۹) ا + م ح : ب + م د :: ا : ب

(۱۰) م ا + ب : م ب + ا :: م ح + د : م د + ح

(۱۱) ا + ب + ح + د : ب + د :: ح + د : د

(۱۲) (ا ± ب)² : ا ب :: (ح ± د)² : ح د

(۱۳) ا (ا + ح) : ح² :: ب (ب + د) : د²

(۱۴) ∛(ا³ + ب³) : ∛(ح³ + د³) :: ا : ح

(۱۵) (ا + ب + ح + د)(ا + د − ب − ح) = (ا + ح − ب − د)(ا + ب − ح − د)

(۵) اگر ا د = ب ح اور ب س = ر د تو ا : ر :: ح : س
اگر ا = ۳ و ب = ۶ و ح = ۹ و ر = ۱۲ تو قیمتیں د اور س کی بتاؤ

(۶) اگر ا : ب :: ح : د :: ر : س تو ثابت کرو کہ

(۱) ا ر : ب² :: ح ر : د س

(۲) ح² : د² :: ا² + ح² + ر² : ب² + د² + س²

(۳) ح² + د² : ر² + س² :: ح د : ر س

(۴) ا − م ح + ر : ب − م د + س :: م ا − ن ح : م ب − ن د + ق س

(۷) اگر م ا + ن ب : م ح + ن د :: ب : د تو م ا + ن ب : م ح + ن د :: ا : ح

(۸) اگر لا : ی :: م² : ن² اور م : ن :: √(ع² + لا²) : √(ع² − ی²) تو

ع² : لا ی :: لا + ی : لا − ی

(۹) اگر ا ، ب ، ح ، د ، ر متناسب متواتر ہوں تو ا : ر :: ا⁴ : ب⁴

(۱۰) اگر ۲ا + ۳ب : ۴ا + ۵ب :: ۲لا + ۳ی : ۴لا + ۵ی تو ا : ب :: لا : ی

(۱۱) ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) (۳لا − ۵ی)/۴ − (۲لا − ۸ی − ۹)/۱۲ = ی/۲ + ۱/۳ + ۱/۴

لا/۲ + ی/۴ + ی/۳ : ۴لا − ی/۸ − ۲۴ :: ۳ ۱/۴ : ۳ ۱/۲

(۲) ۹√(د۲ – ۹(د – ل)) = ۹ – ۳۰ – ل اور ۹√(ا – ل) : ۹√(۲۰ – ل) : : ۳ : ۲

(۳) ل + د : ل : : ۷ : ۵ اور ل د + د۲ = ۱۲۶

(۴) ۱۲ : ۱ : : ل۲ + د۲ : ۱ اور ن : م : : ل – د : ل + د

(۱۲) کونسا عدد ا پر زیادہ کیا جاے اور کونسا عدد ب مین سے تفریق کیا جاے کہ حاصل جمع اور حاصل تفریق مین نسبت م : ن کی ہو

(۱۳) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونمین سے بڑے عدد کو چھوٹے عدد سے وہ نسبت ہو جو اونکے مجموعہ کو نسبت ہے ۳۴ سے اور حاصل تفریق کو نسبت ہے ۶ سے

(۱۴) ۱۰۰ کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرو کہ اونکے حاصل ضرب کے چھہ گنے کو اونکے مربعون کے مجموعہ سے : : ۲۴ : ۱۷

(۱۵) دو عددون مین نسبت ۲ اور ۳ کی ہے اور اگر ہر ایک پر ۹ زیادہ کیجائین تو اونمین نسبت ۳ اور ۴ کی ہوجاتی ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۶) دو مکان مین ایک مکان ۵۰ روپیہ کرایہ سالیانہ پر دیا گیا اور سواے کرایہ کے خرچ صفائی اور چوکیداری کا کرایہ دار کو دینا پڑیگا اور ایک مکان ۱۰۰ روپیہ بغیر ان ٹیکس کے دیا گیا خرچ صفائی دونو مکانون پر ۲ روپیہ ۴ روپیہ فی صدی ہے اور چوکیداری پہلے مکان پر $\frac{۱۸۹}{۱۳۴}$ روپیہ ہے تو بتاؤ کہ چوکیداری دوسرے مکان پر کیا ہے اور خرچ صفائی ہر ایک مکان پر کیا ہے

تبادل

(۱۴۳) حد اگر ل اور د دو مقادیر متغیر ہون اور اونمین آپسمین ایسا ربط ہو کہ جب ل کسیطرح بدلے تو د کی قیمت بہی اوسی نسبت سے بدل جاے تو ہم یہہ کہا کرتے ہین کہ د اور ل مین تبادل مستقیم ہے اور اس ربط کو د ∝ ل سے تعبیر کرتے ہین اور اسکے معنی یہہ ہین کہ د ایسا بدلتا ہی جیسا کہ ل جب فقط یہہ کہا جاتا ہے کہ د ایسا بدلتا ہے جیسا کہ ل تو اوسسے مطلب اس تبادل مستقیم ہی سے ہوتا ہے

مثال اگر ارتفاع مثلث کا نہ بدلے تو رقبہ مثلث کا ایسا بدلے گا جیسا کہ قاعدہ بدلتا ہے اسواسطے کہ اشکال ۱ مقالہ ۶ اقلیدس سے ظاہر ہے کہ اگر مثلث کا ارتفاع ایک ہی رہے تو اوسکا رقبہ اوسی نسبت سے بدلتا ہے جس نسبت سے کہ قاعدہ بدلتا ہے اسسے معلوم ہوا کہ ارتفاع مقدار معین مستقل ہو تو رقبہ ∝ قاعدہ

(۱۴۴) اگر ل اور د دو مقادیر متغیر ہون اور اونمین د ∝ ل کا ربط ہو تو د = س ل جسمین

س کوئی مقدار معین اور مستقل ہوگی یعنی کوئی ایسی مقدار ہوگی جو کبھی بدلنی کی نہیں

دلیل چونکہ لا جس نسبت سے بدلتا ہے اوسی نسبت سے ر بہی بدلتا ہے تو نسبت ر : لا اور اسلیئے ر/لا جو بیانہ نسبت ہی ہمیشہ ایک ہی قیمت مستقل رکہے گا اوسمین کچہہ تغیر نہین واقع ہوگا

اب اس قیمت مستقل کو س سے تعبیر کرو تو

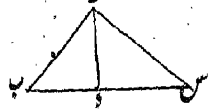
ر/لا = س

اور ∴ ر = س لا

مثال اگر ارتفاع مثلث کا نہ بدلے تو رقبہ = ایک مقدار معینہ مستقل × قاعدہ اسواسطے اگر ارتفاع معین ہے تو رقبہ ∝ قاعدہ بموجب ۱۴۳ کے

∴ رقبہ = س × قاعدہ

یہہ بات اقلیدس کے مقالہ اول کی اکتالیسوین شکل سے بہی ظاہر ہے اسلیئے کہ بموجب اس شکل کے اگر ا ب س مثلث ہو اور ا د



عمود ب س پر ہو تو

رقبہ △ ا ب س = ½ متوازی الاضلاع کے جو قاعدہ ب س پر ایک ہی خطوط متوازیہ کے درمیان واقع ہو

= ½ ب س × ا د

اسّے معلوم ہوا کہ اگر ارتفاع مثلث مقدار معین ہے جسکو = ۲ س کے فرض کرو تو

رقبہ △ ا ب س = س × ب س

یعنی رقبہ △ کا = س × قاعدہ

اور علی ہذا القیاس اگر قاعدہ مقدار معین ہو اور اوسکو = ۲ س کے فرض کرو تو

رقبہ △ ا ب س = س × ا د

یعنی رقبہ △ = س × ارتفاع

(۱۴۵) جب ر ∝ لا تو بموجب آخر دفعہ کے ثابت ہو سکتا ہی کہ ر = س لا جسمین تین مقدار معین مستقل ہو اگر کوئی خاص قیمت ر کی موافق کسی خاص قیمت لا کی ہمکو معلوم ہو تو مقدار معین س کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے

مثلاً فرض کرو کہ جب لا = ا تو ر = ب کے ہو تو

ب = س ا
یعنے س = ب/ا

یہہ قیمت س کی ہے اور مساوات جسمین لا اور د مربوط ہو یہہ ہوگی

د = ب/ا لا

مثال ایک جسم اسطرح متحرک ہوتا ہے کہ مسافت طے شدہ موافق مجذور وقت کی بدلتی ہے اور اوسنے ۳ منٹ مین ۲۷ فیٹ طے کئے تو وہ مساوات دریافت کرو جسمین مسافت اور وقت دونو مربوط ہون

فرض کرو کہ د مسافت طے شدہ کو لا وقت مین تعبیر کرتا ہے یعنی اون میلون کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے جو لا منٹ مین وہ طے کرے

تو د ∝ لا۲
∴ د = س لا۲

لیکن جب لا = ۳ تو د = ۲۷
∴ ۲۷ = س × ۹ یعنے س = ۳
∴ د = ۳ لا۲ مساوات ہے جسمین وقت اور مسافت باہم مربوط ہوتے ہین

(۱۴۶) بالعکس اسکے اگر لا اور د دو مقادیر متغیر ہون اور آپسمین اسطرح مربوط ہون کہ خواہ لا کی کچھہ ہی قیمت ہو مساوات د = س لا کے قائم رہے اور س ایک مقدار معین ہو تو د ∝ لا

دلیل چونکہ د = س لا خواہ کیسا ہی لا بدلے اسواسطے لا کی سب قیمتون کی صورت مین ہمکو یہہ حاصل ہے کہ د/لا = س

اسواسطے جب لا کسی طرح بدلے گا تو د بہی اوسی نسبت سے تبدیل ہوگا یعنی د ∝ لا دفعہ (۱۴۳)

(۱۴۷) **حد** اگر لا اور د دو مقادیر متغیر ہون اور وہ آپسمین اسطرح مربوط ہون کہ اگر لا کسیطرح بدلے تو د کا متکافی اوسی نسبت سے بدلے تو اسکو لا اور د کا تبادل معکوس کہتے ہین اور اس تبادل کو اسطرح تعبیر کیا کرتے ہین کہ د ∝ ۱/لا اس حد سے اور دفعہ ۱۴۳ سے ظاہر ہے کہ جب د اور لا میں تبادل معکوس ہو تو د اور ۱/لا مین تبادل مستقیم ہوگا جب لا زیادہ ہوتا ہے تو ۱/لا کم ہوتا ہے اور جب لا گھٹتا ہے تو ۱/لا بڑہتا ہے اسواسطے جب د بالعکس لا کے تبدیل ہوتا ہے یعنی جب د ∝ ۱/لا تو د کا چھوٹا بڑا ہونا لا کے چھوٹے

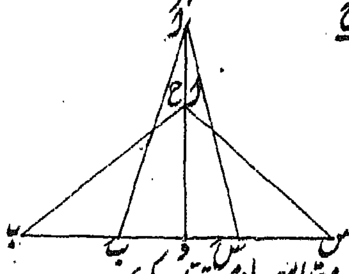
بڑی ہونے پر موقوف ہوا

مثال اگر رقبہ مثلث کا معین ہو اور مستقل ہو تو قاعدہ بالعکس ارتفاع کے تبدیل ہوگا

رقبہ △ اب س کا = $\frac{\text{اد} \times \text{ب س}}{2}$ ؛ ب س ∝ $\frac{1}{\text{اد}}$ چندر رقبہ △ اب س

اور رقبہ مثلث کا معین اور مستقل فرض کیا گیا ہے اور رقبہ کے دو چند کو = س کے فرض کرو

تو ب س = $\frac{\text{س}}{\text{اد}}$



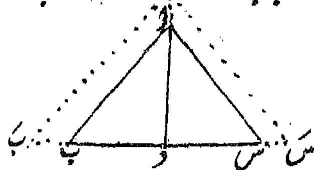
∴ $\frac{\text{ب س}}{\frac{1}{\text{اد}}}$ = س (ایک مقدار معین اور مستقل کے)

اسواسطے $\frac{1}{\text{اد}}$ جیسا بدلتا ہے ب س بھی اوسی نسبت سے بدلتا ہے اور نہین تو مساوات لا کی سب قیمتون کے واسطے قائم نہین رہ سکتی اسلیے ب س ∝ $\frac{1}{\text{اد}}$ اور یہہ امر شکل میں برابر مثلثون اب س اور اَ بَ سَ دیکھنے سے صاف معلوم ہوتا ہے

(۱۴۸) اگر ی بالعکس لا کے تبدیل ہو یعنی اگر ی ∝ $\frac{1}{\text{لا}}$ تو بموجب دفعہ ۱۴۴ کے یہہ مستنبط ہوتا ہے کہ ی = $\frac{\text{س}}{\text{لا}}$ جسمین س بعض معین مقدار ہے

بالعکس اسکے اگر ی = $\frac{\text{س}}{\text{لا}}$ تو دفعہ ۱۴۶ کے موافق ثابت ہو سکتا ہے کہ ی ∝ $\frac{1}{\text{لا}}$ یعنی ی بالعکس لا کے تبدیل ہوتا ہے

(۱۴۹) اگر لا اور ی اور یَ مقادیر متغیر ہون اور آپسمین اسطرح مربوط ہون کہ لا اور ی کے حاصلضرب مین جو تغیر ہو اوسے نسبت یَ کی قیمت مین بھی تبدل ہو تو ہم کہتے ہین کہ یَ بالاشتراک لا اور ی کے موافق بدلتا ہے اور اس تعلق کو اسطرح تعبیر کرتے ہین کہ یَ ∝ لا ی دفعہ ۱۴۴ مین جو جملہ مثلث کے رقبہ کے واسطے بیان ہوا ہے



رقبہ △ اب س = ½ ا د × ب س

∴ رقبہ △ اب س / (ا د × ب س) = ½ [یہہ ایک مقدار معین ہے]

اسیواسطے حاصلضرب ا د . ب س کا جب بدلتاہے تو اوسی نسبت سے رقبہ بدل جاتاہے

یعنی رقبہ ایسا بدلتاہے جیساکہ قاعد اور ارتفاع بالاشتراک بدلتاہے

اور یہہ امر شکل گذشتہ مین مثلثات اب س اور اَ بَ سَ کے مشاہدہ سے بہی ثابت ہوتاہے

(۱۵۰) اگر ی ∝ لا د تو موافق دفعہ ۱۴۴ کے ثابت ہوتاہے کہ ی = س لا د

اگر ی = س لا د تو موافق دفعہ ۱۴۶ کے ثابت ہوتاہے کہ ی ∝ لا د

(۱۵۱) اگر لا اور د اور ی تین مقادیر متغیر ہون اور اسطرح آپسمین مربوط ہون کہ حاصلضرب لا اور 1/د مین جو تبدل واقع ہو اوسی نسبت سے ی کی قیمت مین تبدل واقع ہو تو ہم کہا کرتے ہین کہ ی ایسا بدلتاہے جیساکہ لا بالاستقامت اور د بالعکس اور اس ربط کو یون تعبیر کیا کرتے ہین کہ ی ∝ لا/د اور اس حالت مین ی ایسا ہی بدلتاہے جیساکہ لا اور 1/د بالاشتراک بدلتے ہین

(۱۵۲) ایک مقدمہ یہان ثابت کرتے ہین جو سنہ متناسبہ کے قاعدہ کے بیان کرنےمین کام آئیگا

اگر لا اور د اور ی تین مقادیر متغیر ہون اور جب د کو معین مستقل فرض کرین تو ی ∝ لا اور جب لا کو معین مستقل فرض کرین تو ی ∝ د تو لا اور د دونو بدلین تو ی ∝ لا د

فرض کرو کہ ی = ع لا د جسمین ع ایک ایسی مقدار ہے بالفعل خواہ کچھہ ہی ہم کو معلوم ہو اوسمین لا یا د یا دونو شامل ہو سکتی ہین

جب لا معین اور مستقل ہی تو ی ایسا بدلتاہے جیساکہ د اس فرض کے بموجب ع لا معین اور مستقل ہے اسلئے ع بہی معین اور مستقل ہے اور د اوسمین شامل نہین ہو سکتا

اور جب د معین اور مستقل ہے تو ع ایسا بدلتاہے جیساکہ لا تو اس فرض کے بموجب ع د معین اور مستقل ہے اور اسیواسطے ع مستقل اور معین ہے پس ع مین لا نہین شامل ہو سکتا

∴ ع معین اور مستقل = س کے فرض کرو

∴ ی = س لا ر

∴ ی ∝ لا ر

تنبیہ اور علی ہذا القیاس جب ر معین اور مستقل ہو تو ی ∝ لا اور جب لا معین اور مستقل ہو تو ی ∝ ۱/ر تو جب لا اور ر دونو متغیر ہونگی تو ی ∝ لا/ر

تنبیہ ۲ اگر تعداد مقادیر کی زیادہ ہون تو بھی ایسا ہی نتیجہ نکلیگا

(۱۵۳) بعض مسائل تبادل

(۱) اگر ط ∝ ص اور ص ∝ س تو ط ∝ س

اسواسطے کہ فرض کرو ط = م ص (۱) اسمین م معین اور مستقل ہے

ص = ن س (۲)

∴ ط = م ن س (۳)

اور چونکہ م اور ن معین اور مستقل ہین اسواسطے م ن معین اور مستقل ہین

∴ ط ∝ س بموجب دفعہ ۱۴۶ کے

دوم اگر ط ∝ ص اور ص ∝ ۱/س تو ط ∝ ۱/س

اسواسطے کہ فرض کرو ط = م ص اور ص = ن/س اسمین م اور ن معین اور مستقل ہین

تو ط = م ن/س اور م ن معین اور مستقل ہین

∴ ط ∝ ۱/س

سوم اگر ط ∝ س اور ص ∝ س تو ط ± ص ∝ س

اسواسطے کہ فرض کرو ط = م س اور ص = ن س اسمین م اور ن معین اور مستقل ہین

ط ± ص = (م ± ن) س اسمین م ± ن مستقل معین ہے

∴ ط ± ص ∝ س

چہارم اگر ط ∝ ص اور ص ∝ س تو √(ط ص) ∝ س

اسواسطے کہ فرض کرو ط = م س اور ص = ن س

∴ ط ص = (م ن) س²

∴ √(ط ص) = √(م ن) س

∴ √(ط ص) ∝ س

پنجم اگر ط ∝ ص اور رس ∝ د تو ط رس ∝ ص د

اسواسطے کہ فرض کرو ط = م ص اور رس = ن د

تو ط رس = م ن ص د

∴ ط س ∝ ص د

اور علی ہذا القیاس $\frac{ط}{س}$ ∝ $\frac{ص}{د}$

ششم اگر ط ∝ ص س تو ص ∝ $\frac{ط}{س}$ اور س ∝ $\frac{ط}{ص}$

اسواسطے کہ فرضکرو ط = م ص س

تو ص = $\frac{1}{م}$ $\frac{ط}{س}$ اور س = $\frac{1}{م}$. $\frac{ط}{ص}$

∴ ص ∝ $\frac{ط}{س}$ اور س ∝ $\frac{ط}{ص}$

امثلہ نمبری ۵۸ حل کی ہوئی

مثال ۱ اگر ی ∝ لا اور جب لا = ۳ تو ی = ۱۸ مساوات لا اور ی کے درمیان دریافت کرو

فرض کرو کہ ی = م لا اسمین م معین اور مستقل ہے

تو بموجب شرط سوال کے ۱۸ = م × ۳

∴ م = ۶

∴ ی = ۶ لا مساوات مطلوب ہے

مثال ۲ اگر ی^2 ∝ ا^2 − لا^2 اور جب لا = $\sqrt{ا^2 - ب^2}$ تو ی = $\frac{ب^2}{ا}$ مساوات لا اور ی کے درمیان دریافت کرو

فرضکرو ی^2 = م (ا^2 − لا^2) اسمین م مستقل اور معین ہے

تو بموجب شرط سوال کے $\frac{ب^4}{ا^2}$ = م [ا^2 − (ا^2 − ب^2)]

= م ب^2

∴ م = $\frac{ب^2}{ا^2}$

∴ ی^2 = $\frac{ب^2}{ا^2}$ (ا^2 − لا^2) مساوات مطلوب ہے

مثال ۳ اگر ی ایسا بدلے جیسا کہ مجموعہ دو مقداروں کا بدلتا ہے اور ان دو مقداروں میں ایک مقدار ایسی بدلتی ہے کہ لا اور دوسری مقدار ایسی بدلتی ہے جیسی کہ $\frac{1}{لا^2}$ اور جب لا = ۱ ہو تو ی = ۶ اور جب لا = ۲ تو ی = ۵ ی کو لا کی قیمتوں میں بیان کرو

فرض کرو کہ ی = م لا + $\frac{ن}{لا^2}$ جب م اور ن مقادیر معین اور مستقل ہیں

تو بموجب شرط سوال کے ۶ = م + ن (۱)

۵ = ۲ م + $\frac{1}{۴}$ ن (۲)

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ م = ۳ اور ن = ۴

∴ ی = ۳ لا + ۴/لا

اگر ا + ب ∝ ا − ب تو ا^۲ + ب^۲ ∝ اب

فرض کرو کہ ا + ب = م (ا − ب)

∴ ((ا + ب)/(ا − ب))^۲ = م^۲

یعنے (ا^۲ + ۲ اب + ب^۲)/(ا^۲ − ۲ اب + ب^۲) = م^۲/۱

∴ ا^۲ + ۲ اب + ب^۲ : ا^۲ − ۲ اب + ب^۲ :: م^۲ : ۱

۲ ا^۲ + ۲ ب^۲ : ۴ اب :: م^۲ + ۱ : م^۲ − ۱ بموجب دفعہ ۱۳۱ کے

یعنی ا^۲ + ب^۲ = (۲ (م^۲ + ۱))/(م^۲ − ۱) . اب

∴ ا^۲ + ب^۲ ∝ اب

مثال ۵ اگر ی ∝ لا + م ی اور جب لا = ۱ تو ی = ۲ اور ی = ۳ لیکن جب لا = ۲ اور ی = ۳ اور ی = ۴ قیمت م کی دریافت کرو

فرض کرو کہ ی = س (لا + م ی) اسمیں س ایک مقدار معین اور مستقل ہے

بموجب شرط سوال کے ۳ = س (۱ + ۲ م) (۱)

۴ = س (۲ + ۳ م) (۲)

∴ ۳/(۱ + ۲ م) = ۴/(۲ + ۳ م)

یعنے ۶ + ۹ م = ۴ + ۸ م

مثال ۶ فرض کرو کہ رقبہ مثلث کا ایسا بدلتا ہے جیسا کہ ارتفاع اور قاعدہ بالاشتراک اور جب ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ اور قاعدہ ۲ فیٹ ۸ انچ ہے رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے پس بتاؤ اوس مثلث کا رقبہ کیا ہوگا جسکا قاعدہ ۶ فیٹ ۰ انچ اور ارتفاع ۵ فیٹ ۳ انچ ہے

فرض کرو کہ رقبہ = س × ارتفاع × قاعدہ س ایک مقدار معین اور مستقل ہے

بموجب سوال کے ۶ = س × ۴ ۱/۲ × ۲ ۲/۳

∴ س = ۶ × ۲/۹ × ۳/۸ = ۱/۲

∴ رقبہ = ۱/۲ ارتفاع × قاعدہ

∴ رقبہ مطلوب = $(\frac{۱}{۲} \times ۵\frac{۱}{۸} \times ۶\frac{۵}{۶})$ م فٹ

= $۱۷\frac{۱۷}{۴۲}$ م فٹ

مثال ۷ فرض کرو کہ لٹکن کے جہولنے کا وقت ایسا بدلتا ہے جیسا کہ اوسکے طول کا جذر اگر ایک لٹکن ۳۹٫۲ انچ کا ایک سکنڈ مین حرکت کرے تو اوس لٹکن کا طول دریافت کرو جو ۵۶ دفعہ ایک منٹ مین حرکت کرے

اس صورت مین وقت جہولنے کا = س $\sqrt{}$ لٹکن کے طول اسمین س ایک مقدار مستقل ہے

بموجب سوال کے ۱ = س × $\sqrt{۳۹٫۲}$

∴ س = $\frac{۱}{\sqrt{۳۹٫۲}}$

∴ وقت جہولنے کا = $\frac{۱}{\sqrt{۳۹٫۲}} \times \sqrt{\text{طول لٹکن کے}}$

یعنی $\frac{۶۰}{۵۶} = \frac{۱}{\sqrt{۳۹٫۲}} \times \sqrt{\text{طول لٹکن}}$

∴ $(\frac{۱۵}{۱۴})^۲ = \frac{۱}{۳۹٫۲} \times$ طول لٹکن

∴ لٹکن کا طول = $\frac{(۱۵)^۲ \times ۳۹٫۲}{(۱۴)^۲}$ انچ

= ۴۵ انچ

مثال ۸ فرض کرو کہ مزدوری ایسی بدلتی ہے جیسی کہ تعداد مزدورون اور گہنٹون کی جنمین وہ کام کرتے ہین بالاشتراک بدلتی ہے اگر ۱۳ آدمی ۷ روپیہ ۱۵ دن مین آٹھ گہنٹہ روز کام کرنے سے پائین تو بتاؤ ۵۲ آدمیونکی مزدوری $۱۲\frac{۱}{۲}$ دن مین ۹ گہنٹہ روز کام کرنے سے کیا ہوگی

اس صورت مین

مزدوری = س × م × کام کے گہنٹون کی س مقدار معین اور مستقل ہے

ازروی سوال کے ۷ = س × ۱۳ × ۱۵ × ۸

∴ س = $\frac{۷}{۸ \times ۱۵ \times ۱۳}$

اسیواسطی مزدوری مطلوب = $(\frac{۷}{۸ \times ۱۵ \times ۱۳} \times ۵۲ \times ۱۲\frac{۱}{۲} \times ۹)$ روپیہ

= $۲۶\frac{۱}{۴}$ روپیہ

مثالین نمبری ۸۵ مشق کے واسطے

(۱) معلوم ہے کہ ی ایسا بدلتا ہے جیسا کہ لا اور جب لا = ۱ تو ی = ۲ ایس تبلاؤ کہ جب لا = ۲ کے تو ی کی کیا قیمت ہوگی

(۲) معلوم ہے کہ ی ایسا بدلتا ہے جیسا کہ لا اور ر بالاشتراک بدلتے ہین اور جب لا = ۱ اور ر = ۱ تو ی = ۲ ایس قیمت ی کی اوس صورت مین دریافت کرو کہ لا = ۲ اور ر = ۲ کی ہو

(۳) اگر ط اور ص مین تبادل معکوس ہو اور جب ط = ۲ تو ص = ۱۰ تو بتاؤ جب ط = ۸ کی ہو تو ص کی کیا قیمت ہوگی

(۴) اگر ط $\propto$ ص س اور تین موافق قیمتین ط اور ص اور س کی ۶ و ۹ و ۱۰ ہین تو قیمت ط کی دریافت کرو جب ص = ۵ اور س = ۳ کی ہو

(۵) اگر ط $\propto$ ص تو ثابت کرو کہ ط د $\propto$ ص د اور ط/د $\propto$ ص/د جسمین د خواہ معین خواہ متغیر ہو

(۶) اگر ط $\propto$ ص تو ثابت کرو کہ طⁿ $\propto$ صⁿ

(۷) ثابت کرو کہ سب سطوح متوازی الاضلاع کے قاعدون اور ارتفاعون مین تبادل معکوس ہے

(۸) س روپیہ سیکڑہ کے حساب سے جو روپیہ کا سود ہوگا وہ ۱ روپیہ کا دو کس شرح فیصدی کے موافق ہوگا

(۹) اگر چند سنگ مرمر کی سلون کی جسامت یکسان ہو تو ثابت کرو کہ اونکی سطحون اور دلون مین تبادل معکوس ہے

(۱۰) اگر لا - ا $\propto$ ر - ب اور جب لا = م اور ر = ن تو اوس مقدار معین کو دریافت کرو جو لا - ا اور ر - ب کو مربوط کرتی ہے

(۱۱) ی $\propto$ لا + ر اور ر $\propto$ لا² اور جب لا = ۱ اور ر = ۲ تو ی = ۳ بتاؤ ی اور لا کے ربط کو دریافت کرو

(۱۲) اگر ر $\propto$ لا اور ی $\propto$ لا² تو ثابت کرو کہ لا + ر $\propto$ ی

(۱۳) اگر ی $\propto$ م لا + ر اور جب لا = ۱ اور ر = ۲ تو ی = ۳ لیکن جب لا = ۲ اور ر = ۳ تو ی = ۵ قیمت م کی دریافت کرو

(۱۴) مان لو کہ مثلث کا رقبہ ایسا بدلتا ہے جیسا کہ ارتفاع اور قاعدہ بالاشتراک بدلتے ہین اور جب ارتفاع ۱ فٹ ۶ انچ ہے اور قاعدہ ۱ فٹ ۴ انچ ہے تو رقبہ ۱ مربع فٹ ہے تو اوس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جسکا قاعدہ ۳ فٹ ۵ انچ اور ارتفاع ۲ فٹ ۷ انچ ہے

(١٥) اگر جسامت کسی مخروط کی ۱۲ انچ اور قاعدہ ۳۲ انچ ہو اور جسامت ۱۲۰ مکعب انچ ہو تو ارتفاع ایک دوسرے مخروط کا دریافت کرو جسکا ارتفاع ۲۰ انچ اور قاعدہ ۱۰ فٹ ہے اور جسامت مخروط کی ایسی بدلتی ہے جیسی کہ اوسکا ارتفاع اور قاعدہ بالاشتراک

(١٦) ایک دہوئین کا انجن بغیر ٹرین کے ۴۲ میل ایک گہنٹہ مین جاتا ہے جتنی گاڑیان اوسکے پیچہے لگائین جائین اونکی تعداد کی جذر کے موافق رفتار اوسکی گہٹتی ہے جب ۴ گاڑیان اوسکے پیچہے لگاتے ہین تو ۳۰ میل کی رفتار فی گہنٹہ سے وہ اونکو چلاتا ہے تو بتاؤ کتنی گاڑیان زیادہ سے زیادہ وہ چلاسکتا ہے

امثلہ نمبری ۵۹

مساوات اور نسبت اور تناسب اور تبادل کے مختلف سوالات اور مثالیں

(١) مساوات کی تعریف بیان کرو اور مساوات متطابقہ کی اسطرح تعریف بیان کرو کہ اوسمین اور مساوات مین تمیز ہو جاوے اور حل مساوات سے کیا مراد ہوتی ہے

(٢) ان مساواتون کو حل کرو

(١) ٧لا + ١٦ / ٢١ − لا + ٨ / ٤لا − ١١ = لا / ٣

(٢) (٤ √(لا) + √(٩ + لا)) / (٣ √(لا) − √(٩ + لا)) = ٢

(٣) لا = ١ / ی − ٥ / لا ی
لا٣ − ی٣ = ٣٥

(٤) لا + ی : ا :: لا − ی : ب
لا٢ − ی٢ = ج

(٣) تین فقیر زید بکر عمر ہین مگر اون پاس کچہہ روپیہ ہے اور جو کچہہ زید اور عمر کے پاس ہے اوس سے ایک روپیہ زیادہ بکر پاس ہے اگر سبکو علیحدہ علیحدہ تین تین پائیان دیدی جائین تو زید پاس روپیہ دوچند ہو جاتا ہے اور جو کچہہ زید اور عمر پاس ہو جاویگا اوس سے دوچند بکر پاس ہو جاتا ہے تو بتاؤ اول ہریک پاس کیا تہا

(۴) نسبت اور تناسب اور نسبت مساوی اور نسبت کبری غیر مساوی اور نسبت صغری غیر مساوی اور تناسب متواتر کی تعریف بیان کرو

اگر نسبت کبری کی ہر ایک رقم سے ایک ہی مقدار تفریق کیجاے تو بتاؤ اوس نسبت پر کیا اثر ہوگا

(۵) (سہ) اگر ا : ب : : ح : د تو ثابت کرو کہ (۱) ا د = ب ح

(۲) ا : ب : : م ا + ن ح : م ب + ن د

(صہ) اگر ا : ب : : ح : د اور نیز ا : ز : : ر : ح تو ب : د : : ا : ر

(۶) کب ایک مقدار کو کہتے ہیں کہ وہ اسطرح بدلتی جس طرح دوسری مقدار بالاستقامت بدلتی ہے اور ایک مقدار بالعکس بدلتی ہے

اور دو مقداریں بالاشتراک بدلتی ہیں اور دوسری مقدار بالاستقامت اور تیسری مقدار بالعکس بدلتی ہے

اگر لا ∝ ی تو ثابت کرو کہ لا = س ی جسمیں س بعض معین اور مستقل مقدار ہے

معلوم ہے کہ ی ایسا بدلتا ہے جیسا کہ مجموعہ دو مقدار کا اسطرح بدلتا ہے کہ ایک اون میں سے جیسا لا بالاستقامت اور دوسرے جیسا لا بالعکس اور جب لا = ۱ تو ی = ۴ اور جب لا = ۲ تو ی = ۵ تو لا اور ی کا باہمی ربط دریافت کرو

ب

(۱) مساوات کی قیمت کی تعریف کرو نیز مساواتوں کی تعریف کرو مساوات درجہ دوم بسیط اور مخلوط کی درمیان فرق بتلاؤ

ہر مساوات درجہ دوم میں ثابت کرو کہ مجموعہ قیمتوں کا = لا کے امثال کے جسکے علامت بدلی ہوئی ہو اور حاصلضرب قیمتوں کا = تیسری رقم مساوات کے

(۲) ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) $\sqrt{\text{لا}+۴} - \sqrt{۱۶\,\text{لا}} = \sqrt{\text{لا}+\frac{۳}{۲}}$

(۲) $\dfrac{\dfrac{\text{لا}+۳}{۴} - \dfrac{۲\,\text{لا}-۴}{۳}}{\dfrac{۳\,\text{لا}-۱}{۲} - \dfrac{۳\,\text{لا}-۲}{۳}} = ۱۰$

(۳) [illegible]

(۴) [illegible]

(۴) ایک شخص جس رفتار سے آگے جاتا ہے وہ مراجعت کرنیکی رفتار سے چوچند ہے اوس نے کچھہ فاصلہ چہل قدمی کے واسطے مقرر کیا اور وقت بہی معین کیا کہ اتنی دیر مین وہ اوس فاصلہ کو طے کرکے چوتہائی فاصلہ پر الٹا آیگا اب اوسکو معلوم ہے کہ الٹے آنیکے رفتار مین اگر ایک پانچوان حصہ میل کا کم ہوتا تو جانیکی رفتار مین ۲ میل فی گہنٹہ زیادہ ہوتا جب اوسکا مطلب حاصل ہوتا تو بتاؤ اوسکی رفتار کیا ہے

(۴) بتاؤ نسبتین کس طرح آپسمین مقابلہ کیجاتی ہین اور ثابت کرو کہ

[illegible]

موافق نسبت ۷ ب۲ اور ۳ ا۲ کے کبری اور صغری ہوگی یعنی اگر آخر نسبت کبری ہوگی تو پہلی نسبت بہی کبری ہوگی اور اگر صغری تو صغری

(۵) اگر ا و ب و ج و د متناسب ہون اور ا سب مین بڑا اور د سب سے چہوٹی ہو تو ثابت کرو کہ

ا + د ﮯ ب + ج

(۳) اگر ا : ب : : ا + ب : ا − ب تو ا = ب ([illegible] + ۱)

(۵) اگر ا د = ب ج کو [illegible]

(۲) دو عدد ایسے دریافت کرو کہ اونمین نسبت ۳ : ۴ کی ہو اور اونکی مجموعہ : اونکے مجذوروں کے مجموعے : : ۷ : ۵۰

(۶) اگر لا ∝ ی جب ی معلوم ہو اور لا ∝ ی جب ی معلوم ہو تو ثابت کرو کہ جب لا اور ی مین سے کوئی بہی نامعلوم ہو تو لا ∝ ی

(۷) یہہ ربط لا ی ∝ ا لا + ب ی معلوم ہے اور جب لا = ا کی ہو تو ی = ب کے ہوتا ہے تو لا اور ی کے درمیان مساوات دریافت کرو

(صہ) اگر مسافت جو کسی وقت مین طے کیجاے ∝ ۹ مسافت اگر ۱۴۴ فیٹ کی مسافت ۳ سکنڈ مین طے ہو تو ۴۰۰ فیٹ کی مسافت کتنے وقت مین طے ہوگی

(۱) وہ مساواتین بتاؤ جنکی قیمتین ۴ اور −۳/۴ (ج) ہون اور ۲ اور −۱ اور −۲/۳ ہون

ان مساواتون کو حل کرو

(۱) لا − ۹√لا = ۶

(۲) ۹√(۵ + لا) + ۹√(۵ − لا) = ۴

(۳)
۲/لا + ۵/ی = ۹/ی − ۱
۵/لا + ۲/ی = ۶/لا + ۳/۲

(۴) (۹√ب + ۹√لا) / (۹√ب − ۹√لا) = ا/ب

(۲) تالیف نسبتون کی کس طرح ہوتی ہے نسبت صغری کے ساتھہ جو کوئی نسبت تالیف کیجاے تو اوسکا اثر نسبت پر کیا ہوگا

(۳) (سہ) خاص آدمیون نے ایک کام کو خاص وقت مین بنایا اگر ۵ آدمی زیادہ ہوتے یا ۴ آدمی کم ہوتے تو بقدر ایک دن کے وقت مین تبدل ہوتا تو بتاؤ اونکی کیا تعداد تھی

(صہ) ایک اور دو بجے کے درمیان وقت ہے اسے ۶ منٹ بعد منٹ کی سوئی ٹھیک مقابلہ مین اوس مقام کے ہوگی جہان ۷ منٹ پیشتر گھنٹہ کی سوئی تھی تو بتاؤ وقت کیا ہے

(۴) گیند بلے کے پالے مین اگر ہر ایک طرف سے سات آدمی مرجاتے تو طرفین کے آدمیون مین نسبت ۴ : ۳ کی ہوجاتی اور اگر تین آدمی جی اٹھتے تو اونمین نسبت : : ۱۳ : ۱۰ کی ہوجاتی تو بتاؤ جیتنے والے گروہ مین کتنے آدمی ہین

(۵) تناسب کی تعریف اقلیدس نے جو لکھی ہے اوسے بیان کرو اور ثابت کرو کہ جو مقادیر موافق تعریف جبر مقابلہ کے متناسب ہونگین وہ موافق علم ہندسہ کی تعریف کی بھی متناسب ہونگین کس واسطے تعریف تناسب کی جو جبر مقابلہ مین بیان ہوئی ہے علم ہندسہ مین نہین اختیار کیجاتی اسی حدود کے موافق بتاؤ کہ اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ متناسب ہین یا نہین

اگر م ع۲ = ن ق۲ تو م : ق۲ : : ن : ع۲ اور م + ق۲ : ق۲ : : ن + ع۲ : ع۲
اگر ع اور ق خطوں کے طول کو تعبیر کریں اور ان خطوں میں ع اور ق ضلع ہوں تو م اور ن سے کیا تعبیر کرینگے

(۶) اگر ی = س/لا جسمیں س مقدار مستقل ہے تو ثابت کرو کہ ی ایسا بدلتا ہے جیسا کہ بالعکس لا بدلتا ہے

(سہ) مثلث میں رقبہ = ½ قاعدہ × ارتفاع عمودی کے اگر قاعدہ نہ بدلے وہ کادھی رہے تو بتاؤ رقبہ بلحاظ ارتفاع کے کس طرح تبدیل ہوگا

(صہ) فرض کرو کہ خرچ موافق تعداد مزدوروں اور وقت کے بدلتا ہے اگر ۷ آدمی ۵۳۲ روپیہ ۸ روپئے ۵ مہینہ کے سفر میں خرچ کریں تو موافق اسی حساب کے ۱۲ آدمی ۷ مہینہ کے سفر میں کیا خرچ کرینگے

(۱) نسبت کی تعریف سے اس بات کو ثابت کرو کہ وہ کس طرح سے کس سے تعبیر ہو سکتی ہے
اگر لا بمقابلہ ا کے بہت چھوٹا ہو تو نسبت (ا + لا)۳ : ا۳ کی تقریباً ا + ۳ لا : ا کی نسبت ہوگی قیمت نسبت تقریبی (۸۹۶۱)۵ : (۸۹۵۸)۵ کی بتاؤ

(۲) ایک جہاز میں اگر ہر ایک شخص سیر بھر کھاتا تو ۶۰ دنوں تک کھانے پینے کا اسباب اوسمیں تھا لیکن جب جہاز ۲۰ دن تک سمندر میں رہا تو طوفان آیا اور ۵ آدمی اوسمیں مر گئے اور جہاز میں اتنا نقصان آیا کہ ۴۲ دن تک توقف کرنا پڑا اور ہر شخص کو اپنی خوراک گھٹا کر ⅚ سیر مقرر کرنی پڑی تو بتاؤ کتنے آدمی تھے

(۳) ان مساواتوں کو حل کرو

$$\frac{۷لا + ۶}{۲۸} - \frac{۳لا + ۴\frac{۱}{۲}}{۲۳لا - ۶} + \frac{لا}{۱۴} = \frac{۱۱لا}{۲۱} - \frac{لا - ۳}{۴۲}$$

(۲) $$\left.\begin{array}{l} \frac{لا + ی}{ی} - \frac{۲لا}{لا + ۲} + \frac{لا^۲ - لا^۲ ی}{ی^۲ - لا^۲ ی} = \frac{۳}{۵} \\ لا ی = ۶ \end{array}\right]$$

(۳) $$لا + \frac{ی}{۲} = ی + \frac{ی}{۳} = ی + \frac{لا}{۴} = ۱۰۰$$

(۴) کب ایک مقدار کو دو اور مقداروں کے درمیان وسط فی النسبت کہتے ہیں اور

ب کے درمیان وسط فی النسبت دریافت کرو

(۳) اگر ا : ب :: ج : د تو ثابت کرو کہ

(۱) ا ± ب : ا :: ج ± د : ج

(۲) ا + $\frac{ل}{ن}$ ب : ا − $\frac{ل}{ن}$ ب :: ج + $\frac{ل}{ن}$ د : ج − $\frac{ل}{ن}$ د

(۴) اگر ا^{2} + ۲ ب^{2} : ۲ ا^{2} + ۳ ب^{2} :: ج^{2} + ۲ د^{2} : ۲ ج^{2} + ۳ د^{2} تو ا اور ب اور ج اور د متناسب ہونگے

(۵) اگر ی ∝ لا ذ تو ثابت کرو کہ ی = س لا ذ اور س ایک مقدار مستقل اور معین ہے

اگر ا ∝ ب اور س ∝ د تو ثابت کرو کہ ا س ∝ ب د

مثلث مین رقبہ = ½ قاعدہ × ارتفاع عمودی فرض کرو کہ رقبہ نہ بدلے اور قاعدہ اور ارتفاع بدلین تو بتاؤ قاعدہ بلحاظ ارتفاع عمودی کے کسطرح بدلتا ہے

(۶) اگر زید اور بکر جس وقت کھیلنے بیٹھے زید پاس سے چند روپیہ بکر کے روپیہ سے تہا اول گھنٹہ مین زید ۵ روپیہ ہارا اور اوسکا روپیہ ایسا بدلتا ہی جیسا کہ وقت شروع سے بالعکس بدلتا ہی اور بعد ۳ کے گھنٹہ زید کے روپیہ کو بکر کے روپیے سے ۱۳ اور ۹ کی نسبت ہے تو بتاؤ ہر یک پاس کتنا روپیہ تہا

سلسلہ جمع تفریق یا متوالیہ حسابیہ

(۱۵۴) حد جبر مقابلہ مین جب متسلسل ایسی مقداریں ہون کہ وہ باہم ایک دوسرے پر موقوف بعض قانون کے موجب ہون تو ایسی مقادیر کو سلسلہ کہتے ہین

حد اگر کوئی سلسلہ مقادیر کا بالترتیب ایسا ہو کہ زیادہ یا کم ایک ہی مقدار کی جمع یا تفریق کرنے سے ہوتا ہو تو اوسکے سلسلہ جمع یا تفریق یا متوالیہ حسابیہ کہتے ہین اور جو ایک ہی مقدار جمع یا تفریق ہوتی ہے اوسکو فرق عام یا فرق مشترک کہتے ہین مثلاً سلسلہ ا و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وغیرہ جو ایک کے زیادہ کرنے سے ہر رقم پیدا ہوتا ہے

اور جسکی ہر رقم اپنی ما قبل کے رقم سے بقدر ایک کے زیادہ ہے سلسلہ جمع تفریق یا متوالیہ حسابیہ ہے

اب یہہ سلسلہ اعداد ۱۹ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۱ وغیرہما جو ہر رقم مین سے ۲ کے تفریق کرنے سے پیدا ہوتا ہے یعنی جسمین ہر رقم اپنی ما قبل کے رقم سے بقدر ۲ کے کم ہے سلسلہ جمع تفریق ہے یا متوالیہ حسابیہ ہے

اور علی ہذا القیاس ان سلسلون مین سے ہر ایک سلسلہ −۶ و −۳ و ۰ و +۳ و +۶ و +۹ وغیرہما اور ۱۰ و ۴ و −۲ و −۸ و −۱۴ وغیرہما اور ۲ لا و ۵ لا و ۸ لا و ۱۱ لا وغیرہما مین سے سلسلہ جمع تفریق یا متوالیہ حسابیہ ہے اور ان سلسلون کا فرق عام +۳ اور −۶ اور +۳ لا ہین سلسلہ جمع تفریق کی صورت عام یہہ ہے

ا و ا + ب و ا + ۲ ب و ا + ۳ ب و ا + ۴ ب وغیرہما

یا ا و ا − ب و ا − ۲ ب و ا − ۳ ب و ا − ۴ ب وغیرہما

اول سلسلہ مین مقدارین بقدر ب کے بڑہتی جاتی ہین اور دوسرے سلسلہ مین بقدر ب کے گھٹتی جاتی ہین ب فرق عام ہے

(۱۵۵) سلسلہ ا و ا + ب و ا + ۲ ب و ا + ۳ ب وغیرہما

اول رقم ا ہی جو = ا + ۰ × ب = ا + (۱ − ۱) ب

دوسری رقم ا + ب ہی جو = ا + ۱ × ب = ا + (۲ − ۱) ب

تیسری رقم ا + ۲ ب ہی جو = ا + ۲ × ب = ا + (۳ − ۱) ب

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ہر رقم مین سر ب کا سلسلہ کے تعداد ارقام سے جو اوس رقم تک ہو بقدر ایک کے کم ہے

∴ (ن − ۲) وین رقم = ا + [(ن − ۲) − ۱] ب = ا + (ن − ۳) ب

(ن − ۱) وین رقم = ا + [(ن − ۱) − ۱] ب = ا + (ن − ۲) ب

ن وین رقم = ا + (ن − ۱) ب

اور نیز سلسلہ ا و ا − ب و ا − ۲ ب و ا − ۳ ب وغیرہما مین

اول رقم ا ہی جو = ا + ۰ × ـ ب = ا ـ ۰ × ب = ا ـ (۱ ـ ۱) ب

دوسری رقم ا ـ ب ہے جو = ا + (۲ ـ ۱) × ـ ب = ا ـ (۲ ـ ۱) ب

تیسری رقم ا ـ ۲ ب ہے جو = ا + (۳ ـ ۱) × ـ ب = ا ـ (۳ ـ ۱) ب

اور علی ہذ القیاس ن وین رقم ا + (ن ـ ۱) × ـ ب = ا ـ (ن ـ ۱) ب

اور یہہ وہی رقم ہے جو پہلے سلسلہ کی ن وین رقم تھی صرف ب کی جگہہ ـ ب رکھا گیا ہے

(۱۵۶) سلسلہ جمع تفریق کی اول رقم اور فرق عام معلوم ہے کوئی سی رقم اوسکی دریافت کرو

فرض کرو کہ ا = اول رقم کی ب = فرق عام کے

بموجب دفعہ آخر کے ن وین رقم = ا + (ن ـ ۱) ب

امثلہ نمبری ۶۰ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۲۵ وین رقم سلسلہ ۲ و ۵ و ۸ و ۱۱ وغیرہما کی دریافت کرو

اب اوپر کے قانون جبریہ مین ا = ۲ اور ب = ۳ اور ن = ۲۵

∴ ۲۵ وین رقم = ۲ + (۲۵ ـ ۱) ۳

= ۲ + ۲۴ × ۳ = ۷۴

مثال ۲ سلسلہ ۱۵ و ۱۱ و ۷ و ۳ وغیرہما کی دسوین رقم دریافت کرو

قانون جبریہ مذکور مین ا = ۱۵ اور ب = ـ۴ اور ن = ۱۰

∴ دسوین رقم = ۱۵ + (۱۰ ـ ۱) × ـ ۴

= ۱۵ ـ ۹ × ۴ = ۱۵ ـ ۳۶ = ـ۲۱

مثال ۳ ۷ وین رقم سلسلہ $\frac{۱}{۲}$ ـ ۱ ـ $\frac{۵}{۲}$ ـ وغیرہما کی دریافت کرو

یہان ا = $\frac{۱}{۲}$ و ب = ـ $\frac{۳}{۲}$ و ن = ۷

∴ ۷ وین رقم = $\frac{۱}{۲}$ + (۷ ـ ۱) × ـ $\frac{۳}{۲}$

= $\frac{۱}{۲}$ ـ $\frac{۳ \times ۶}{۲}$ = ـ $\frac{۱۷}{۲}$ = ـ ۸ $\frac{۱}{۲}$

مثال ۴ آٹھوین اور ۲ ن وین رقم اس سلسلہ کے

[ن ا ـ ب] + (ن ـ ۱) ا + [(ن ـ ۲) ا + ب] + وغیرہما

چونکہ (ن ـ ۱) ا ـ (ن ا ـ ب) = ب ـ ا اور (ن ـ ۲) ا + ب ـ (ن ـ ۱) ا = ب ـ ا

∴ قانون جبریہ مین ا کی جگہہ ن ا − ب اور ن کی جگہہ ۸ رکھو اور پہر ۲ن اور ب کی جگہہ ب − ا لو تو

∴ ۸ وین رقم = ن ا − ب + (۸ − ۱) (ب − ا)

= ن ا − ب + ۷ ب − ۷ ا = (ن − ۷) ا + ۶ ب

۲ن وین رقم = ن ا − ب + (۲ن − ۱) (ب − ا)

= ن ا − (۲ن − ۱) ا + (۲ن − ۱) ب − ب

= ا (۱ − ن) + ۲ (ن − ۱) ب = (۲ ب − ا) (ن − ۱)

امثلہ نمبری ۰۴ مشق کے واسطے

(۱) ۷ وین ۱۰ وین ۲۳ وین رقمین سلسلہ ۱ + ۳ + ۵ + ۷ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۲) ۶ وین ۱۱ وین ۲۷ وین رقمین سلسلہ ۲ + ۵ + ۸ + ۱۱ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۳) ۴ وین ۷ وین اور (ن − ۱) وین رقمین سلسلہ ۱۱ + ۸ + ۵ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۴) ۸ وین ۱۳ وین اور ۲ن وین رقمین سلسلہ ۲ + ۲ $\frac{۱}{۳}$ + ۲ $\frac{۲}{۳}$ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۵) ۹ وین ۱۶ وین اور ($\frac{ن}{۲}$ + ۱) وین رقمین سلسلہ کی

$\frac{۱}{۴}$ + $\frac{۳}{۸}$ + $\frac{۱}{۲}$ وغیرہا

(۶) ۵ وین ۲۹ وین اور (۲ن − ۱) وین رقمین سلسلہ

$\frac{۱}{۳}$ + $\frac{۵}{۶}$ + ۳ + $\frac{۲۱}{۶}$ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۷) ۱۲ وین ۲۰ وین ن وین رقمین سلسلہ − ۵ − ۳ − ۱ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۸) ۷ وین ۱۹ وین اور (ن + ۳) وین رقمین سلسلہ $\frac{۵}{۶}$ + $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۶}$ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۹) ۵ وین ن وین اور ($\frac{ن}{۲}$ − ۱) وین رقمین سلسلہ

$\frac{ن-۱}{ن}$ + $\frac{ن-۲}{ن}$ + $\frac{ن-۳}{ن}$ + وغیرہ کی دریافت کرو

(۱۰) ۶ وین ۱۱ وین ن وین رقمین سلسلہ

(ا + لا)^۲ + (ا^۲ + لا^۲) + (ا − لا)^۲ + وغیرہا کی دریافت کرو

(۵۷) جو مقادیر کہ سلسلہ حسابیہ مین ہون اونکی جمع دریافت کرو

فرض کرو کہ ا = اول رقم کی اور ب = فرق عام اور ن = تعداد ارقام کی اور ص = حاصل جمع کی

موافق دفعہ ۱۵۵ کے

ص = ا + [ا + ب] + [ا + ۲ب] + وغیرہما + [ا + (ن − ۳) ب] + [ا + (ن − ۲) ب] + [ا + (ن − ۱) ب] (۱)

اور نیز ص = ا + (ن − ۱) ب + [ا + (ن − ۲) ب] + [ا + (ن − ۳) ب] + وغیرہما + [ا + ۲ب] + [ا + ب] + ا (۲)

ارقام کو معکوس کرکے لکھا ہے

اب (۱) اور (۲) کے اسطرح جمع کرو کہ سلسلہ (۱) کی اور (۲) کی اول رقموں کو ایک مجموعہ میں لکھو اور پہر سلسلہ (۱) اور (۲) کی دوسری رقموں کو ایک مجموعہ مین اور علی ہذا القیاس

۲ص = [۲ا + (ن − ۱) ب] + [۲ا + (ن − ۱) ب] + وغیرہما + [۲ا + (ن − ۱) ب]

اب یہان ن ایسی رقمین ہین

= [۲ا + (ن − ۱) ب] × ن

∴ ص = [۲ا + (ن − ۱) ب] $\frac{ن}{۲}$

امثلہ نمبری ۱۶ حل کی ہوئی

مثال ۱ سلسلہ ۱ و ۳ و ۵ و ۷ وغیرہما کی ۱۲۰ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ ص = [۲ا + (ن − ۱)] $\frac{ن}{۲}$

ب = ۲

ن = ۱۲۰

∴ اس صورت مین ص = [۲ × ۱ + ۲ (۱۲۰ − ۱)] $\frac{۱۲۰}{۲}$

= [۲ × ۱۱۹ + ۲] ۶۰ = ۲۴۰ × ۶۰ = ۱۴۴۰۰

مثال ۲ سلسلہ ۱ و ۱$\frac{۱}{۲}$ و ۲ و ۲$\frac{۱}{۲}$ و ۳ وغیرہما کے ۳۲ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ ص = [۲ا + (ن − ۱) ب] $\frac{ن}{۲}$

ب = $\frac{۱}{۲}$ = [۲ × ۱ + (۳۲ − ۱) $\frac{۱}{۲}$] $\frac{۳۲}{۲}$

ن = ۳۲ = [۲ + ۳۱ × $\frac{۱}{۲}$] ۱۶ = $\frac{۳۵}{۲}$ × ۱۶ = ۲۸۰

مثال ۳ ۱۵ و ۱۱ و ۷ و ۳ وغیرہما کی ۲۰ رقموں کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱۵ ص = [۲ا + (ن − ۱) ب] $\frac{ن}{۲}$

ب = −۴ = [۲ × ۱۵ + (۲۰ − ۱) × −۴] $\frac{۲۰}{۲}$

ن = ۲۰ = [۳۰ − ۷۶] ۱۰ = −۴۶ × ۱۰ = −۴۶۰

مثال ۴ سلسلہ $\frac{ن − ۱}{ن}$ + $\frac{ن − ۳}{ن}$ + $\frac{ن − ۵}{ن}$ + وغیرہما کی تعم دریافت کرو

(ن−۲)/ن − (ن−۱)/ن = −۱/ن اور نیز (ن−۵)/ن − (ن−۳)/ن = −۲/ن

یہان ا = (ن−۱)/ن ص = [۲ا + (ن−۱) ب] ن/۲

ب = −۱/ن = [۲(ن−۱)/ن + (ن−۱) × −۱/ن] ن/۲

ن = ن = [۲(ن−۱)/ن − ۲(ن−۱)/ن] ن/۲ = ن/۲ × ۰ = ۰

امثلہ نمبری ۱۶۱ مشق کے واسطے

ان سلسلون میں سے ہر ایک سلسلہ کے رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو

(۱) ۲ + ۵ + ۸ + وغیرہما کی ۱۰ رقمون اور ۱۵ رقمون کا

(۲) ۲ + ۴ + ۶ + وغیرہما کی ۱۵ رقمون ۲۰ رقمون کا

(۳) ۳ + ۷ + ۱۱ + وغیرہما کی ۱۲ رقمون ۲۵ رقمون کا

(۴) ۱ + ۳ + ۵ + وغیرہما کی ۱۰۰ رقمون اور ن رقمون کا

(۵) ۳ + ۹ + ۱۵ + وغیرہما کی ۱۱ رقمون ۳۰ رقمون تک

(۶) ۲ + ۷ + ۱۲ + وغیرہما ن رقمون اور ۱۰۱ رقمون تک

(۷) ۲ + ۵/۲ + ۳ + وغیرہما ۷ رقمون اور ۲۰ رقمون تک

(۸) ۸ + ۸ ۱/۴ + ۸ ۱/۲ + وغیرہما ۲۵ رقمون اور ۲ن رقمون تک

(۹) ۱/۲ + ۳/۴ + ۱ + وغیرہما ۱۰ رقمون اور ن رقمون تک

(۱۰) ۱ + ۲ ۱/۳ + ۳ ۲/۳ + وغیرہما ۳۰ رقمون اور ۵۳ رقمون تک

(۱۱) ۳ + ۲ + ۱ + وغیرہما ۱۰ رقمون اور ۲۰ رقمون تک

(۱۲) ۷ + ۵ + ۳ + وغیرہما ۱۵ رقمون اور ۳۶ رقمون تک

(۱۳) −۵ −۳ −۱ − وغیرہما ۸ رقمون اور ن رقمون تک

(۱۴) ۱۱۶ + ۱۰۸ + ۱۰۰ وغیرہما ۱۰ رقمون اور ۱۷ رقمون تک

(۱۵) ۱/۲ + ۱/۳ + ۱/۶ + وغیرہما ۷ رقمون اور ۱۰ رقمون تک

(۱۶) ۴ − ۳ − ۱۰ − وغیرہما ۱۰ رقمون اور ن رقمون تک

(۱۷) ۶ + ۱۱/۲ + ۵ + وغیرہما ۲۵ رقمون اور ۵۰ رقمون تک

(۱۸) ۳/۵ − ۱۴/۱۰ − ۵۱/۱۵ − وغیرہما ۱۰ رقمون اور ن/۲ رقمون تک

(۱۹) ۵/۶ + ۱/۲ + ۱/۶ − وغیرہما ۱۹ رقمون اور (ن + ۱) رقمون تک

(۲۰) لا + (لا + ۱) + (لا + ۲) + وغیرہما ع رقمون اور لا رقمون تک

(۲۱) (ن−۱)/ن + (ن−۲)/ن + (ن−۳)/ن + وغیرہما ۷ رقمون اور ن رقمون تک

(۲۲) (ا + لا)^۲ + (ا^۲ + لا^۲) + (ا − لا)^۲ + وغیرہما ن رقموں تک

(۲۳) (ن − ۱)/ن + ن + (ن + ۱)/ن + وغیرہما ن رقموں تک

(۲۴) (ا − ب)/(ا + ب) + (۳ ا − ۲ ب)/(ا + ب) + (۵ ا − ۳ ب)/(ا + ب) + وغیرہما ن رقموں تک

(۲۵) (ن ا − ب) + (ن − ۱) (ا − ب) + [(ن − ۲) ا + ب] + وغیرہما ن رقموں تک

نتیجہ اول ص = [۲ ا + (ن − ۱) ب] ن/۲ = [ا + ا + (ن − ۱) ب] ن/۲

اگر ل = ن ویں رقم سلسلہ کے لو

ل = ا + (ن − ۱) ب

∴ ص = [ا + ل] ن/۲

اس سے معلوم ہوا کہ سلسلہ حسابیہ کے اول اور آخر رقم کا مجموعہ نصف تعداد ارقام میں ضرب دیا گیا برابر اونکے مجموعہ ارقام کے ہوتا ہے

مثال ۵ ۳۶ ویں رقم سلسلہ ۴۰ و ۳۸ و ۳۶ وغیرہما کی دریافت کرو اور سلسلہ کی ۳۶ رقموں کا ن حاصل جمع دریافت کرو

ا = ۴۰ ∴ ل = ۴۰ + (۳۶ − ۱) × −۲

ب = −۲ = ۴۰ − ۳۵ × ۲

ن = ۳۶ = ۴۰ − ۷۰

اور ص = (ا + ل) ن/۲ = [۴۰ + (−۳۰)] ۳۶/۲

= ۱۰ × ۱۸ = ۱۸۰

تنبیہ امثلہ نمبری ۱۵ کی مثالوں میں بھی یہہ ترکیب مستعمل ہو سکتی ہے

نتیجہ دوم مساوات ص = [۲ ا + (ن − ۱)] ن/۲ میں اگر تین مقداریں مقادیر ا و ب اور ن اور ص میں سے معلوم ہوں تو چوتھی مقدار دریافت ہو سکتی ہے

اسطرح کہ ۲ ص = ۲ ا ن + ب ن^۲ − ب ن ∴ ۲ ا ن = ۲ ص − ب ن^۲ + ب ن

∴ ا = (۲ ص − ب ن^۲ + ب ن)/۲ ن (۱)

اور نیز ب (ن^۲ − ن) = ۲ ص − ۲ ا ن

∴ ب = (۲ ص − ۲ ا ن)/(ن^۲ − ن) (۲)

اور نیز ن^۲ + (۲ ا − ب)/ب ن = ۲ ص/ب (۳)

یہہ مساوات درجہ دوم کی ہے اور ا سے ن کی دو قیمتین معلوم ہونگین اگر ایک مثبت ہو اور دوسری منفی تو فقط قیمت مثبت کام کی ہے اور اگر دونو قیمتین ن کی مثبت ہون تو اوس سے یہہ معلوم ہوگا کہ دو مجموعہ مقادیر کے ایسے ہین کہ شرائط سوال کو پورا کرتے ہین

مثال ۶ ایک سلسلہ جمع تفریق کا حاصل جمع ۱۲۴۰ ہے اور فرق عام -۴ اور تعداد ارقام ۲۰ اول رقم دریافت کرو

یہان ص = ۱۲۴۰ ص = [۲ا + (ن - ۱) ب] ن/۲

ب = -۴ ∴ ۱۲۴۰ = [۲ا + (۲۰ - ۱) × -۴] ۱۰

ن = ۲۰ یا ۱۲۴ = ۲ا - ۷۶

∴ ۲ا = ۱۲۴ + ۷۶ = ۲۰۰

∴ ا = ۱۰۰

مثال ۷ سلسلہ حسابیہ کی کا حاصل جمع ۱۴۵۵ ہے اور رقم اول ۵ ہے اور تعداد ارقام ۳۰ ہے تو فرق عام دریافت کرو

یہان ص = ۱۴۵۵ اور ص = [۲ا + (ن - ۱) ب] ن/۲

ا = ۵ ∴ ۱۴۵۵ = [۵ × ۲ + (۳۰ - ۱) ب] ۳۰/۲

ن = ۳۰ یعنی ۱۴۵۵ = [۱۰ + ۲۹ ب] ۱۵

یعنی = ۱۰ + ۲۹ب

۲۹ب = ۸۷

∴ ب = ۳

مثال ۸ سلسلہ حسابیہ کا حاصل جمع ۵۶۷ اور اول رقم ۷ اور فرق عام ۲ تعداد ارقام دریافت کرو

ص = [۲ا + (ن - ۱) ب] ن/۲

یہان ص = ۵۶۷ ∴ ۲ص = [۲ا + (ن - ۱) ب] ن

ا = ۷ ∴ ۱۱۳۴ = [۱۴ + (ن - ۱) ۲] ن

ب = ۲ = ۱۴ن + ۲ن² - ۲ن

∴ ن² + ۶ن = ۵۶۷

∴ ن² + ۶ن + ۹ = ۵۶۷ + ۹

= ۵۷۶

∴ ن + ۳ = ±۲۴

∴ ن = ۲۱ یا -۲۷

∴ تعداد ارقام = ۲۱

مثال ۹ سلسلہ حسابیہ کی جمع ۷۲۵ ہے اول رقم ۱۴ اور فرق عام ۳ تعداد ارقام دریافت کرو

یہان ص = ۵۴ ص = [۲ا + (ن-۱) ب] ن/۲

ب = -۲ ∴ ۲ص = [۲ا + (ن-۱) ب] ن

ا = ۱۴ ∴ ۱۰۸ = [۲۸ - (ن-۱) ۲] ن

= ۲۸ن - ۲ن² + ۲ن

∴ ۵۴ = ۱۵ن - ن²

∴ ن² - ۱۵ن + ۲۲۵/۴ = ۲۲۵/۴ - ۵۴

= ۹/۴

∴ ن - ۱۵/۲ = ± ۳/۲

ن = ۹ یا ۶

اب ان قیمتون سے معلوم ہوتا ہے کہ سلسلے کے ارقام کے دو مجموعے ایسے ہین کہ جنسے شرائط سوال پوری ہوتی ہین اسواسطے کہ سلسلہ ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ و ۰ و -۲ ہین

اس سلسلہ کی اول ۶ رقموں کا مجموعہ ۵۴ ہے اور مجموعہ آخر تین رقموں ۲ و ۰ و -۲ = ۰ اسواسطے

مجموعہ سلسلہ کی نو رقموں کا = ۵۴ ہے

امثلہ نمبری ۱۶ مشق کے واسطے

(۱) ایک سلسلہ حسابیہ کا حاصل جمع ۹۵۰ اور فرق عام ۳ اور تعداد ارقام ۲۵ ہو اول رقم دریافت کرو

(۲) ایک سلسلہ حسابیہ کا حاصل جمع ۱۶۵ اول رقم ۳ اور تعداد ارقام ۱۰ ہے فرق عام بتلاؤ

(۳) ایک سلسلہ حسابیہ کا حاصل جمع ۴۲ اور اول رقم ۳ اور فرق عام ۲ ہے تعداد ارقام دریافت کرو

(۴) سلسلہ ۵۴ اور ۵۱ و ۴۸ وغیرہ کی کتنی رقمین لین کہ حاصل جمع ۵۱۳ ہو

ان سوالون کے جو دو جواب نکلین انکے معنی بیان کرو

(۵) ایک سلسلہ حسابیہ مین مجموعہ ارقام = ۲۷۸ اور اول رقم ۳۴۰ اور فرق عام ۰۰۴ ہے مین تعداد ارقام دریافت کرو

(۶) سلسلہ حسابیہ کا مجموعہ ۹۱ ہے اور فرق عام ۲ اور آخر رقم ۱۹ ہو تعداد ارقام دریافت کرو

(۱۵۸) حد اگر تین مقادیر ا اور لا اور ب سلسلہ حسابیہ مین ہون تو لا کو اوسط حسابیہ ا اور ب کے درمیان کہتے ہین

اگر ایک سلسلہ مقادیر کا ا اور ا + لا اور ا + ۲لا اور ا + ۳لا اور ا + ۴لا وغیرہ سلسلہ حسابیہ ہو

تو دو اطراف کی رقموں کے بیچ مین جو رقمین ہون اونکو اوساط حسابیہ کہتے ہین

(۱۵۹) اوسط حسابیہ دو رقمون کے بیچ مین دریافت کرو

فرضکرو کہ ا اور ب مقادیر معلوم ہون
لد اوسط حسابیہ
تو ا اور لد اور ب سلسلہ حسابیہ مین ہوئین

یعنی $\text{ا} - \text{لد} = \text{لد} - \text{ب}$

$\text{ا} + \text{ب} = ۲\,\text{لد}$

$\therefore \text{لد} = \frac{\text{ا} + \text{ب}}{۲}$

اوسط حسابیہ دو مقادیر کے درمیان نصف مجموعہ اون مقادیر کا ہوتا ہے

مثال $\frac{۱}{۴}$ اور $\frac{۱}{۲}$ کے درمیان اوسط حسابیہ دریافت کرو

بموجب قاعدہ کے جو اوپر بیان ہوا $\frac{\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۳}{۸}$

یا اسطرح کہ فرض لد اوسط مطلوب ہے

تو $\frac{۱}{۴} - \text{لد} = \text{لد} - \frac{۱}{۲}$

$\therefore ۲\,\text{لد} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴}$

$\therefore \text{لد} = \frac{۳}{۸}$

(۱۶۰) دو مقادیر معلوم کے درمیان تعداد اوساط حسابیہ مندرج کرو

فرضکرو کہ ا اور ب دو مقادیر ہون
م تعداد ارقام اوساط کی

$\therefore$ تعداد ارقام کی سلسلہ مین م + دو ارقام اطراف کی یعنی م + ۲ کی

$\therefore$ اگر لد فراق عام ہو

$\text{ب} = \text{ا} + \left[(\text{م} + ۲) - ۱ \right] \text{لد}$

$= \text{ا} + (\text{م} + ۱)\,\text{لد}$

$\therefore \text{لد} = \frac{\text{ب} - \text{ا}}{\text{م} + ۱}$

اسسے معلوم ہوا کہ سلسلہ یہہ ہوگا

$\text{ا},\ \text{ا} + \frac{\text{ب} - \text{ا}}{\text{م} + ۱},\ \text{ا} + ۲\,\frac{\text{ب} - \text{ا}}{\text{م} + ۱}$ وغیرہا $\text{ا} + \text{م}\,\frac{\text{ب} - \text{ا}}{\text{م} + ۱},\ \text{ب}$

یعنی $\text{ا},\ \frac{\text{م}\,\text{ا} + \text{ب}}{\text{م} + ۱},\ \frac{(\text{م} - ۱)\,\text{ا} + ۲\,\text{ب}}{\text{م} + ۱}$ وغیرہا $\frac{\text{ا} + \text{م}\,\text{ب}}{\text{م} + ۱},\ \text{ب}$

امثلہ نمبری ۶۲ حل کی ہوئی

مثال ۱۱۷ اور ۴۷۷ کے درمیان تین اوساط حسابیہ دریافت کرو

یہاں تعداد ارقام = ۳ + ۲

∴ ۷۷۴ = ۱۱۷ + (۳ + ۱) لا اگر لا فرق عام ہو

یعنے ۳۶۰ = ۴ لا

∴ لا = ۹۰

∴ اوساط ۱۱۷ + ۹۰ اور ۱۱۷ + ۲ × ۹۰ اور ۱۱۷ + ۳ × ۹۰

یعنی ۲۰۷ و ۲۹۷ و ۳۸۷ ہے

مثال ۲ ـ ۲ اور ۳ کے درمیان دو اوساط حسابیہ مندرج کرو

فرض کرو کہ لا فرق عام ہے

تو تعداد ارقام = ۲ + ۲ = ۴

∴ ۳ = −۳ + ۳ لا

∴ ۳ لا = ۶

∴ لا = ۲

∴ اوساط −۳ + ۲ اور −۳ + ۲ × ۲

یعنے −۱ اور +۱ ہیں

مثال ۳ ۱ اور $-\frac{1}{2}$ کے درمیان ۷ اوساط حسابیہ مندرج کرو

فرض کرو کہ لا فرق عام ہے

تعداد ارقام = ۷ + ۲ = ۹

∴ $-\frac{1}{2}$ = ۱ + ۸ لا

∴ ۸ لا = $-\frac{3}{2}$

∴ لا = $-\frac{3}{16}$

∴ اوساط ۱ − $\frac{3}{16}$ و ۱ − $\frac{6}{16}$ و ۱ − $\frac{9}{16}$ و ۱ − $\frac{12}{16}$ و ۱ − $\frac{15}{16}$ و ۱ − $\frac{18}{16}$ و ۱ − $\frac{21}{16}$

یعنی $\frac{13}{16}$ و $\frac{5}{8}$ و $\frac{7}{16}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{16}$ و $-\frac{1}{8}$ و $-\frac{5}{16}$ ہیں

امثلہ نمبری ۶۲ مشق کے واسطے

(۱) ۱ اور ۵ کے درمیان −۵ اور +۳ کے درمیان اور ۱ اور ۴ $\frac{1}{4}$ کے درمیان اور ۲ $\frac{1}{5}$ اور ۴ $\frac{1}{12}$ کے درمیان $\frac{ن-1}{ن}$ اور $\frac{ن+1}{ن}$ کے درمیان (۱ + لا)^2 اور (۱ − لا)^2 کے درمیان رقم اوسط دریافت کرو

(۲) ۱۹ اور ۴۳ کے درمیان ۴ اوساط حسابیہ مندرج کرو اور ۳ اور ۵۹ کے درمیان ۷ اوساط حسابیہ اور ۲ و −۱۸ کے درمیان ۴ اوساط حسابیہ مندرج کرو

(۳) ۱ اور ۱۱ کے درمیان ۱۲ اوساط حسابیہ اور ۱ اور −۱ کے درمیان ۹ اوساط حسابیہ مندرج کرو

سوالات متفرقہ سلسلہ حسابیہ کے حل کئے ہوئے

مثال ١ سلسلہ حسابیہ مین ۴ اعداد ایسے بتلاؤ جنکا مجموعہ ۵٦ ہو اور مجموعہ اونکے مربعون کا ٦۴ ہو

فرض کرو کہ لا - ی اور لا اور لا + ی اور لا + ۲ی اعداد ہین ی فرق عام ہے

تو بموجب سوال کے

لا - ی + لا + لا + ی + لا + ۲ی یعنی ۴لا + ۲ی = ۵٦ (١)

(لا - ی)² + لا² + (لا + ی)² + (لا + ۲ی)² یعنی ۴لا² + ۴لای + ٦ی² = ٨٦۴ (٢)

مساوات (١) سے ۲لا + ی = ۲٨

∴ مساوات کے مجذور کرنے سے ۴لا² + ۴لای + ی² = ٧٨۴

مساوات (٢) سے ۴لا² + ۴لای + ٦ی² = ٨٦۴

∴ ۵ی² = ٨٠

ی² = ١٦

ی = ± ۴

∴ لا = (۲٨ ∓ ی)/۲ = ١۲ یا ١٦

خواہ ی کی کوئی سی قیمت لین اوسکی بموجب ٨ اور ١۲ اور ١٦ اور ۲٠ ہین [illegible] اعداد

مثال ۲ سلسلہ حسابیہ مین تین اعداد کا مجموعہ ٩ ہے اور اونکے مکعبون کا مجموعہ ١۵٣ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

فرض کرو لا - ی اور لا اور لا + ی اعداد ہین

تو بموجب شرائط سوال کے

لا - ی + لا + لا + ی یعنی ٣لا = ٩ (١)

(لا - ی)³ + لا³ + (لا + ی)³ یعنی ٣لا³ + ٦لای² = ١۵٣ (٢)

مساوات (١) سے لا = ٣

∴ اس قیمت کے رکہنے سے مساوات (٢) ہوجائیگی کہ ٨١ + ١٨ی² = ١۵٣

∴ ی² = ۴

∴ ی = ± ۲

∴ اعداد ١ و ٣ و ۵ ہین

مثال ٣ اگر ایک آدمی ١٠٠٠ روپیہ سے تجارت شروع کرے اور ١٠٠ روپیہ اول سال مین اوسکے سرمایہ مین زیادہ ہون اور دوسرے برس مین ۲٠٠ اور تیسرے سال مین ٣٠٠ اور علی ہذالقیاس ۲٠ برس تک اور پہر روپیہ اسطرح گہٹنا شروع ہو کہ اول سال مین ۲٠٠ اور دوسرے سال مین ۴٠٠ اور تیسرے مین ٦٠٠ اور علی ہذالقیاس

تو بتاؤ ۴۰ برس کے آخر مین کتنا روپیہ جمع ہوگا

اول ۲۰ برس کے اندر مقدار نفع کے دریافت کرتے ہین

ا = ۱۰۰ ص = [۲ا + (ن − ۱) ب] ن/۲

ب = ۱۰۰ = [۲۰۰ + ۱۹ × ۱۰۰] ۱۰

ن = ۲۰ = ۲۱۰۰۰ روپیہ

∴ اوسکا اول ۲۰ برس مین فایدہ ۲۱۰۰۰ روپیہ کا ہے

∴ علی ہذا القیاس دوسرے ۲۰ برس مین ‹‹ ۴۲۰۰۰ روپیہ کا ہے

∴ ۴۰ برس کے انجام مین ۱۰۰۰ روپیہ + ۲۱۰۰۰ روپیہ + ۴۲۰۰۰ روپیہ یعنی ۶۴۰۰۰ روپیہ

مثال ۴ ایک عدد تین ہندسون کا ہے اور اوسکے ہندسے سلسلہ حسابیہ مین ہین اور اگر اوس عدد کو اوسکے ہندسون کے مجموعہ پر تقسیم کرین تو ۲۶ حاصل ہوتی ہین اور اگر اوسپر ۱۹۸ زیادہ کرین تو ہندسے معکوس ہو جاتے ہین اوس عدد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا − ی اور لا اور لا + ی ہندسے ہون

تو عدد = ۱۰۰ (لا − ی) + ۱۰ لا + لا + ی

= ۱۱۱ لا − ۹۹ ی

∴ بموجب سوال کے (۱۱۱ لا − ۹۹ ی) / ۳ لا = ۲۶ (۱)

۱۱۱ لا − ۹۹ ی + ۱۹۸ = ۱۰۰ (لا + ی) + ۱۰ لا + لا − ی (۲)

سے اسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۳ اور ی = ۱

اسواسطے ہندسے ۲ و ۳ و ۴ اور عدد مطلوب ۲۳۴ ہے

مثال ۵ ایک سیدہ مین ۲۰۰ پتھر دو دو فٹ کے فاصلہ پر رکھے ہوئے ہین اور ایک ٹوکرا ۲۰ گز کے فاصلہ پر اول پتھر سے رکھا ہے تو بتاؤ اگر ایک شخص ایک ایک پتھر اوٹھا اوٹھا کر اوس ٹوکرے مین رکھے تو کتنی مسافت طے کریگا

جتنی مسافت طے کریگا وہ دو چند مجموعہ اوس سلسلہ حسابیہ کا ہوگا جسکی اول رقم = ۶۰ فیٹ فرق عام = ۲ اور تعداد ارقام = ۲۰۰

اسے معلوم ہوا کہ ان قیمتون کے رکھنے سے ص = [۲ا + (ن − ۱) ب] ن/۲ سے حاصل ہوتا ہے کہ

ص = [۲×۱۹۹ + ۱۲۰] ۱۰۰

∴ مسافت = ۵۱۸۰۰ فیٹ

۱۰۳۶۰۰ فیٹ = ۱۹ میل ۴ فرلنگ ۶۴۰ فیٹ

مثال ۶ ۱۹۸ میل مسافر کو چلنا تہا وہ اول دن ۳۰ میل چلا اور ۲۸ میل دوسرے دن اور ۲۶ میل تیسرے دن علے ہذالقیاس تو بتاؤ اپنے سفر کو کتنے دنون مین طے کریگا

اب اس سوال کا مطلب یہہ ہے کہ تعداد ارقام اس قانون جبریہ مین دریافت کرین کہ

ص = [۲ ا + (ن − ۱) ب] ن/۲

یہان ا = ۳۰
ب = −۲
ص = ۱۹۸

∴ ۱۹۸ = [۶۰ − (ن − ۱) ۲] ن/۲

اسسے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ ن = ۲۲ یا ۹ کے سلسلون کے اول ۹ رقمون کا مجموعہ برابر ۱۹۸ کے ہے اسلئے نوین دن کے آخر مین مسافر اپنا سفر پورا کر لیگا اور باقی تیرہ رقمین ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ و ۰ و −۲ و −۴ و −۶ و −۸ و −۱۰ و −۱۲ ہین اگر وہ ۶ دن تک آگے چلا جائے اور ساتوین دن آرام کرے اور پہر الٹا آخر چہہ دن تک چلے تو اسطرح وہ بائیسوین دن اپنے سفر کو ختم کریگا

مثال ۷ اوساط حسابیہ ۱ اور ۳۱ کے درمیان ہین اور ۷ وین : (ن − ۱) وین :: ۵ : ۹ ن کو دریافت کرو

تعداد ارقام = ن + ۲

∴ اگر لا فرق عام ہو

۳۱ = ۱ + (ن + ۱) لا

∴ لا = ۳۰/(ن + ۱)

∴ ۷ وین رقم وسط = ۱ + (۷×۳۰)/(ن + ۱) = (ن + ۲۱۱)/(ن + ۱)

اور (ن − ۱) وین رقم اوسط = ۱ + ۳۰(ن − ۱)/(ن + ۱) = (۳۱ن − ۲۹)/(ن + ۱)

∴ (ن + ۲۱۱)/(ن + ۱) : (۳۱ن − ۲۹)/(ن + ۱) :: ۵ : ۹

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ ن = ۱۴

مثال ۸ ص۱ و ص۲ و ص۳ ... صع حاصل جمع حسابیہ سلسلون کے ن رقمون کا ہے اول رقمین ۱ و ۲ و ۳ وغیرہا اور فرق عام ۱ و ۳ و ۵ وغیرہا مین قیمت ص۱ + ص۲ + ص۳ + وغیرہا + صع کی دریافت کرو

$$\text{ص}_1 = \left[2 + (\text{ن}-1)1 \right] \frac{\text{ن}}{2} = \frac{\text{ن}^2}{2} + \frac{\text{ن}}{2}$$

$$\text{ص}_2 = \left[4 + (\text{ن}-1)3 \right] \frac{\text{ن}}{2} = \frac{3\text{ن}^2}{2} + \frac{\text{ن}}{2}$$

$$\text{ص}_3 = \left[6 + (\text{ن}-1)5 \right] \frac{\text{ن}}{2} = \frac{5\text{ن}^2}{2} + \frac{\text{ن}}{2}$$

وغیرہا = وغیرہا

$$\text{ص}_{\text{ع}} = \left[2\text{ع} + (\text{ن}-1)(2\text{ع}-1) \right] \frac{\text{ن}}{2} = \frac{\text{ن}^2(2\text{ع}-1)}{2} + \frac{\text{ن}}{2}$$

$$\therefore \text{ص}_1 + \text{ص}_2 + \text{ص}_3 + \text{وغیرہا} + \text{ص}_{\text{ع}} = \frac{\text{ن}^2}{2}\left[1 + 3 + 5 + \text{وغیرہا} + (2\text{ع}-1) \right] + \text{ع}\cdot\frac{\text{ن}}{2}$$

$$= \frac{\text{ن}^2}{2}\left[2 + (\text{ع}-1)2 \right]\frac{\text{ع}}{2} + \frac{\text{ن ع}}{2}$$

$$= \frac{\text{ن ع}}{2}\left[\text{ن ع} + 1 \right]$$

مثالین نمبری ۴۳ مشق کے واسطے

(۱) ۲۴ گھنٹہ مین کتنی آوازین گھنٹہ کی ہوتی ہین اور گھنٹہ مین فقط گھنٹہ ہی بجتا ہے

(۲) ثابت کرو کہ طاق اعداد ۱ و ۳ و ۵ وغیرہ کے سلسلہ مین مجموعہ ارقام برابر تعداد ارقام کے مجذور کے ہوتا ہے

(۳) اول رقم $\text{ن}^2 - \text{ن} + 1$ ہے اور فرق عام ۲ تو ثابت کرو کہ ن ارقام = ن^3
اور اسسے معلوم ہوتا ہے کہ $1^3 = 1$ و $2^3 = 3 + 5$ اور $3^3 = 7 + 9 + 11$

(۴) ایسے تین اعداد سلسلہ حسابیہ مین دریافت کرو کہ حاصل جمع = ۱۵ اور حاصل ضرب = ۱۲۰

(۵) ایک آدمی نے ۴۷ بھیڑین خریدین اور پہلی بھیڑ کی قیمت مین ایک روپیہ اور دوسری بھیڑ کی قیمت مین ۳ روپیہ اور ۵ روپیہ تیسری بھیڑ کی قیمت مین اور علی ہذا القیاس دئیے تو بتاؤ سب بھیڑونکی قیمت کیا ہے

(۶) ایک آدمی نے سال کے پہلے دن ایک پیسا دیا اور دوسرے دن دو پیسے اور تیسرے دن ۳ پیسے اور علی ہذا القیاس اسیطرح سے خیرات کرتا رہا تو بتاؤ سال بھر مین کتنا روپیہ اوسنے خیرات کا دیا

(۷) ایک شخص کو قرض اتنے روپیون کا دینا ہے کہ اگر اول ہفتہ مین ۱ روپیہ اور دوسرے ہفتہ مین ۳ روپیہ اور تیسرے ہفتہ مین ۵ روپیہ اور علی ہذا القیاس دئیے جاوی تو برس روز مین وہ قرض بالکل ادا ہو جاوے قرض اور آخر قسط کا روپیہ بتاؤ

(۸) سلسلہ حسابیہ مین مجموعہ تین رقمونکا ۱۵ اور مجموعہ اطراف کے مجذور کا ۵۸ ہے اون اعداد کو بتلاؤ

(۹) سلسلہ حسابیہ مین چار اعداد ہین مجموعہ اطراف کا ۸ ہے اور حاصلضرب اوساط کا ۱۵ اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۰) چار اعداد سلسلہ حسابیہ مین ایسے ہین کہ اونکے دو اوساط کے مجذورون کا مجموعہ ۲ ہے اور دو اطراف کے مجذورون کا مجموعہ ۱۸ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۱) سلسلہ حسابیہ مین ایک خاص تعداد مقادیر کی ہے جنکا فرق عام ۲ ہے اور جنکا مجموعہ برابر اونکے مجموعہ آٹھ گنی کے ہے اگر ۳۱ کو دوسری رقم پر زیادہ کرین اور اس حاصل جمع کو مجموعہ ارقام پر تقسیم کرین تو خارج قسمت اول رقم کے برابر ہوتا ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۲) زید یکسان رفتار سے ۶ میل ایک گھنٹہ مین چلتا ہے اور ۳ گھنٹہ ۲۰ منٹ چل چکا تھا کہ اوسکے پیچھے بکر روانہ ہوا اور بکر اس حال سے چلا کہ اول گھنٹہ مین ۵ میل اور ۶ میل دوسرے گھنٹہ مین اور ۷ میل تیسرے گھنٹہ مین اور علی ہذالقیاس تو بتاؤ کتنے گھنٹون مین بکر زید کو پکڑ لیگا

(۱۳) سلسلہ حسابیہ مین ایک خاص تعداد مقادیر کی ہے جنکی اول رقم ۲ ہے اور جنکا مجموعہ آٹھ گنا تعداد ارقام سے ہے اگر تیسری رقم پر ۲ زیادہ کرین اور حاصل جمع کو تعداد ارقام پر تقسیم کرین تو خارج قسمت فرق عام ہوگا اون اعداد کو دریافت کرو

(۱۴) م وین اور ن وین رقمین سلسلہ حسابیہ کی معلوم ہین ع وین رقم دریافت کرو

(۱۵) ایک سلسلہ کی پانچوین اور نوین رقمین ۱۱ اور ۹ ہین دوسری اور ساتوین رقم دریافت کرو

(۱۶) ثابت کرو کہ کسی سلسلہ حسابیہ کی ۲ن رقمون مین سے آخر نصف رقمون کا مجموعہ برابر ہوتا ہے اوسی سلسلہ کے ۳ن رقمون کے مجموعہ کے ایک تہائی کے

(۱۷) اگر ص۱ اور ص۲ اور ص۳ تین حسابیہ سلسلون کی ن رقمون کا مجموعہ ہو جنکی اول رقم ۱ ہے اور فرق عام جدا جدا ۱ و ۲ و ۳ ہین تو ثابت کرو کہ ص۱ اور ص۳ اور ۲ص۲ سلسلہ حسابیہ مین ہین

(۱۸) م سلسلے حسابیہ ہین اور ہر ایک ۱ سے شروع ہوتا ہے اور اونکے فرق عام ۱ و ۲ و ۳ وغیرہا م ہین تو ثابت کرو کہ مجموعہ اونکی ن رقمون کا = ن/۴ [(ن−۱) م^۲ + (ن+۱) م]

(۱۹) دو شہروں میں ۱۹۸ میل کا فاصلہ ہے وہاں سے موہن اور سوہن بارادہ ملاقات چلے موہن اول دن ۳ میل اور دوسرے دن ۵ میل اور ۷ میل تیسرے دن اور علی ہذا القیاس چلتا ہے اور سوہن اول دن ۴ میل اور دوسرے دن ۶ میل اور تیسرے دن ۸ میل چلتا ہے تو بتاؤ کتنے دنوں چلکر وہ آپسمیں ملینگے

(۲۰) اول جنوری سنہ ۱۷۹۹ع کو ایک فقیر نے اتنی گروٹ زید سے پائیں جتنی برسوں کا زید تہا اور سات برس تک ہمیشہ یکم جنوری کو زید اسطرح گروٹ دیتا رہا اور پہر زید مر گیا اور ان سب گروٹ کی قیمت ۱۷ پونڈ ۸ شلنگ ۸ پنس تہی تو بتاؤ زید کس عمر میں مرا

سلسلہ ضرب تقسیم یا سلسلہ ہندسیہ

(۱۶۱) اگر ایک سلسلہ مقادیر کا بالترتیب ہو کہ ایک مشترک جزضربی کے گہٹا بڑہتا ہو یعنی اگر ہر ایک رقم بعد اول رقم کے اسطرح پیدا ہوتی ہو کہ ما قبل کی رقم کو کسی ایک ہی مقدار میں ضرب دین تو اس جز ضربی کو نسبت مشترک اور اس سلسلہ کو سلسلہ ہندسیہ کہتے ہیں یا سلسلہ ضرب تقسیم

مثلاً سلسلہ اعداد ۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ وغیرہما سلسلہ ضرب تقسیم یا سلسلہ ہندسیہ ہے جسمیں بعد اول رقم کے ہر ایک رقم اسطرح پیدا ہوتی ہے کہ ما قبل کی رقم کو ایک عدد میں یعنی نسبت مشترک ۲ میں ضرب دی ہے اور علی ہذا القیاس ان سلسلوں میں سے ہر ایک سلسلہ اول ۱/۳ و ۱/۹ و ۱/۲۷ وغیرہا

ا اور ار اور ار۲ اور ار۳ اور ار۴ وغیرہما

سلسلہ ہندسیہ ہے اور نسبت مشترک اول سلسلہ میں ۱/۳ اور دوسرے میں ر ہے

تنبیہ نسبت مشترک نہایت آسانی سے اسطرح دریافت ہوتی ہے کہ کسی رقم کو اوسکی ما قبل کی رقم پر تقسیم کرو صورت عام سلسلہ ہندسیہ کی یہہ ہے

ا و ار و ار۲ و ار۳ و ار۴ وغیرہما

اگر رکسر غیر واجب ہی تو یہہ سلسلہ بڑہتا ہے اور اگر رکسر واجب ہے تو یہہ سلسلہ گہٹتا ہے

اس سلسلہ ا و ار و ار۲ و ار۳ و ار۴ وغیرہما میں

اول رقم ا = ا × ر⁰ = ار^(۱-۱)

دوسری رقم ا ر جو = ا × ر = ا ر$^{۲-۱}$

تیسری رقم ا ر^{۲} جو = ا ر$^{۳-۱}$

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ کسی رقم مین قوت نمار کا ہمیشہ اوس تعداد سے بقدر ایک کے کم ہوتا ہے جو اوس رقم کا مقام سلسلہ مین بتلاتی ہے

∴ (ن-۲) وین رقم ہوگی = ا ر$^{(ن-۲)-۱}$ = ا ر$^{ن-۳}$

(ن-۱) وین رقم ہوگی = ا ر$^{(ن-۱)-۱}$ = ا ر$^{ن-۲}$

ن وین رقم = ا ر$^{(ن-۱)}$

(۱۶۲) سلسلہ ہندسیہ کی اول رقم اور نسبت مشترک معلوم ہے اوسکی کوئی سی رقم دریافت کرنا

فرض کرو کہ ا = اول رقم اور ر = نسبت مشترک تو بموجب آخر دفعہ کے

ن وین رقم = ا ر$^{ن-۱}$

مثالین نمبری ۴ حل کی ہوئی

مثال ۱ نوین رقم سلسلہ ۱ و ۴ و ۱۶ و ۶۴ وغیرہما کی دریافت کرو

اوپر کی صورت جبریہ مین ا = ۱ اور ر = ۴ اور ن = ۹

∴ نوین رقم = ۱ × ۴$^{۹-۱}$

= ۴^{۸} = ۶۵۵۳۶

مثال ۲ ۳ + ۴ $\frac{۱}{۲}$ + ۶ $\frac{۳}{۴}$ + وغیرہما کی آٹھوین رقم دریافت کرو

۴ $\frac{۱}{۲}$ ÷ ۳ = $\frac{۳}{۲}$ اور نیز ۶ $\frac{۳}{۴}$ ÷ ۴ $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۳}{۲}$

∴ ا = ۳ اور ر = $\frac{۳}{۲}$ اور ن = ۸

∴ ۸ وین رقم = ۳ × $(\frac{۳}{۲})^{۸-۱}$

= ۳ × $(\frac{۳}{۲})^{۷}$ = $\frac{۶۵۶۱}{۱۲۸}$ = ۵۱ $\frac{۳۳}{۱۲۸}$

مثال ۳ پانچوین اور چھٹی رقمین سلسلہ ۱ - ۳ + ۹ - ۲۷ + وغیرہما کی دریافت کرو

اول ا = ۱ و ر = -۳ اور ن = ۵

∴ پانچوین رقم = ۱ × (-۳)$^{۵-۱}$

= (-۳)^{۴} = ۸۱

دوم ا = ۱ و ر = -۳ اور ن = ۶

∴ چھٹی رقم = ۱ (-۳)$^{۶-۱}$

= (-۳)^{۵} = -۲۴۳

مثال ۴ سلسلہ ۲ $\frac{۱}{۲}$ - ۱ + $\frac{۲}{۵}$ - وغیرہما کی - پانچوین رقم اور ن وین رقم دریافت کرو

اول ا = ۲ $\frac{۱}{۲}$ اور ر = - $\frac{۲}{۵}$ اور ن = ۵

∴ پانچوین رقم = $۲\frac{۱}{۲}\left(-\frac{۲}{۵}\right)^{۵-۱}$

$= \frac{۵}{۲} \cdot \frac{۱۶}{۶۲۵} = \frac{۸}{۱۲۵}$

دوم ا = $۲\frac{۱}{۲}$ اور ر = $-\frac{۲}{۵}$ اور ن = ن

∴ ن وین رقم $\frac{۵}{۲}\left(-\frac{۲}{۵}\right)^{ن-۱}$

$= \frac{۵}{۲} \times \pm \frac{۲^{ن-۱}}{۵^{ن-۱}}$ اگر ن طاق ہو تو علامت + کی اور ن جفت ہو تو - کی علامت

$= \pm \frac{۲^{ن-۲}}{۵^{ن-۲}}$

امثلہ نمبری ۴۶ مشق کے واسطے

(۱) چھٹی رقم سلسلہ ۱ + $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۴}$ + وغیرہا دریافت کرو

(۲) سلسلہ ۱۰۰ + ۴۰ + ۱۶ + وغیرہا کی نوین اور $\frac{ن}{۲}$ وین رقم دریافت کرو

(۳) ۹ - ۶ + ۴ - وغیرہا کی چوتھی اور ن وین رقم دریافت کرو

(۴) سلسلہ $\frac{۳}{۲}$ - ۱ + $\frac{۲}{۳}$ - وغیرہا کی پانچوین اور (ن - ۱) وین رقمین دریافت کرو

(۱۶۳) مقادیر سلسلہ ہندسیہ مین ہین اونکا حاصل جمع دریافت کرو

فرض کرو کہ ا = اول رقم ر = نسبت مشترک ن = تعداد ارقام کی اور ص = مجموعہ سلسلہ کے دفعہ ۱۶۱ سے ظاہر ہوتا ہے کہ

ص = ا + ار + ا$ر^۲$ + ا$ر^۳$ + وغیرہا + ا$ر^{ن-۲}$ + ا$ر^{ن-۱}$ (۱)

رص = ار + ا$ر^۲$ + ا$ر^۳$ + ا$ر^۴$ + وغیرہا + ا$ر^{ن-۱}$ + ا$ر^ن$ (۲)

(۱) کو ۲ سے تفریق کرو چونکہ (۱) کی دوسری رقم سلسلہ (۲) کی اول رقم سے اور (۱) کی تیسری رقم (۲) کی دوسری رقم سے اور علی ہذا القیاس ن وین رقم سلسلہ (۱) کی (ن - ۱) وین رقم (۲) سے تفریق ہو کر فنا ہو جاتی ہین اور یہہ نتیجہ حاصل ہوتا ہے کہ

رص - ص = ا$ر^ن$ - ا

یعنی (ر - ۱) ص = ا$ر^ن$ - ا

$ص = \frac{ار^ن - ا}{ر - ۱}$

تنبیہ اول اگر ن بہت بڑا ہو تو جمع کرنا سلسلہ کا نہایت مشقت کا کام ہو جاویگا وہان لوگارثم کی اعانت لینی چاہئے

تنبیہ دوم اگر کسر واجب ہو تو ر اور ر اوسکی قواء بہ نسبت ا کے کم ہونگی اسواسطے حساب کی آسانی کے

لئے مساوات $\frac{\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}-\text{ا}}{\text{ر}-1}$ کی شمار کنندہ اور نسب نما کو − امین ضرب دیکر یہ صورت بناؤ $\frac{\text{ا}-\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}}$

امثلہ نمبری ۶۵ حل کی ہوئی

مثال ۱ سلسلہ ۱ + ۳ + ۹ + ۲۷ + وغیرہما کی ۱۲ رقموں تک حاصل جمع دریافت کرو

یہاں ا = ۱، ر = ۳، ن = ۱۲

$$\text{ص} = \frac{\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}-\text{ا}}{\text{ر}-1} = \frac{1\times 3^{12}-1}{3-1} = \frac{531441-1}{2} = 265720$$

مثال ۲ سلسلہ ۸۱ − ۲۷ + ۹ − وغیرہما کی ۸ رقموں تک جمع دریافت کرو

یہاں ا = ۸۱ اور ص = $\frac{\text{ا}-\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}}$

ر = $-\frac{1}{3}$، ن = ۸

$$= \frac{81-81\left(-\frac{1}{3}\right)^{8}}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$= \frac{81\left[1-\frac{1}{6561}\right]}{1+\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1640}{27} = 60\frac{20}{27}$$

مثال ۳ سلسلہ ۱ + $\frac{4}{3}$ + $\frac{16}{9}$ + وغیرہما کی ۱۰ رقموں تک جمع کرو

یہاں ا = ۱، ر = $\frac{4}{3}$، ن = ۱۰

$$\text{ص} = \frac{\text{ا}-\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}}{\text{ا}-\text{ر}}$$

$$= \frac{\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{10}-1\right]}{\frac{4}{3}-1}$$

$$= \frac{\frac{1024}{59049}-1}{\frac{1}{3}} = \frac{58025\times 3}{59049}$$

$$= \frac{174075}{59049}$$

مثال ۴ سلسلہ ۲$\frac{1}{2}$ − ۱ + $\frac{2}{5}$ − وغیرہما کی ن رقموں تک جمع کرو

اب ا = $\frac{5}{2}$، ر = $-\frac{2}{5}$، ن = ن

$$\text{ص} = \frac{\text{ا}-\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}}$$

$$= \frac{\frac{5}{2}\left[1-\left(-\frac{2}{5}\right)^{\text{ن}}\right]}{1+\frac{2}{5}}$$

$$= \frac{\frac{5}{2}\left[1\mp\frac{2^{\text{ن}}}{5^{\text{ن}}}\right]}{\frac{7}{5}}$$

جب ن طاق ہو تو − اور جب جفت ہوں تو +

$$= \frac{5}{2}\times\frac{5}{7}\times\frac{5^{\text{ن}}\mp 2^{\text{ن}}}{5^{\text{ن}}} = \frac{1}{14}\cdot\frac{5^{\text{ن}}\mp 2^{\text{ن}}}{2\cdot 5^{\text{ن}}}$$

مثال ۵ اس سلسلہ $(\text{ا}^2-\text{ب}^2)+(\text{ا}+\text{ب})+\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}}$ + وغیرہما کی ن رقموں تک دریافت کرو

$$\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}} \div (\text{ا}+\text{ب}) = \frac{1}{\text{ا}-\text{ب}} \quad \text{اور نیز} \quad (\text{ا}+\text{ب}) \div (\text{ا}^2-\text{ب}^2) = \frac{1}{\text{ا}-\text{ب}}$$

یہاں ا = ا² − ب² اور ص = $\frac{\text{ا}-\text{ا}\text{ر}^{\text{ن}}}{1-\text{ر}}$

ر = $\frac{١}{ا-ب}$ ، ن = ن

$$= \frac{(ا-ب)^{٢}\left[١-\left(\frac{١}{ا-ب}\right)^{ن}\right]}{١-\frac{١}{ا-ب}}$$

$$= \frac{(ا-ب)^{٢}\left[(ا-ب)^{ن}-١\right]}{(ا-ب)^{ن}} \times \frac{ا-ب}{ا-ب-١}$$

$$= \frac{(ا+ب)}{(ا-ب)^{ن-٣}} \cdot \frac{(ا-ب)^{ن}-١}{ا-ب-١}$$

مثال ٦ سلسلہ $\frac{لا^{٥}}{...}$ - ا لا + $\frac{ا^{٢}}{لا}$ - وغیرہا کی ن رقموں تک جمع دریافت کرو

یہاں ا = $\frac{لا^{٥}}{ا^{٢}}$ ، ص = $\frac{ا(١-ر^{ن})}{١-ر}$

ر = $-\frac{ا}{لا^{٣}}$ ، ن = ن

$$= \frac{\frac{لا^{٥}}{ا^{٢}}\left[١-\left(-\frac{ا}{لا^{٣}}\right)^{ن}\right]}{١-\left(-\frac{ا}{لا^{٣}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{لا^{٥}}{ا^{٢}}\left[\frac{لا^{٣ن} \mp ا^{ن}}{لا^{٣ن}}\right]}{\frac{لا^{٣}+ا}{لا^{٣}}}$$ جب جفت ہو تو - اور جب طاق ہو تو +

$$= \frac{لا^{٨}}{ا^{٢}لا^{٣ن}}\left[\frac{لا^{٣ن} \mp ا^{ن}}{لا^{٣}+ا}\right] = \frac{١}{ا^{٢}لا^{٣ن-٨}} \cdot \frac{لا^{٣ن} \mp ا^{ن}}{لا^{٣}+ا}$$

امثلہ نمبری ٥ مشق کے واسطے

ان سلسلوں کا حاصل جمع دریافت کرو

(١) ١ + ٢ + ٤ + ٨ + وغیرہا — ١٤ رقموں تک

(٢) ١ + ٤ + ١٦ + ٦٤ + وغیرہا — ٧ رقموں تک

(٣) ١٠٠ + ٤٠ + ١٦ + وغیرہا — ٥ رقموں تک

(٤) ٤ + ٣ + $\frac{٩}{٤}$ + وغیرہا — ١٠ رقموں تک

(٥) ٣ - ٦ + ١٢ - وغیرہا — ٦ رقموں تک

(٦) ٩ - ٦ + ٤ - وغیرہا — ٩ رقموں تک

(٧) ١ + $\frac{٣}{٢}$ + $\frac{٩}{٤}$ + وغیرہا — ١٠ رقموں تک

(٨) ١ + $\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٩}$ + $\frac{١}{٢٧}$ + وغیرہا — ٨ رقموں تک

(٩) $\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٢}$ + $\frac{٣}{٤}$ - وغیرہا — ٥ رقموں تک

(١٠) $\frac{١}{٢}$ - $\frac{١}{٣}$ + $\frac{٢}{٩}$ - وغیرہا — ٦ رقموں تک

(١١) - $\frac{٧}{٥}$ + $\frac{٧}{٢}$ - $\frac{٣٥}{٤}$ + وغیرہا — ٥ رقموں تک

(١٢) $\frac{٢}{٥}$ - $\sqrt{\frac{٢}{٥}}$ + ١ - وغیرہا — ٨ رقموں تک

(١٣) $\sqrt{\frac{٣}{٥}}$ - $\sqrt{٦}$ + ٢$\sqrt{١٥}$ - وغیرہا — ٨ رقموں تک

(۱۴) $\frac{۱}{۶} - \frac{۲}{۹} + \frac{۸}{۲۷} -$ وغیرہا — ن رقمون تک

(۱۵) ۴ + ۲ + ۱ + وغیرہا — ن رقمون تک

(۱۶) $۱ + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹} +$ وغیرہا — ن رقمون تک

(۱۷) $۱ - \frac{۲}{۳} + \frac{۴}{۹} -$ وغیرہا — ن رقمون تک

(۱۸) −۶۳ + ۲۱ − ۷ + وغیرہا — ن رقمون تک

(۱۹) $\frac{۱}{\sqrt{۲}} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲\sqrt{۲}} +$ وغیرہا — ن رقمون تک

(۲۰) [illegible] + وغیرہا — ن رقمون تک

(۱۶۴) دفعہ اخر مین $\text{ص} = \frac{\text{ا ر}^{\text{ن}} - \text{ا}}{\text{ر} - ۱}$

$= \frac{\text{ا ر}^{\text{ن}-۱} \times \text{ر} - \text{ا}}{\text{ر} - ۱}$

اگر ل = ن وین رقم سلسلہ کے

$\text{ل} = \text{ا ر}^{\text{ن}-۱}$

$\therefore \text{ص} = \frac{\text{ل} \times \text{ر} - \text{ا}}{\text{ر} - ۱}$ یعنی $\frac{\text{رل} - \text{ا}}{\text{ر} - ۱}$

اس مساوات سے جب چار مقادیر ا ور ل وص مین سے تین معلوم ہون تو چوتہی رقم بہی معلوم ہوسکتی ہے

(۱۶۵) سلسلہ ہندسیہ لانہایت رقمون کا حاصل جمع دریافت کرو جسمین نسبت مشترک کسر واجب ہو

دفعہ ۱۶۲ کی تنبیہ ۲ مین ا اول رقم ہی ر (ایک کسر واجب) نسبت مشترک اور ن تعداد ارقام اور حاصل جمع ص ہے اوسمین ہم نے ثابت کیا ہے کہ

$\text{ص} = \frac{\text{ا} - \text{ا ر}^{\text{ن}}}{۱ - \text{ر}}$

ر ایک کسر واجب ہو تو ن جتنا بڑا ہوتا جائیگا قیمت رن کی اور اسلیئے ا رن کی گہٹتی جائیگی اور اگر ن لانہایت زیادہ ہوجائے تو ا رن لانہایت کم ہوگا اور اسواسطے ن اکے مقابلہ مین نسبتہ ہر یک مقدار کے جو مقرر ہو سکتی ہے چہوٹا ہوگا اسواسطے ا رن کو ساقط کرسکتی ہین اور اگر مح ایسی لانہایت سلسلہ کی قیمت کو تعبیر کرے تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$\text{مح} = \frac{\text{ا}}{۱ - \text{ر}}$

جملہ $\frac{\text{ا}}{۱ - \text{ر}}$ کو حد کہتے اوسکی قریب قریب ہمیشہ جمع سلسلہ کی ایسی آتی جاتی ہے کہ ان دونو مین تفاوت ہر مقدار سے جو مقرر ہوسکتی ہے کم ہوسکتا ہی اگرچہ یہہ حاصل جمع لانہایت سلسلہ مساوات حقیقی $\frac{\text{ا}}{۱ - \text{ر}}$ کے ساتہہ نہین پیدا کرتا لیکن مساوات تقریبی ایسی پیدا کرتا ہے کہ اونکا حاصل تفریق ہر مقدار سے چہوٹا ہوسکتا ہے اور اسلیئے وہ اس لانہایت سلسلہ

کی جمع کو تعبیر کرتا ہے کیونکہ ا کو ا - ر پر تقسیم کرین تو یہہ سلسلہ لانہایت پیدا ہوگا کہ

ا + ار + ار۲ + ار۳ + وغیرہا لانہایت

امثلہ نمبری ۶۶ حل کی ہوئی

(۱) سلسلہ ۱ + ۱/۳ + ۱/۹ + ۱/۲۷ + وغیرہا لانہایت کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ ، مج = ا/(۱ - ر)

ر = ۱/۳ ، = ۱/(۱ - ۱/۳) = ۳/۲

مثال ۲ سلسلہ ۳/۴ + ۱/۲ + ۱/۳ + ۲/۹ + وغیرہا لانہایت کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۳/۴ ، مج = ا/(۱ - ر)

ر = ۲/۳ ، = (۳/۴)/(۱ - ۲/۳) = ۳/۴ × ۳/۱ = ۹/۴

مثال ۳ سلسلہ ۱ - ۲/۳ + ۴/۹ - وغیرہا لانہایت کا حاصل جمع دریافت کرو

یہان ا = ۱ ، مج = ا/(۱ - ر)

ر = - ۲/۳ ، = ۱/(۱ + ۲/۳) = ۳/۵

امثلہ نمبری ۶۶ مشق کے واسطے

ان سلسلون کا حاصل جمع دریافت کرو

(۱) ۱/۵ + ۱/۲۵ + ۱/۱۲۵ + وغیرہا لانہایت

(۲) ۱ + ۳/۴ + ۹/۱۶ + وغیرہا لانہایت

(۳) ۵/۳ + ۱ + ۳/۵ + ۹/۲۵ وغیرہا لانہایت

(۴) ۳ - ۱ + ۱/۳ - وغیرہا لانہایت

(۵) ۱/۱۰ + ۱/۲۰ + ۱/۴۰ + وغیرہا لانہایت

(۶) ۳ ۳/۴ + ۲ ۱/۲ + ۱ ۱/۲ + وغیرہا لانہایت

(۷) ۱/۵ + ۱/۲۰ + ۱/۸۰ + وغیرہا لانہایت

(۸) √(۳/۲) + √(۲/۳) + ۲/۳ + √(۲/۳)۳ + وغیرہا لانہایت

(۹) (لا + ا)/(لا - ا) + (لا - ا)/(لا + ا) + ((لا - ا)/(لا + ا))۳ + وغیرہا لانہایت

(١٠) $\frac{لا}{٢}$ + ... + ... + ... + وغیرہا لانہایت

تنبیہ قانون جبریہ مج = $\frac{ا}{١-ر}$ سے کسور مدور کی قیمت دریافت کرنیکی نہایت اچھی ترکیب معلوم ہوتی ہے کسور مدور سلسلۂ ہندسیہ مین ہوتی ہین جنکی نسبت مشترک $\frac{١}{١٠}$ و $\frac{١}{١٠٠}$ و $\frac{١}{١٠٠٠}$ وغیرہا مین یعنی دور مکرر مین جتنے ہندسے ہون اوسکے موافق ان نسبت مشترکہ مین سے نسبت لو

مثال ١ قیمت وغیرہ ٣٣٣٣. کی قیمت دریافت کرو

یہہ کسر اعشاریہ اس سلسلہ ہندسیہ سے تعبیر ہوتی ہے

$$\frac{٣}{١٠} + \frac{٣}{١٠٠} + \frac{٣}{١٠٠٠} + \text{وغیرہا}$$

$$\therefore ا = \frac{٣}{١٠} \quad مج = \frac{ا}{١-ر} = \frac{\frac{٣}{١٠}}{١-\frac{١}{١٠}} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$$

$$ر = \frac{١}{١٠}$$

مثال ٢ وغیرہ ٨١٣٤٣٤٣٤. کی قیمت دریافت کرو

$$٨١٣٤٣٤٣٤. = \frac{٨١}{١٠٠} + \text{(سلسلہ ہندسیہ)} \; \frac{٣٤}{١٠٠٠٠} + \frac{٣٤}{١٠٠٠٠٠٠} + \text{وغیرہا}$$

$$ا = \frac{٣٤}{١٠٠٠٠} \quad \therefore مج = \frac{ا}{١-ر} = \frac{\frac{٣٤}{١٠٠٠٠}}{١-\frac{١}{١٠٠}} = \frac{٣٤}{٩٩٠٠}$$

$$ر = \frac{١}{١٠٠}$$

$$\therefore \text{قیمت کسر اعشاریہ} = \frac{٨١}{١٠٠} + \frac{٣٤}{٩٩٠٠} = \frac{٨٠٥٣}{٩٩٠٠}$$

(١٦٦) **حد** اگر تین مقادیر ا اور لا اور ب سلسلہ ہندسیہ مین ہون تو لا کو اوسط ہندسیہ ا اور ب کے درمیان کہتے ہین

اگر سلسلہ مقادیر ا و ار و ار٢ و ار٣ و ار٤ وغیرہا سلسلہ ہندسیہ ہو تو دو اطراف کے بیچ مین جتنی رقمین ہون اونکو اوساط ہندسیہ اون اطراف کا کہتے ہین

(١٦٧) دو مقداروں کے درمیان اوسط ہندسیہ دریافت کرو

فرض کرو کہ ا اور ب مقادیر ہون

لا اوسط ہندسیہ

تو ا اور لا اور ب سلسلہ ہندسیہ مین ہین

$$\therefore \frac{لا}{ا} = \frac{ب}{لا}$$

$$\therefore لا^٢ = اب$$

$$\therefore لا = \sqrt{اب}$$

یعنی دو مقادیر کے درمیان اوسط ہندسیہ جذر اونکے حاصلضرب کا ہوتا ہے

مثال ۱/۲ اور ۱/۸ کے درمیان اوسط ہندسیہ دریافت کرو

بموجب قاعدہ مذکور کے اوسط ہندسیہ = √(۱/۲ × ۱/۸) = ± ۱/۴ یا اسطرح کہ

فرض کرو لا اوسط ہندسیہ ہے

تو لا ÷ ۱/۲ = ۱/۸ ÷ لا

∴ لا² = ۱/۱۶

∴ لا = ± ۱/۴

(۱۶۸) دو مقادیر معلوم مین تعداد اوساط ہندسیہ کو مندرج کرو

فرض کرو کہ ا اور ب دو مقادیر ہون

م تعداد اوسط رقمون کی ہو

تو تعداد ارقام سلسلہ کی = م + ۲

∴ اگر ر نسبت مشترک ہو

ب = ا ر^(م+۲)−۱

= ا ر^(م+۱)

∴ ر^(م+۱) = ب/ا

∴ ر = (ب/ا)^(۱/(م+۱))

اسے معلوم ہوا کہ سلسلہ یہہ ہوگا

ا و ا × (ب/ا)^(۱/(م+۱)) و ا × (ب/ا)^(۲/(م+۱)) وغیرہا ا (ب/ا)^(م/(م+۱)) و ب

امثلہ نمبری ۶۷ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۲ اور ۳۲ کے درمیان تین اوساط ہندسیہ مندرج کرو

تعداد ارقام = ۳ + ۲ = ۵

∴ اگر ر نسبت مشترک ہو

۳۲ = ۲ ر^(۳+۱) = ۲ ر⁴

∴ ر⁴ = ۱۶

∴ ر = ± ۲

∴ اوساط ۲ × ± ۲ و ۲ × ۲² و ۲ × ± ۲³ یعنی ± ۴ و ۸ و ± ۱۶ ہین

مثال ۲ ۱/۹ اور ۲۷ کے درمیان ۴ اوساط ہندسیہ مندرج کرو

اگر ر نسبت مشترک ہو

۲۷ = ۱/۹ ر^{۱+۴} = ۱/۹ ر^۵

∴ ر^۵ = ۲۴۳ یعنی ر = ۳

∴ اوساط ۱/۹ × ۳ و ۱/۹ × ۳^۲ و ۱/۹ × ۳^۳ و ۱/۹ × ۳^۴ یعنی ۱/۳ و ۱ و ۳ و ۹ ہین

امثلہ نمبری ۶۷ مشق کے واسطے

(۱) ۲ اور ۸ کے درمیان اور ۱۶/۲۷ اور ۱ ۱/۳ کے درمیان اور لا^۳ و ا^۲ لا^{-۱} اور ا^۲ - ب^۲ اور (ا+ب)/(ا-ب) کے درمیان اوسط ہندسیہ مندرج کرو

(۲) ۴ اور ۲۵۶ کے درمیان اور ۲ اور ۱۶/۲۷ کے درمیان اور ۴ اور -۱/۲ کے درمیان اور ۱ اور ۱/لا^۳ کے درمیان دو اوسط ہندسیہ مندرج کرو

(۳) ۱/۲ اور ۱۲۸ کے درمیان اور ۱٫۲۵ اور ۲۰ کے درمیان تین اوساط ہندسیہ مندرج کرو

امثلہ نمبری ۶۸

سلسلہ ہندسیہ کے متفرق سوالات حل کئے ہوئے

مثال ۱ سلسلہ ہندسیہ مین ۴ اعداد ہین جن سے اول اور دوم کا مجموعہ = ۱۵ اور مجموعہ سوم اور چہارم = ۶۰ اون اعداد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا اور لا ی اور لا ی^۲ اور لا ی^۳ اعداد ہون

تو لا + لا ی = ۱۵ (۱)

لا ی^۲ + لا ی^۳ = ۶۰ (۲)

مساوات (۲) سے ی^۲ (لا + لا ی) = ۶۰

∴ ۱۵ ی^۲ = ۶۰

∴ ی = ۲

∴ لا + ۲ لا = ۱۵ ∴ لا = ۵

∴ اعداد ۵ و ۱۰ و ۲۰ و ۴۰ ہین

مثال ۲ سلسلہ ہندسیہ مین چار اعداد ایسے ہین کہ اونکا مجموعہ = ۳۰ اور آخر رقم اوساط کے مجموعہ پر تقسیم کی گئی = ۴/۳ اون اعداد کو دریافت کرو

فرض کرو کہ لا اور لا ی اور لا ی^۲ اور لا ی^۳ اعداد ہون

تو لا + لا ی + لا ی^۲ + لا ی^۳ = ۳۰ (۱)

لا ی^۳ / (لا ی + لا ی^۲) = ۴/۳ (۲)

(۲) سے $\frac{\text{ی}^2}{1+\text{ی}} = \frac{4}{3}$

اسسے معلوم ہوا کہ ی = ۲

∴ (۱) میں رکھنے سے ۱۵ لا = ۳۰ ∴ لا = ۲

∴ اعداد ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ ہیں

مثال ۳ سلسلہ ہندسیہ میں تین ایسے اعداد ہیں کہ حاصل ضرب اونکا = ۶۴ اور اونکے مکعبونکا مجموعہ = ۵۸۴ اون اعداد کو دریافت کرو فرض کرو کہ لا اور لای اور لای² اعداد مطلوب ہیں

تو $\text{لا}^3\text{ی}^3 = 64 \quad (1)$

$\text{لا}^3 + \text{لا}^3\text{ی}^3 + \text{لا}^3\text{ی}^6 = 584 \quad (2)$

مساوات (۱) سے $\text{ی}^3 = \frac{64}{\text{لا}^3}$ اور $\text{ی}^6 = \frac{4096}{\text{لا}^6}$

∴ (۲) قیمت رکھنے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

$\text{لا}^6 - 520\,\text{لا}^3 = -4096$

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ۲ ∴ $\text{ی}^3 = \frac{64}{\text{لا}^3} = 8$ ∴ ی = ۲

اعداد ۲ و ۴ و ۸ ہیں

مثال ۴ جس سلسلہ ہندسیہ کی رقموں کی تعداد جفت ہو اوسمیں ثابت کرو کہ طاق رقموں کا مجموعہ جفت رقمونکے مجموعہ سے وہ نسبت رکھتا ہے جو ا رکھتا ہے ر سے اور ر نسبت مشترک ہے

فرض کرو کہ ا = اول رقم کی۔ اور ۲ن = تعداد ارقام

تو مجموعہ طاق رقموں کا = $\text{ا} + \text{ا}\text{ر}^2 + \text{ا}\text{ر}^4 +$ وغیرہ ن رقموں تک = $\text{ا}\,\frac{\text{ر}^{2\text{ن}} - 1}{\text{ر}^2 - 1}$

مجموعہ جفت رقموں کا = $\text{ا}\text{ر} + \text{ا}\text{ر}^3 + \text{ا}\text{ر}^5 +$ وغیرہ ن رقموں تک = $\frac{\text{ا}\text{ر}(\text{ر}^{2\text{ن}} - 1)}{\text{ر}^2 - 1}$

∴ مجموعہ طاق ارقام : مجموعہ جفت ارقام :: ا : ار :: ۱ : ر

مثال ۵ لا اور ی کے درمیان اوسط ہندسیہ : لا اور ی کے اوسط حسابیہ :: ب : ا تو ثابت کرو کہ $\text{لا} : \text{ی} :: \text{ا} + \sqrt{\text{ا}^2 - \text{ب}^2} : \text{ا} - \sqrt{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}$

ازروی سوال $\sqrt{\text{لای}} : \frac{\text{لا}+\text{ی}}{2} :: \text{ب} : \text{ا}$

∴ $\frac{2\sqrt{\text{لای}}}{\text{لا}+\text{ی}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}}$

∴ $\frac{4\,\text{لای}}{(\text{لا}+\text{ی})^2} = \frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}$

$1 - \frac{4\,\text{لای}}{(\text{لا}+\text{ی})^2} = 1 - \frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}$

یعنی $\frac{\text{لا}^2 - 2\,\text{لای} + \text{ی}^2}{\text{لا}^2 + 2\,\text{لای} + \text{ی}^2} = \frac{\text{ا}^2 - \text{ب}^2}{\text{ا}^2}$

یعنی $\frac{\text{لا} - \text{ی}}{\text{لا} + \text{ی}} = \sqrt{\text{ا} - \text{ب}}$

یعنی $\frac{\frac{\text{لا}}{\text{ی}} - 1}{\frac{\text{لا}}{\text{ی}} + 1} = \frac{\sqrt{\text{ا} - \text{ب}}}{1}$

$$\therefore \frac{\text{لا}}{\text{ی}} - 1 = \sqrt{\text{ا} - \text{ب}} \cdot \frac{\text{لا}}{\text{ی}} + \sqrt{\text{ا} - \text{ب}}$$

$$\therefore \left(1 - \sqrt{\text{ا} - \text{ب}}\right) \frac{\text{لا}}{\text{ی}} = 1 + \sqrt{\text{ا} - \text{ب}}$$

$$\therefore \frac{\text{لا}}{\text{ی}} = \frac{1 + \sqrt{\text{ا} - \text{ب}}}{1 - \sqrt{\text{ا} - \text{ب}}}$$

یعنی $\text{لا} : \text{ی} :: 1 + \sqrt{\text{ا} - \text{ب}^2} : 1 - \sqrt{\text{ا} - \text{ب}^2}$

مثال ۶ اگر $\text{ص} = (\text{لا} - \text{ی}) + \left(\frac{\text{ی}^2}{\text{لا}} - \frac{\text{ی}^3}{\text{لا}^2}\right) +$ وغیرہ ن رقموں تک جمع کرو اور اگر مح = اس سلسلہ کی لانہایت رقموں کے مجموعے کے ہو تو ثابت کرو کہ

$$\text{ص} : \text{مح} :: \text{لا}^{2\text{ن}} - \text{ی}^{2\text{ن}} : \text{لا}^{2\text{ن}}$$

$$\frac{\text{ی}^2}{\text{لا}} - \frac{\text{ی}^3}{\text{لا}^2} = \frac{\text{ی}^2\,\text{لا} - \text{ی}^3}{\text{لا}^2} = \frac{\text{ی}^2}{\text{لا}^2}(\text{لا} - \text{ی})$$

$$\therefore \text{نسبت مشترک} = \frac{\text{ی}^2}{\text{لا}^2}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{(\text{لا} - \text{ی})\left(\frac{\text{ی}^{2\text{ن}}}{\text{لا}^{2\text{ن}}} - 1\right)}{\frac{\text{ی}^2}{\text{لا}^2} - 1}$$

$$\text{مح} = \frac{\text{لا} - \text{ی}}{1 - \frac{\text{ی}^2}{\text{لا}^2}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{مح}} = \frac{1 - \frac{\text{ی}^{2\text{ن}}}{\text{لا}^{2\text{ن}}}}{1} = \frac{\text{لا}^{2\text{ن}} - \text{ی}^{2\text{ن}}}{\text{لا}^{2\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{ص} : \text{مح} :: \text{لا}^{2\text{ن}} - \text{ی}^{2\text{ن}} : \text{لا}^{2\text{ن}}$$

اسئلہ نمبری ۶۸ مشق کے واسطے

(۱) سلسلہ ہندسیہ میں تین اعداد ایسے ہیں کہ مجموعہ اول اور آخر رقم کا ۵۲ ہے اور اوسط کا مجذور ۱۰۰ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۲) ایک پہلے ہانس نے ۲۱۰ روپیہ تین آدمیوں میں تقسیم کیے اور اونکے حصے سلسلہ ہندسیہ میں تھے اول کو ۹۰ روپیہ زیادہ بہ نسبت تیسرے کے ہاتھ لگے تو بتاؤ ہر ایک کو کیا کیا ہاتھ لگا

(۳) سلسلہ ہندسیہ میں تین اعداد ہیں جنکا مجموعہ = ۲۱ اور مجموعہ اونکے مجذوروں = ۱۸۹ اون اعداد کو دریافت کرو

(۴) تین اعداد سلسلہ ہندسیہ مین ہین اونکا مجموعہ ۱۳۱ ہی اور مجموعہ اول اور آخر کا ۲۶ ہے
اون اعداد کو دریافت کرو

(۵) حاصل تفریق دو اعداد کے درمیان ۴۸ ہے اور اونکا اوسط حسابیہ اونکے اوسط ہندسیہ سے بقدر ۱۸ اکے زیادہ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۶) سلسلہ ہندسیہ مین تین اعداد ہین جنکا مجموعہ = ۱۳ اور مجموعہ اول اور دوم کا تقسیم کیا گیا دوم اور سوم کے مجموعہ پر = $\frac{۱}{۳}$ اون اعداد کو دریافت کرو

(۷) اگر تعداد ر سلسلہ ہندسیہ مین ہون تو اونکی حاصل تفریق بھی سلسلہ ہندسیہ مین ہونگی

(۸) اگر ا اور ب کا اوسط حسابیہ اونکے اوسط ہندسیہ سے دو چند ہو تو ثابت کرو

$$ا : ب : : ۲ + \sqrt{۳} : ۲ - \sqrt{۳}$$

(۹) اگر سلسلہ ہندسیہ کی اول دو رقمین ا اور ب ہون تو اس سلسلہ کی لانہایت رقمونکا حاصل جمع دریافت کرو

(۱۰) اگر ص۱ و ص۲ و ص۳ وغیرہما ص ن حاصل جمع ن ہندسیہ سلسلون کا ہو جنکی اول رقمین ۱ اور ۲ اور ۳ وغیرہما ن ہون اور ن تعداد ارقام ہون اور نسبت مشترک ہر ایک مین ر ہو تو ثابت کرو

$$ص_۱ + ص_۲ + ص_۳ + \text{وغیرہما} + ص_ن = \frac{ن(ن+۱)}{۲} \cdot \left(\frac{ر^ن - ۱}{ر - ۱}\right)$$

(۱۱) ایک لانہایت سلسلہ ہندسیہ کی اول رقم ا ہے اور ہر ایک رقم برابر ہے باقی ارقام کے مجموعہ کے اوس سلسلہ کو دریافت کرو

(۱۲) ہر ایک سلسلہ ہندسیہ مین جسکے تعداد ارقام طاق ہون مجموعہ ارقام کی مجذورون کا برابر ہوتا ہے حاصل ضرب مجموعہ کل ارقام اور تفاوت ارقام جفت اور طاق کے

(۱۳) اگر ا و ب و ج و د سلسلہ ہندسیہ مین ہون تو ثابت کرو کہ

$$(ا + ب + ج + د)^۲ = (ا + ب)^۲ + (ج + د)^۲ + ۲(ب + ج)^۲$$

(۱۶۸) اگر ص$_{1}$ و ص$_{2}$ و ص$_{3}$ وغیرہما ص$_{\text{ن}}$ حاصل جمع ن لانہایت ہندسیہ سلسلون کے ہون اور ہر ایک سلسلہ کی اول رقم ا ہے اور نسبت اشترک $\frac{1}{\text{ر}}$ و $\frac{1}{\text{ر}^{2}}$ و $\frac{1}{\text{ر}^{3}}$ وغیرہما $\frac{1}{\text{ر}^{\text{ن}}}$ ہین تو ثابت کرو کہ $\frac{1}{\text{ص}_1} + \frac{1}{\text{ص}_2} + \frac{1}{\text{ص}_3} +$ وغیرہما $+ \frac{1}{\text{ص}_{\text{ن}}} = \text{ن} - \frac{\text{ر}^{\text{ن}} - 1}{\text{ر}^{\text{ن}}(\text{ر} - 1)}$

سلسلہ موسیقی

(۱۶۹) حد اگر ایک سلسلہ مقادیر مین ہر ایک متصل کی تین رقمون مین یہہ ربط ہو کہ اول کو تیسرے کے ساتھہ وہ نسبت ہو جو اول اور دوم کے حاصل تفریق کو دوم اور سوم کے حاصل تفریق کے ساتھہ نسبت ہے تو اوسے سلسلہ موسیقی کہتے ہین جیسے ا و ب و ح و د وغیرہما ایک ایسا سلسلہ ہے کہ اگر

ا : ح :: ا − ب : ب − ح

ب : د :: ب − ح : ح − د

اور علی ہذالقیاس تو سلسلہ ا و ب و ح و د وغیرہما سلسلہ موسیقی کہلاتا ہے

ہم اس سلسلہ کا حاصل جمع نہین دریافت کر سکتی مگر وہ مسئلہ ثابت کرتے ہین جو سوالات [illegible]

(۱۷۰) مقادیر سلسلہ موسیقی کے تکافی سلسلہ حسابیہ مین ہوتے ہین

فرض کرو کہ ا و ب و ح و د وغیرہما سلسلہ موسیقی کے مقادیر متصلہ ہون تو

ا : ح :: ا − ب : ب − ح

∴ اب − اح = اح − حب

$\therefore \frac{\text{اب}}{\text{ابح}} - \frac{\text{اح}}{\text{ابح}} = \frac{\text{اح}}{\text{ابح}} - \frac{\text{حب}}{\text{ابح}}$

$\therefore \frac{1}{\text{ح}} - \frac{1}{\text{ب}} = \frac{1}{\text{ب}} - \frac{1}{\text{ا}}$

اور نیز ب : د :: ب − ح : ح − د

$\therefore \frac{1}{\text{د}} - \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}} - \frac{1}{\text{ب}}$ اور علی ہذالقیاس

$\therefore \frac{1}{\text{ا}} - \frac{1}{\text{ب}} = \frac{1}{\text{ب}} - \frac{1}{\text{ح}} = \frac{1}{\text{ح}} - \frac{1}{\text{د}}$ وغیرہ

$\therefore \frac{1}{\text{ا}}$ و $\frac{1}{\text{ب}}$ و $\frac{1}{\text{ح}}$ و $\frac{1}{\text{د}}$ وغیرہما سلسلہ حسابیہ مین ہین

(۱۷۱) سلسلہ موسیقی کی اول دو رقمین معلوم ہین ن وین رقم دریافت کرو

فرض کرو کہ ا اور ب سلسلہ موسیقی کے اول دو رقمین ہین تو اوس سلسلہ حسابیہ کی جسکی اول دو رقمین $\frac{1}{\text{ا}}$ اور $\frac{1}{\text{ب}}$ ہون ن وین رقم یہہ ہوگی کہ

$$= \frac{1}{ا} + (ن-۱)\left(\frac{1}{ب} - \frac{1}{ا}\right)$$

$$= \frac{1}{ا} + (ن-۱)\,\frac{ا-ب}{اب}$$

$$= \frac{ب + (ن-۱)(ا-ب)}{اب}$$

∴ ن وین رقم سلسلہ موسیقی کی

$$= \frac{اب}{ب + (ن-۱)(ا-ب)} = \frac{اب}{(ن-۱)ا - (ن-۲)ب}$$

امثلہ نمبری ۶۹ حل کی ہوئی

(۱) سلسلہ ۲ و ۳ و ۶ کے اول اور اخر دو دو رقمین لکھو

$\frac{1}{۲}$ و $\frac{1}{۳}$ و $\frac{1}{۶}$ سلسلہ حسابیہ مین ہین

∴ فرق عام $= -\frac{1}{۶}$

∴ سلسلہ حسابیہ یہہ ہے

$\frac{۲}{۶} + \frac{1}{۲}$ و $\frac{1}{۶} + \frac{1}{۲}$ و $\frac{1}{۲}$ و $\frac{1}{۳}$ و $\frac{1}{۶}$ و $\frac{1}{۶} - \frac{1}{۶}$ و $\frac{1}{۶} - \frac{۲}{۶}$

یعنی $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{1}{۲}$ و $\frac{1}{۳}$ و $\frac{1}{۶}$ و ۰ و $-\frac{1}{۶}$

∴ سلسلہ موسیقی $\frac{۶}{۵}$ و $\frac{۳}{۲}$ و ۲ و ۳ و ۶ و ∞ و -۶ ہوئی

امثلہ نمبری ۶۹ مشق کے واسطے

(۱) سلسلہ موسیقی ۱ و $۱\frac{1}{۶}$ و $۱\frac{1}{۵}$ کی اور $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{1}{۲}$ و $\frac{۵}{۳}$ کی اول اور اخر دو دو رقمین لکھو

(۱۷۲) حد اگر تین مقدار ا و لا اور ب سلسلہ موسیقیہ مین ہون تو لا کو اوسط موسیقیہ ا اور ب کے درمیان کہتے ہین

اگر ا اور ب و ج و د و غیرہ سلسلہ مقادیر کا موسیقیہ ہو تو بیچ کی رقمون کو اطراف کی رقمون کا اوساط موسیقیہ کہتے ہین

(۱۷۳) دو مقدارون کے بیچ مین اوسط موسیقیہ دریافت کرو

فرض کرو کہ ا اور ب مقادیر معلوم ہو

لا اوسط موسیقیہ

تو $\frac{1}{ا}$ و $\frac{1}{لا}$ و $\frac{1}{ب}$ سلسلہ حسابیہ مین ہونگے

$$\therefore \frac{1}{لا} - \frac{1}{ا} = \frac{1}{ب} - \frac{1}{لا}$$

$$\therefore \frac{2}{ل} = \frac{1}{ا} + \frac{1}{ب}$$

$$= \frac{ا+ب}{اب}$$

$$\therefore ل = \frac{2اب}{ا+ب}$$

دو مقداروں کا اوسط موسیقیہ = اونکا دو چند حاصلضرب تقسیم کیا گیا اونکے مجموعہ پر

(۱۷۴) شعدد اوساط موسیقیہ دو مقادیر معلومہ کے درمیان مندرج کرو

فرض کرو کہ ا اور ب دو مقادیر معلوم ہوں اور م تعداد اوساط ہو

اول م اوساط حسابیہ $\frac{1}{ا}$ اور $\frac{1}{ب}$ کا درمیان مندرج کرو

چونکہ تعداد ارقام = م + ۲

∴ اگر لد فرق مشترک ہو

$$\frac{1}{ب} = \frac{1}{ا} + (م+1)\ لد$$

$$\therefore لد = \frac{ا-ب}{اب(م+1)}$$

∴ سلسلہ حسابیہ $\frac{1}{ا}$ و $\frac{1}{ا} + \frac{ا-ب}{اب(م+1)}$ و $\frac{1}{ا} + \frac{2(ا-ب)}{اب(م+1)}$ وغیرہا $\frac{1}{ا} + \frac{م(ا-ب)}{اب(م+1)}$ و $\frac{1}{ب}$

جس ترتیب سے یہہ مقادیر لکھی ہوئی ہیں اونکو مقلوب کرکے لکھو تو سلسلہ موسیقیہ مطلوب حاصل ہو جائیگا

امثلہ نمبری ۷۰ حل کی ہوئی

(۱) ۲ اور ۱۲ کے درمیان ۴ اوساط موسیقیہ مندرج کرو

اگر لد = فرق عام سلسلہ حسابیہ کے جو اس سلسلہ موسیقیہ کے موافق بنایا جاتا

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{2} + 5\ لد$$

$$\therefore لد = -\frac{1}{12}$$

∴ اوساط حسابیہ یہہ ہیں کہ

$\frac{1}{2} - \frac{1}{12}$ و $\frac{1}{2} - \frac{2}{12}$ و $\frac{1}{2} - \frac{3}{12}$ و $\frac{1}{2} - \frac{4}{12}$ یعنی $\frac{5}{12}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{6}$

∴ اوساط موسیقیہ $\frac{12}{5}$ و ۳ و ۴ و ۶ ہین

امثلہ نمبری ۷۰ مشق کے واسطے

(۱) ۲ اور ۴ کے درمیان ۲ اوساط موسیقیہ اور ۳ اور $\frac{6}{23}$ کے درمیان ۶ اوساط موسیقیہ مندرج کرو

(۲) ۱۱ اور ۳ کے درمیان ۷ اوساط موسیقیہ اور تناسب موسیقیہ ۶ اور ۸ اور ۱۲ اومین چوتھا حد دریافت کرو

(۱۷۵) اول ثابت کرو کہ ایک ہی دو مقدارون کا اوسط حسابیہ بڑا اونکے اوسط ہندسیہ سے ہوتا ہے
دوم اوسط ہندسیہ دو مقدارون کا اونکے اوسط موسیقیہ سے بڑا ہوتا ہے
سوم ایک ہی دو مقدارون کا اوسط ہندسیہ اونکے اوساط حسابیہ اور موسیقیہ کے تناسب
مین اوسط فی النسبت ہوتا ہے

فرض کرو کہ ہر صورت مین ا اور ب دو مقادیر ہین

تو اوسط حسابیہ اونکا $= \frac{ا + ب}{٢}$

اوسط ہندسیہ $= \sqrt{اب}$

اوسط موسیقیہ $= \frac{٢ اب}{ا + ب}$

اب چونکہ $(ا - ب)^٢$ سب حالتون مین مثبت مقدار ہے

$ا^٢ - ٢ اب + ب^٢ > ٠$

$\therefore ا^٢ + ب^٢ > ٢ اب \therefore ا^٢ + ٢ اب + ب^٢ > ٤ اب \therefore ا + ب > ٢ \sqrt{اب}$

$\therefore \frac{ا + ب}{٢} > \sqrt{اب}$ اسے اول مدعا ثابت ہوا

اور چونکہ $ا + ب > ٢ \sqrt{اب}$

$\therefore (ا + ب) \sqrt{اب} > ٢ \sqrt{اب} \cdot \sqrt{اب}$

$> ٢ اب$

$\therefore \sqrt{اب} > \frac{٢ اب}{ا + ب}$ اسے دوسرا مدعا ثابت ہے

چونکہ $\frac{ا + ب}{٢} \times \frac{٢ اب}{ا + ب} = اب = \sqrt{اب} \cdot \sqrt{اب}$

$\therefore$ بموجب دفعہ ۱۳۶ کے $\frac{ا + ب}{٢} : \sqrt{اب} :: \sqrt{اب} : \frac{٢ اب}{ا + ب}$ اسے تیسرا مدعا ثابت ہے

امثلہ نمبری ۷۱

سوالات متفرق سلسلہ موسیقیہ کے

(۱) سلسلہ موسیقیہ کی تین رقمون کا حاصل جمع $\frac{11}{12}$ ہے اور اول رقم $\frac{1}{2}$ ہے اوس سلسلہ کو دریافت کرو
اور اوسکو دونو طرف بڑھاؤ

(۲) ایک سلسلہ موسیقیہ کی اول دو رقمین ا اور ب مین مطلوب یہہ ہے کہ اس سلسلہ کو گھٹاؤ

(۳) دو اعداد کا اوسط حسابیہ اونکی اوسط ہندسیہ سے بقدر ۱۳ کے زیادہ ہے اور اوسط ہندسیہ اوسط موسیقیہ سے بقدر ۱۲ کے زیادہ ہے اون اعداد کو دریافت کرو

(۴) ثابت کرو کہ سلسلہ موسیقیہ مین حاصل ضرب اول دو رقمون کا : دو متصل کے

رقمون کے حاصلضرب : : جو حاصلتفریق اول دو رقمون کا : اخر دو کے حاصلتفریق سے

(۵) چار اعداد ایسے ہین کہ اول تین تو سلسلہ حسابیہ مین ہین اور اخر تین سلسلہ موسیقیہ مین تو ثابت کرو کہ

اول : دوم : : سوم : چہارم

(۶) لا اور ی کے درمیان د اوسط موسیقیہ ہو اور ا اور ب کے درمیان لا اوسط حسابیہ اور ی اوسط ہندسیہ ہو تو ثابت کرو کہ

$$د = \frac{۲(ا+ب)}{\left[\left(\frac{ا}{ب}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{ب}{ا}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{2}}$$

ترتیب

(۱۷۶) خواہ کتنی ایک مقادیر معلوم ہون اونمین سے سب کے سب یا کچھہ لیکر اونکو اکٹھا مختلف اسلوب سے کرین تو جتنی اسلوب ہونگی او نکو ترتیب مقادیر کہتے ہین

مثلاً ترتیب ا اور ب اور ج کی جنمین سے دو دو اکٹھے کیے جائین اب و اج و ب ا و ب ج و ج ا و ج ب ہین اور ترتیبین ا اور ب اور ج کی جنمین سے تین تین اکٹھے کیے جائین اب ج و اج ب و ب اج اور ب ج ا اور ج اب اور ج ب ا ہین

(۱۷۷) ن مختلف اشیا ہین اونمین سے ر اشیا کی ترتیبین دریافت کرو

فرض کرو کہ ن اشیا ا و ب و ج و د وغیرہما سے تعبیر کیجائین اونمین ایک شی مثلاً ا کو علیحدہ کردو تو (ن − ۱) اشیا ب و ج و د وغیرہما رباقی رہینگی

اب (ن − ۱) اشیا مین سے جدا جدا ایک ایک کی ترتیب = (ن − ۱)

اب (ن − ۱) اشیا مین سے ہر ایک کی اول ا رکھا جائے اسطرح کہ اب و اج و اد و د ا ر و غیرہما پیدا ہون تو ن اشیا ا و ب و ج و د وغیرہما مین دو دو کی ترتیبین جنمین ا اول ہو (ن − ۱) ہونگین

اسیطرح اگر ب کو علیحدہ کردین تو ہم ثابت کرسکتے ہین کہ ن اشیا مین سے دو دو کی ترتیبین جنمین ب اول ہو = (ن − ۱) اور علی ہذا القیاس ن حرفون مین سے ہر ایک کے واسطے یہی صورت ہے

اسسے معلوم ہوا کہ (ن − ۱) ترتیبون کے ن گنی ترتیبین اب و اج و اد وغیرہ اور ب ا و ب ج و ب د وغیرہما اور ج ا و ج ب و ج د وغیرہما کی صورت کی ہونگین یعنی تعداد ترتیبون کی ن اشیا مین سے دو دو کی = ن (ن − ۱) اسسے معلوم ہوا کہ (ن − ۱) اشیا ب و ج و د وغیرہما مین سے دو دو کی ترتیبین

= (ن − ۱) [(ن − ۱) − ۱] = (ن − ۱) (ن − ۲)

پس اگر یہ موافق سابق کے ان ترتیبوں مین سے ہر ایک ترتیب کے اول ا رکھدین تو (ن-۱) (ن-۲) ترتیبین ن اشیا او ب و ح و د وغیرہا مین سے تین تین کی ہونگین جنمین ا اول ہوگا اور اسیطرح (ن-۱) (ن-۲) ترتیبین ن اشیا مین سے تین تین کی ہونگین جنمین ب اول ہو اسواسطے

تعداد ترتیبون کے ن اشیا مین سے تین تین کی = ن (ن-۱) (ن-۲)

اب یہہ قانون جو ہم نے ن اشیا مین سے دو دو اور تین تین کی ترتیبون کے لئے قائم کیا ہے حاوی اوس صورت پر بھی ہے جسمین ن اشیا مین سے (ر-۱) اکھٹی لیجائین تو

ع۱ و ع۲ و ع۳ و ع ر-۱ و ع ر سے تعداد ترتیبون کی جو ن اشیا مین سے ا و ۲ و ۳ و (ر-۱) ور دفعہ لیجائین تعبیر کرین تو ہم یہہ حاصل کرینگے

ع۱ = ن = ن - ۱ + ۱

ع۲ = ن (ن-۱) = ن (ن - ۲ + ۱)

ع۳ = ن (ن-۱) (ن-۲) = ن (ن-۱) (ن - ۳ + ۱)

ع ر-۱ = ن (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳) وغیرہا ... [ن - (ر-۱) + ۲] [ن - (ر-۱) + ۱]

= ن (ن-۱) (ن-۲) ... (ن - ر + ۳) (ن - ر + ۲)

اگر ن اشیا مین سے ایک جز ا کو ساقط کرین تو (ن-۱) اشیا مین سے (ر-۱) جزون کی ترتیبون کی تعداد

= (ن-۱) [(ن-۱) - ۱] [(ن-۱) - ۲] ... [(ن-۱) - ر + ۳] [(ن-۱) - ر + ۲]

= (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳) ... (ن - ر + ۲) (ن - ر + ۱)

اگر ان مین سے ہر ایک کے اول ا لکھدیا جاوے تو ن اشیا مین سے ر اشیا کی ترتیبین جنمین ا اول ہو

= (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳) ... (ن - ر + ۲) (ن - ر + ۱)

اور یہی کیفیت اون صورتون کی ہے جنمین ب اور ح اور د وغیرہا اول رکھی جائین اسواسطے ن اشیا مین سے ر اشیا کی ترتیبین یعنی

ع ر = ن (ن-۱) (ن-۲) (ن-۳) ..... (ن - ر + ۲) (ن - ر + ۱)

پس اگر یہہ قانون جبر ر کی ایک قیمت کے واسطے صحیح ہو تو اوسے آگے جو ر کی بڑی قیمت ہوگی اوسکے لئے بھی قانون مذکور صحیح ہوگا لیکن ہم ثابت کر آئے ہین کہ قانون صحیح ہے جب ر = ۲ یا ۳ کے ہو اسواسطے وہ صحیح اوس حالت مین بھی ہوگا جسمین ر = ۴ اور اسیواسطے وہ قانون صحیح اوس صورت مین ہوگا کہ ر = ۵ اور علی ہذا القیاس غرض وہ بالعموم صحیح ہے

اگر ر = ن تو ر کی جگہہ ن رکہنے سے اوپر کی قانون جبریہ سے تعداد اون ترتیبون کی معلوم ہوگی جون اشیا مین سے ن اشیا کی یعنی سب کی ترتیبین لیجائین اور وہ یہہ ہونگین

= ن (ن - ۱) (ن - ۲) (ن - ن + ۳) (ن - ن + ۲) (ن - ن + ۱)

= ن (ن - ۱) (ن - ۲) . . . ۳ × ۲ × ۱

امثلہ نمبری ۲۷ حل کی ہوئی

مثال ۱ اگر ۹ چیزون مین چار چار اشیا کی ترتیبین لین تو کتنی ترتیبین ہونگین

اب اوپر کے قانون جبریہ مین اس مثال کے اندر ن = ۹ اور ر = ۴ ∴ ن - ر + ۱ = ۹ - ۴ + ۱ = ۶

∴ تعداد ترتیبون کی = ۹ × ۸ × ۷ × ۶

مثال ۲ ۸ گھنٹو مین ۶ گھنٹے کتنی طرح سے بج سکتے ہین اور کل کے کل گھنٹے کتنی طرح سے بج سکتے ہین

ن = ۸ اور ر = ۶ اول صورت مین اور ۸ دوسری صورت مین

∴ ن - ر + ۱ = ۸ - ۶ + ۱ = ۳

∴ تعداد بجنے کی طور ون کی = ۸ × ۷ × ۶ × ۵ × ۴ × ۳ = ۲۰۱۶۰

مثال ۳ ایک میز کے گرد پانچ آدمی کتنی دفعہ مختلف ترتیبون سے کہانا کہانے بیٹہہ سکتے ہین

اب ن = ر = ۵

∴ تعداد بیٹہنے کی = ۵ × ۴ × ۳ × ۲ × ۱ = ۱۲۰

مثال ۴ ن اشیا مین سے تین تین کی ترتیبین پانچ پانچ ترتیبون سے نسبت ۱ اور ۱۲ کی رکہتے ہین ن کو دریافت کرو

بموجب شرط سوال کے ن (ن - ۱) (ن - ۲) : ن (ن - ۱) (ن - ۲) (ن - ۳) (ن - ۴) :: ۱ : ۱۲

یعنی ۱ : (ن - ۳) (ن - ۴) :: ۱ : ۱۲

∴ ن۲ - ۷ن + ۱۲ = ۱۲

ن۲ - ۷ن = ۰

∴ ن = ۰ یا ۷ ∴ ۷ جواب ہے

امثلہ نمبری ۲۷ مشق کے واسطے

(۱) ۷ اشیا مین تین تین کی ترتیبین لگائین تو بتاؤ کتنی ترتیبین ہونگین اور اگر کل کی ترتیبین لین تو کتنی ترتیبین ہونگین

(۲) ۹ آدمی ایک صف مین کتنی مختلف ترتیبون سے چل سکتے ہین

(۳) تعداد اشیا : اشیا مین سے تین تین کی ترتیبون :: ۱ : ۲۰ تو بتاؤ کتنی اشیا ہین

(۴) م اشیا مین سے تین تین کی ترتیبون کی تعداد : (م + ۲) اشیا مین سے تین تین کی ترتیبون کی تعداد : : ۱ : ۵ تو م کو دریافت کرو

(۱۷۸) ن اشیا مین سے اگر کل اشیا کی ترتیبین لگائین تو کتنی ترتیبین ہونگین لیکن کل اشیا مختلف نہین ہین بلکہ ع ایک طرح کی ہین اور ق ایک طرح کی اور ر ایک طرح کی

فرض کرو کہ ف = تعداد مطلوب ترتیبون کی

اگر ع چیزین جو ایک طرح کی ہین سب مختلف ہوتین تو وہ خود (۱×۲×۳...ع) ترتیبونکے داخل کرتین اسلئے جب وہ سب ایک سی ہین تو بھی اتنی ترتیبین داخل کرینگی بموجب نتیجہ دفعہ ۱۷۶ کے

∴ (۱×۲×۳...ع) ف = ن اشیا کی ترتیبون کے جنمین سے کل اشیا کی ترتیبین لی ہین اور انمین ق ایک طرح کی اور ر ایک طرح کی اشیا ہین اور باقی مختلف ہون

اور علی ہذالقیاس اسی دلیل سے

(۱×۲×۳...ن) (۱×۲×۳...ع) ف = تعداد ان کی اشیا کی ترتیبون کی جنمین سے کل اشیا کی ترتیبین بنجاوین اور انمین ر ایک طرح کی ہون اور باقی مختلف ہون

∴ (۱×۲×۳...ع) (۱×۲×۳...ق) (۱×۲×۳...ر) ف = تعداد ان اشیا کی ترتیبون کی جنمین کل اشیا کی ترتیب لیجاوی اور سب مختلف ہون

= ن (ن − ۱) (ن − ۲) ... ۳ × ۲ × ۱ بموجب نتیجہ دفعہ ۱۷۷ کے

$$\therefore ف = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)\ldots ۳\times۲\times۱}{(۱\times۲\times۳\ldots ع)(۱\times۲\times۳\ldots ق)(۱\times۲\times۳\ldots ر)}$$

تنبیہ اگر ایک طرح کی اشیا کی مجموعی اور زیادہ ہون تو انکی ترتیبون کی بھی تعداد دریافت کرنیکی یہی ترکیب ہے

امثلہ نمبری ۳۷ حل کی ہوئی

(۱) لفظ الجبرا کے حروف سے جو ترتیبین بن سکتی ہون انکی تعداد بتاؤ

یہان ن = ۶ اور دو الف ہین

$$\therefore \text{تعداد ترتیبون کی} = \frac{۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱}{۱\times۲}$$

(۲) اگر حاصل ضرب ا^۲ ب^۳ ج^۴ کو منفصل لکہین تو اسکی حروف کی ترتیبونکی تعداد دریافت کرو

اب یہان ن = ۹ اور دو ا اور تین ب اور چار ج ہین

$$\therefore \text{تعداد ترتیبون} = \frac{۹\times۸\times۷\times۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱}{۱\times۲\times۱\times۲\times۳\times۱\times۲\times۳\times۴}$$

= ۱۲۶۰

امثلہ نمبری ۳۷ مشق کے واسطے

(۱) ان الفاظ کے حروف کی ترتیبین دریافت کرو

بالاکلاوا اور انالی سیس یا سی نی سس کال کٹّا

(۲) ان حاصل ضربون اب $ح^۳$ اور $ا^۲ ب^۲ ح^۴ د^۲$ اور $ا^ن - ب^ل$ کو مفصل لکھین تو اونکے حروف کے ترتیبون کی تعداد دریافت کرو

اجتماع

(۱۷۹) جب کتنی ایک مقادیر معلوم مین سے اگر مختلف مجموعی بعض مقادیر یا کل مقادیر کی بنا ئین اور اونکی اسلوب ترتیب سے قطع نظر کرین تو اونکو اجتماع اشیا کہتے ہین

مثلاً ا اور ب اور ح مین سے دو دو کا اجتماع اب اور اح اور ب ح ہے

اور ا اور ب اور ح مین سے تین تین کا اجتماع صرف ایک اب ح ہی

(۱۸۰) ن اشیا مین ر اشیا کے اجتماعون کی تعداد دریافت کرو

فرض کرو کہ س تعداد مطلوبہ ہے

اب چونکہ ہر ایک ر حروف کے اجتماع مین (۱×۲×۳...ر) ترتیبین اون حروف کی ہین اسواسطے (۱×۲×۳...ر) س = ن مختلف اشیا مین سے ر اشیا کی ترتیبون کے

= ن (ن - ۱) (ن - ۲) ... (ن - ر + ۱) بموجب دفعہ ۱۷۷ کے

$$س = \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲) \cdots (ن - ر + ۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \cdots ر}$$

امثلہ نمبری ۴۷ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۔ ۱۰۰ سپاہی ہین تو اونمین سے چار چار سپاہیون کی کتنی مختلف جماعتین بن سکتی ہین

یہان ن = ۱۰۰ اور ر = ۴ ∴ ن - ر + ۱ = ۱۰۰ - ۴ + ۱ = ۹۷

$$\therefore \text{تعداد مطلوبہ} = \frac{۱۰۰ \times ۹۹ \times ۹۸ \times ۹۷}{۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴} = ۳۹۲۱۲۲۵$$

مثال ۲ ۔ تاش کے باون ورقون مین سے تیرہ تیرہ ورقون کی کتنی بازیان لگ سکتی ہین

یہان ن = ۵۲ اور ر = ۱۳

ن - ر + ۱ = ۵۲ - ۱۳ + ۱ = ۴۰

∴ تعداد بازیون = (۵۲×۵۱×۵۰×۴۹×۴۸×۴۷×۴۶×۴۵×۴۴×۴۳×۴۲×۴۱×۴۰) / (۱۳×۱۲×۱۱×۱۰×۹×۸×۷×۶×۵×۴×۳×۲×۱)

= ۶۳۵۰۱۳۵۵۹۶۰۰

مثال ۳ ن اشیا مین سے تین تین چیزون کی اجتماع : پانچ پانچ کی اجتماع کی تعداد :: ۵ : ۱۸
ن کو دریافت کرو

بموجب شرط سوال کے

ن(ن-۱)(ن-۲) / (۳×۲×۱) : ن(ن-۱)(ن-۲)(ن-۳)(ن-۴) / (۵×۴×۳×۲×۱) :: ۵ : ۱۸

∴ ۱ : (ن-۳)(ن-۴) / (۵×۴) :: ۵ : ۱۸

∴ (ن² - ۷ن + ۱۲) / ۴ = ۱۸

اس مساوات سے ہم کو ن = ۱۲ یا -۵ کے دریافت ہوتا ہے - ۵ کو سوال سے کچھہ تعلق نہین ہو سکتا

مثال ۴ ۷ بیجنون اور ۳ سرون سے چھہ چھہ حرفون کے کتنے لفظ بن سکتے ہین اور ہر لفظ مین دو سر ہون

اب ۷ بیجنون مین چار چار بیجنون کی اجتماع کی تعداد = (۷×۶×۵×۴) / (۴×۳×۲×۱) = ۳۵

اور تین سرون مین سے دو دو سرون کی تعداد = (۳×۲) / (۲×۱) = ۳

∴ تعداد مختلف الفاظ کی جو ۴ بیجنون اور ۲ سرون سے بنتی ہین = ۳۵×۳ = ۱۰۵

لیکن کل تعداد ۶ حرفون کی ترتیبون = ۶×۵×۴×۳×۲×۱ = ۷۲۰

اسواسطے کل تعداد الفاظ کی = ۱۰۵×۷۲۰ = ۷۵۶۰۰

امثلہ نمبری ۳۴ مشق کے واسطے

(۱) ۱۱ چیزون مین سے چار چار اور چھہ چھہ اور نو نو چیزون کی کتنی اجتماع ہونگی

(۲) اگر ایک شخص کے ۲۰ دوست ہون تو بتاؤ وہ کتنی مختلف طرح سے پندرہ دوستون کی جماعت کو مختلف دنون مین مہمان بلا سکتا ہے

(۳) ۱۰ حروف ا و ب و ج وغیرہ مین پانچ پانچ حرفون کے کتنے لفظ بن سکتے ہین اور کتنے لفظون مین ا واقع ہوگا اور کتنے الفاظ مین ا اور ب اور ج واقع ہونگی

(۴) ن چیزوں میں چار چار اشیا کی اجتماع : دو دو کی اجتماع :: ۱۵ : ۲ تعداد اشیا دریافت کرو

(۵) اگر ن چیزوں میں تین تین اشیا کی اجتماع کی تعداد = ن اشیا میں سے چار چار کی اجتماع کی تعداد تو ن کو دریافت کرو

(۶) ۵۰ آدمیوں کی ایک کمپنی ہے چار اونمیں سے ہر ایک رات کو پہرہ دیں تو بتاؤ کتنی مختلف راتوں کو مختلف پہرہ بھیجے جا سکتے ہیں اور ایک خاص سپاہی ان پہروں میں کتنے دنوں تک جائیگا

(۷) ایک زبان کے الف بے میں ۱۹ ہنجن اور ۵ سر ہیں تو اوس زبان کے کتنے ایسے لفظ ہو سکتے ہیں جنمیں ۳ ہنجن اور ایک سر ہو

(۸) الف بے کے ۲۶ حروف میں سے چھ چھ حروف کے الفاظ جنمیں سے ہر ایک میں دو دو اول ہوں کتنے بن سکتے ہیں

(۹) ایک کثیر الاضلاع م اضلاع کی ہے اوسکے زاویوں خطوط وصل کرنے سے کتنے مختلف مثلث بن سکتے ہیں

(۱۸۱) ثابت کرو کہ اگر ن اشیا میں ر اشیا کا اجتماع کیا جائے تو اوسکی وہی تعداد ہوگی جو ن اشیا میں سے ن − ر اشیا کے اجتماع کی تعداد ہے

فرض کرو کہ س تعداد اجتماعوں کی اول صورت میں اور $س_{ن-ر}$ دوسری صورت میں ہو تو بموجب دفعہ ۱۸۰ کے

$$س_ر = \frac{ن(ن-1)(ن-2)\cdots(ن-ر+1)}{1\times2\times3\cdots ر}$$

$$= \frac{ن(ن-1)(ن-2)\cdots(ن-ر+1)\times(ن-ر)(ن-ر-1)\cdots3\times2\times1}{1\times2\times3\cdots ر\times1\times2\times3\cdots(ن-ر)}$$

شمار کنندہ میں تمام اعداد ۱ اور ن کے درمیان میں شامل ہیں

$$\therefore س_{ن-ر} = \frac{ن(ن-1)(ن-2)\cdots(ر+1)ر(ر-1)\cdots3\times2\times1}{[1\times2\times3\cdots ر]\times[1\times2\times3\cdots(ن-ر)]}$$

$$= \frac{ن(ن-1)(ن-2)\cdots(ر+1)}{1\times2\times3\cdots(ن-ر)}$$ شمار کنندہ اور نسب نما کو $1\times2\cdots ر$ پر تقسیم کیا

$$= \frac{ن(ن-1)(ن-2)\cdots[ن-(ن-ر)+1]}{1\times2\times3\cdots(ن-ر)}$$

$= $ س$_{ن-ر}$

(۱۸۲) ن اشیامین سے جتنی اجتماع ہوسکین اونکی تعداد دریافت کرو

فرض کرو کہ س$_۱$ اور س$_۲$ اور س$_۳$ . . . س$_ن$ تعداد اجتماعون کی ہے جون اشیامین سے دو دو تین تین چار چار . . . ن اشیا کے لئے جائین

دفعہ ۱۸۰ سے

$$س_ر = \frac{ن (ن-۱)(ن-۲) \cdots (ن-ر+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \cdots ر}$$

اسسے معلوم ہوا کہ ر کی جگہہ ا و ۲ و ۳ . . . ن کے رکھنے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے

$$س_۱ = ن \text{ اور } س_۲ = \frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲} \text{ اور } س_۳ = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱ \times ۲ \times ۳} \text{ وغیرہا}$$

$$س_{ن-۱} = ن \text{ اور } س_ن = ۱$$

$$س_۱ + س_۲ + س_۳ + \text{وغیرہا} + س_ن = ن + \frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱ \times ۲ \times ۳} + \text{وغیرہا} + ن + ۱$$

$$= \left[۱ + ن + \frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲} + \text{وغیرہا} + ن + ۱ \right] - ۱$$

ایک کم و بیشی کیا

$$= (۱ + ۱)^ن - ۱$$

یہہ ضابطہ جملہ ثنائی میں ثابت ہوگا

$$= ۲^ن - ۱$$

امثلہ نمبری ۵۷ مشق کے واسطے

مثال ۱ ایک اشرفی ایک روپیہ ایک اٹھنی ایک چونی ایک دوانی اور ایک ادہنی سے کتنی مختلف مجموعہ بن سکتی ہین

مثال ۲ ۲ن اشیا کی کل اجتماعون کی تعداد تقسیم کی گئی ن اشیا کے کل اجتماعون کی تعداد = ۶۵ تو ن دریافت کرو

(۱۸۳) ن اشیامین سے ر اشیا کی کس طرح اجتماع لین کہ تعداد اجتماعون کی نہایت زیادہ ہو

فرض کرو کہ س$_{ر-۱}$ اور س$_ر$ تعداد اجتماعون کی ن اشیامین سے ر-۱ اور ر اشیا کی ہین

$$\text{تو } س_ر = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲) \cdots (ن-ر+۲)(ن-ر+۱)}{۱ \times ۲ \times ۳ \cdots (ر-۱) ر}$$

$$= س_{ر-۱} \times \frac{ن-ر+۱}{ر}$$

اب یہہ ظاہر ہے کہ س ٹڑا بہ نسبت س ر-۱ کے اور ہر ایک رقم بڑی اپنی ماقبل کی رقم سے جب تک بڑی رہیگی کہ ن - ر + ۱ / ر بڑا بہ نسبت ۱ کے ہو یعنی جب تک کہ ن + ۱ / ر - ۱ بڑا ۱ سے ہو اور اسلئے ن + ۱ / ر بڑا بہ نسبت ۲ کے ہو یعنی ر چھوٹا بہ نسبت ن + ۱ / ۲ کے ہو اگر ن جفت ہو تو اس سبب سے کہ ر ہر صورت مین صحیح عدد ہو بڑا ایسا صحیح عدد ہو جو بعد ن + ۱ / ۲ یعنی = ن / ۲ کے

اگر ن طاق ہو تو اس سبب سے کہ ن + ۱ / ۲ ایک جفت عدد ہے ر = ن + ۱ / ۲ - ۱ کے ہونی چاہئے یعنی ن - ۱ / ۲ ہے اور چونکہ بموجب دفعہ ۱۸۱ کے ن اشیا کے اجتماعون مین سے ن - ۱ / ۲ اشیا کا اجتماع = ن اشیا مین سے (ن - ن - ۱ / ۲) یعنی ن + ۱ / ۲ اشیا کے اجتماع کے ہے اسسے یہہ مستنبط ہوتا ہے کہ اس صورت مین ر = ن + ۱ / ۲ یا ن - ۱ / ۲

امثلہ نمبری ۷۶ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۹ چیزون مین سے کتنی چیزون کا اجتماع لین کہ تعداد انکی نہایت زیادہ ہو

یہان ن = ۹ ایک طاق عدد ہے

∴ تعداد مطلوب = ۹ + ۱ / ۲ یا ۹ - ۱ / ۲ = ۵ یا ۴

مثال ۲ ایک شخص اپنی ۲۰ دوستون مین اتنی جماعتین بولانی چاہتا ہے جتنی ممکن ہین تو بتاؤ کتنی دوستون کی جماعت ایک وقت بلنی چاہئے

یہان ن = ۲۰ ایک جفت عدد ہے

∴ تعداد مطلوب = ۲۰ / ۲ = ۱۰

امثلہ نمبری ۷۷ مشق کے واسطے

(۱) ۶ چیزون مین سے کتنی چیزون کا اجتماع لیا جاے کہ تعداد اجتماعون کی نہایت زیادہ ہو

(۲) ۶۳ چیزون مین سے کتنی چیزون کا اجتماع لین کہ تعداد اجتماع نہایت زیادہ ہو

ضابطہ جملہ ثنائی معروف بضابطہ نیوٹن

(۱۸۴) حد ضابطہ جملہ ثنائی وہ قانون جبریہ بالعموم ہے کہ جسکی استعانت کسی جملہ ثنائی کا قوت یا نزول تواعد صعود اور نزول کے استعانت سے نکل آتے

۵ ائ

(ا ئ / الذ)۴

۳ ح

اس ضابطہ کی اکثر صورت عامہ یہہ ہوتی ہے

$$(\text{ا}+\text{لا})^{\text{ن}} = \text{ا}^{\text{ن}} + \text{ن}\,\text{ا}^{\text{ن}-۱}\,\text{لا} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)}{۱\times۲}\,\text{ا}^{\text{ن}-۲}\,\text{لا}^{۲} + \frac{\text{ن}(\text{ن}-۱)(\text{ن}-۲)}{۱\times۲\times۳}\,\text{ا}^{\text{ن}-۳}\,\text{لا}^{۳} + \text{وغیرہما}$$

(۱۸۵) ضابطہ جملہ ثنائی کی اوس صورت مین تحقیقات کرو کہ $(\text{ا}+\text{لا})^{\text{ن}}$ مین جب ن مثبت اور صحیح ہو

اصل مین ضرب دینے سے ہمکو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

$$(\text{لا}+\text{ا})(\text{لا}+\text{ب}) = \text{لا}^{۲} + (\text{ا}+\text{ب})\,\text{لا} + \text{اب}$$

$$(\text{لا}+\text{ا})(\text{لا}+\text{ب})(\text{لا}+\text{ح}) = \text{لا}^{۳} + (\text{ا}+\text{ب}+\text{ح})\,\text{لا}^{۲} + (\text{اب}+\text{اح}+\text{بح})\,\text{لا} + \text{ابح}$$

$$(\text{لا}+\text{ا})(\text{لا}+\text{ب})(\text{لا}+\text{ح})(\text{لا}+\text{د}) = \text{لا}^{۴} + (\text{ا}+\text{ب}+\text{ح}+\text{د})\,\text{لا}^{۳}$$
$$+ (\text{اب}+\text{اح}+\text{اد}+\text{بح}+\text{بد})\,\text{لا}^{۲}$$
$$+ (\text{ابح}+\text{احد}+\text{بحد}+\text{ابد})\,\text{لا} + \text{ابحد}$$

جو کچھ ہمنے اوپر لکہا ہے اوسے معلوم ہوتا ہے ثنائی جملون لا + ا اور لا + ب اور لا + ح وغیرہما کے اجزاء ضربی بنانے سے اور ضرب دینے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

اول پہلی رقم مین لا کا قوت نما = تعداد اجزاء ضربی کی اور آئندہ ہر رقم مین قوت نما بقدر ایک کے کم ہوتا جاتا ہے

دوم پہلی رقم کا سر ۱ ہے اور دوسری رقم کا سر مقادیر ا و ب و ح و د وغیرہما کا مجموعہ ہے اور تیسری رقم کا سر اونمین سے دو دو کا حاصلضرب ہے اور چوتھی رقم کا سر اونمین سے تین تین کا حاصلضرب ہے اور علی ہذا القیاس اور آخر رقم حاصلضرب اون سب مقدارون کا ہے

فرض کرو کہ یہہ قانون (ن - ۱) اجزاء ضربی ثنائی لا + ا اور لا + ب اور لا + ح و لا + ھ اور لا + گ درست ہے یعنی

$$(\text{لا}+\text{ا})(\text{لا}+\text{ب})\cdots(\text{لا}+\text{ک}) = \text{لا}^{\text{ن}-۱} + \text{س}_{۱}\,\text{لا}^{\text{ن}-۲} + \text{س}_{۲}\,\text{لا}^{\text{ن}-۳} + \text{س}_{۳}\,\text{لا}^{\text{ن}-۴} + \text{وغیرہما} + \text{س}_{\text{ن}-۱} \quad (۱)$$

اسلیئے

$$\text{س}_{۱} = \text{ا} + \text{ب} + \text{ح} + \text{د} + \text{وغیرہما} + \text{ھ} + \text{ک}$$
$$\text{س}_{۲} = \text{اب} + \text{اح} + \text{اد} + \text{وغیرہما} + \text{ھک}$$
$$\text{س}_{۳} = \text{ابح} + \text{احد} + \text{وغیرہما}$$
$$\text{وغیرہما} = \text{وغیرہما}$$
$$\text{س}_{\text{ن}-۱} = \text{ابحد}\cdots\text{ک}$$

(۱) کی دونوں طرفوں کو لا + ل میں ضرب دو تو

(لا+ا) ... (لا+ک) (لا+ل) = (لا^{ن} + س$_{۱}$ لا$^{ن-۱}$ + س$_{۲}$ لا$^{ن-۲}$ + س$_{۳}$ لا$^{ن-۳}$ + وغیرہما + س$_{ن-۱}$) (لا+ل)

= لا$^{ن+۱}$ + س$_{۱}$ لا^{ن} + س$_{۲}$ لا$^{ن-۱}$ + س$_{۳}$ لا$^{ن-۲}$ + وغیرہما ... س$_{ن-۱}$ لا

+ ل لا^{ن} + ل س$_{۱}$ لا$^{ن-۱}$ + ل س$_{۲}$ لا$^{ن-۲}$ + وغیرہما ... + س$_{ن-۱}$ ل

جمع کرنے سے = لا$^{ن+۱}$ + (س$_{۱}$ + ل) لا^{ن} + (س$_{۲}$ + س$_{۱}$ ل) لا$^{ن-۱}$ + (س$_{۳}$ + س$_{۲}$ ل) لا$^{ن-۲}$ + وغیرہما

اسمیں س$_{۱}$ + ل = ا + ب + ج + وغیرہما + ک + ل

س$_{۲}$ + س$_{۱}$ ل = اب + اج + وغیرہما + ال + ب ل + وغیرہما + ک ل

س$_{۳}$ + س$_{۲}$ ل = اب ج + اج د + وغیرہما + اب ل + وغیرہما + ھ ک ل

وغیرہما = وغیرہما

س$_{ن-۱}$ ل = اب ج ... ک ل

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ اگر قانون مذکور (ن - ۱) ثنائی اجزاء ضربی کے لئے درست ہے تو وہ ن ثنائی اجزاء ضربی کے لئے بھی صحیح ہے لیکن ضرب دینے سے ہم دکھا چکے ہیں کہ ۳ و ۴ ثنائی جزء ضربی کی صورت میں قانون مذکور درست ہے اسلئے وہ پانچ کی صورت میں اور اسی واسطے چھ کی صورت میں اور اسی واسطے سات کی صورت میں صحیح ہے اور علیٰ ہذا القیاس درست ہے غرض وہ بالعموم سب صورتوں کو حاوی ہے

اب فرض کرو کہ ا = ب = ج = د = وغیرہما = ک = ل

تو (لا+ا) (لا+ب) (لا+ج) ... (لا+ک) (لا+ل) = (لا+ا) (لا+ا) ... ن اجزاء ضربی تک

= (لا+ا)^{ن}

س$_{۱}$ + ل = ا + ا + ا + وغیرہما ن رقموں تک = ن ا

س$_{۲}$ + س$_{۱}$ ل = ا^{۲} + ا^{۲} + ا^{۲} + وغیرہما اتنی رقموں تک جتنی ن شیا میں سے دو دو کے اجتماع ہوتے ہیں

= $\frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}$ ا^{۲}

س$_{۳}$ + س$_{۲}$ ل = ا^{۳} + ا^{۳} + ا^{۳} وغیرہما اتنی رقموں تک جتنی ن شیا میں سے تین تین کے اجتماع ہوتے ہیں

= $\frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}$ ا^{۳}

وغیرہما = وغیرہما

س$_{ن-۱}$ ل = ا × ا . ا ... ن اجزاء ضربی تک = ا^{ن}

$$\therefore (لا+ا)^{ن} = لا^{ن} + ن\,لا^{ن-۱}\,ا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{ن-۲}\,ا^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,لا^{ن-۳}\,ا^{۳} + \text{وغیرہما} + ا^{ن}$$

$$= لا^{ن} + ن\,لا^{ن-۱}\,ا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{ن-۲}\,ا^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,لا^{ن-۳}\,ا^{۳} + \text{وغیرہما} + ا^{ن}$$

اگر لا کے جگہہ ا اور ا کی لا رکہیں تو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(ا+لا)^{ن} = ا^{ن} + ن\,ا^{ن-۱}\,لا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,ا^{ن-۲}\,لا^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,ا^{ن-۳}\,لا^{۳} + \text{وغیرہما} + لا^{ن}$$

نتیجہ اول ہم نے ثابت کیا ہے کہ

$$(لا+ا)^{ن} = لا^{ن} + ن\,لا^{ن-۱}\,ا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{ن-۲}\,ا^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲}\,لا^{ن-۳}\,ا^{۳} + \text{وغیرہما} + ا^{ن}$$

اگر ا کی جگہہ ‎-ا‎ اس قانون جبریہ میں رکہیں تو

$$[لا+(-ا)]^{ن} = لا^{ن} + ن\,لا^{ن-۱}(-ا) + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{ن-۲}(-ا)^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,لا^{ن-۳}(-ا)^{۳} + \text{وغیرہما} + (-ا)^{ن}$$

$$= لا^{ن} - ن\,لا^{ن-۱}\,ا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{ن-۲}\,ا^{۲} - \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,لا^{ن-۳}\,ا^{۳} + \text{وغیرہما} \pm ا^{ن}$$

$\pm ا^{ن}$ میں + کی علامت جب ن جفت ہو اور − کی علامت جب ن طاق ہو

نتیجہ ۲ دفعہ ۱۸۵ میں جو قانون جبریہ بیان ہوا ہے اوسمیں ا = ۱ کے رکہیں تو ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ

$$(۱+لا)^{ن} = ۱ + ن\,لا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,لا^{۳} + \text{وغیرہما}$$

اور اسیطرح

$$(۱-لا)^{ن} = ۱ - ن\,لا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,لا^{۲} - \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,لا^{۳} + \text{وغیرہما}$$

نتیجہ ۳ چونکہ

$$(ا+لا)^{ن} = \left[\frac{ا(ا+لا)}{ا}\right]^{ن} = ا^{ن}\left(\frac{ا}{ا}+\frac{لا}{ا}\right)^{ن} = ا^{ن}\left(۱+\frac{لا}{ا}\right)^{ن}$$

اسے یہہ مستنبط ہوتا ہے کہ $(ا+لا)^{ن}$ کو اسطرح پہیلا سکتے ہیں کہ

$$(ا+لا)^{ن} = ا^{ن}\left[۱+\frac{لا}{ا}\right]^{ن} = ا^{ن}\left[۱ + ن\cdot\frac{لا}{ا} + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\,\frac{لا^{۲}}{ا^{۲}} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\,\frac{لا^{۳}}{ا^{۳}} + \text{وغیرہما}\right]$$

اور اسیطرح

$$(ا-لا)^{ن} = ا^{ن}\left[۱-\frac{لا}{ا}\right]^{ن} = ا^{ن}\left[۱ - ن\,\frac{لا}{ا} + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲}\cdot\frac{لا^{۲}}{ا^{۲}} - \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱\times۲\times۳}\cdot\frac{لا^{۳}}{ا^{۳}} + \text{وغیرہما}\right]$$

خاص مثالوں میں اس سلسلہ کا استعمال نہایت بکار آمد اور سودمند ہوتا ہے

امثلہ نمبری ۷ حل کی ہوئی

مثال ۱ (ا + لا)^۴ کی قیمت دریافت کرو

دفعہ ۱۵۸ کے قانون جبریہ میں ن = ۴ اور ا = ۱ اور لا لکھنے سے

$$\therefore (ا+لا)^{۴} = ا^{۴} + ۴ا^{۴-۱}لا + \frac{۴(۴-۱)}{۱\times۲}ا^{۴-۲}لا^{۲} + \frac{۴(۴-۱)(۴-۲)}{۱\times۲\times۳}ا^{۴-۳}لا^{۳} + \frac{۴(۴-۱)(۴-۲)(۴-۳)}{۱\times۲\times۳\times۴}ا^{۴-۴}لا^{۴}$$

اسکے بعد سب رقموں میں (۴ - ۴) یعنی صفر ایک جزضربی ہوگا ∴ ہر ایک رقم آگے = ۰

$$\therefore (ا+لا)^{۴} = ا^{۴} + ۴ا^{۳}لا + ۶ا^{۲}لا^{۲} + ۴الا^{۳} + لا^{۴}$$

مثال ۲ (۲لا + ۳ی)^۵ کو پھیلاؤ

$$(۲لا+۳ی)^{۵} = (۲لا)^{۵} + ۵.(۲لا)^{۵-۱}\times۳ی + \frac{۵(۵-۱)}{۱\times۲}(۲لا)^{۵-۲}(۳ی)^{۲} + \frac{۵(۵-۱)(۵-۲)}{۱\times۲\times۳}(۲لا)^{۵-۳}(۳ی)^{۳} + \frac{۵(۵-۱)(۵-۲)(۵-۳)}{۱\times۲\times۳\times۴}(۲لا)^{۵-۴}(۳ی)^{۴} + \frac{۵(۵-۱)(۵-۲)(۵-۳)(۵-۴)}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵}(۲لا)^{۵-۵}(۳ی)^{۵}$$

+ ارقام جنمیں صفر جزضربی ہے

$$= ۳۲لا^{۵} + ۵\times۱۶لا^{۴}\times۳ی + ۱۰\times۸لا^{۳}\times۹ی^{۲} + ۱۰\times۴لا^{۲}\times۲۷ی^{۳} + ۵\times۲لا\times۸۱ی^{۴} + ۲۴۳ی^{۵}$$

$$= ۳۲لا^{۵} + ۲۴۰لا^{۴}ی + ۷۲۰لا^{۳}ی^{۲} + ۱۰۸۰لا^{۲}ی^{۳} + ۸۱۰لای^{۴} + ۲۴۳ی^{۵}$$

یا اسطرح اوسکی صورت مفصلہ حاصل ہوسکتی ہے کہ

$$(۲لا+۳ی)^{۵} = (۲لا)^{۵}\left[۱+\frac{۳ی}{۲لا}\right]^{۵}$$

$$= ۳۲لا^{۵}\left[۱ + ۵\times\frac{۳ی}{۲لا} + \frac{۵\times۴}{۱\times۲}\left(\frac{۳ی}{۲لا}\right)^{۲} + \frac{۵\times۴\times۳}{۱\times۲\times۳}\left(\frac{۳ی}{۲لا}\right)^{۳} + \frac{۵\times۴\times۳\times۲}{۱\times۲\times۳\times۴}\left(\frac{۳ی}{۲لا}\right)^{۴} + \frac{۵\times۴\times۳\times۲\times۱}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵}\left(\frac{۳ی}{۲لا}\right)^{۵}\right]$$

$$= ۳۲لا^{۵}\left[۱ + \frac{۱۵ی}{۲لا} + \frac{۹۰ی^{۲}}{۴لا^{۲}} + \frac{۲۷۰ی^{۳}}{۸لا^{۳}} + \frac{۴۰۵ی^{۴}}{۱۶لا^{۴}} + \frac{۲۴۳ی^{۵}}{۳۲لا^{۵}}\right]$$

$$= ۳۲لا^{۵} + ۲۴۰لا^{۴}ی + ۷۲۰لا^{۳}ی^{۲} + ۱۰۸۰لا^{۲}ی^{۳} + ۸۱۰لای^{۴} + ۲۴۳ی^{۵}$$

مثال ۳ (ا^۲ - لا^۲)^۴ کو پھیلاؤ

$$(ا^{۲}-لا^{۲})^{۴} = (ا^{۲})^{۴} + ۴(ا^{۲})^{۳}(-لا^{۲}) + \frac{۴\times۳}{۱\times۲}(ا^{۲})^{۲}(-لا^{۲})^{۲} + \frac{۴\times۳\times۲}{۱\times۲\times۳}ا^{۲}(-لا^{۲})^{۳} + \frac{۴\times۳\times۲\times۱}{۱\times۲\times۳\times۴}(-لا^{۲})^{۴}$$

$$= \text{ا}^4 - 4\,\text{ا}^3\,\text{لا} + 6\,\text{ا}^2\,\text{لا}^2 - 4\,\text{ا}\,\text{لا}^3 + \text{لا}^4$$

مثال ۴ $\left(1 + \frac{\text{لا}}{2}\right)^5$ کی صورت مفصلہ بیان کرو

$$\left(1+\frac{\text{لا}}{2}\right)^5 = 1 + 5\times\frac{\text{لا}}{2} + \left(\frac{\text{لا}}{2}\right)^2\frac{5\times4}{2\times1} + \left(\frac{\text{لا}}{2}\right)^3\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} + \left(\frac{\text{لا}}{2}\right)^4\frac{5\times4\times3\times2}{4\times3\times2\times1} + \left(\frac{\text{لا}}{2}\right)^5\frac{5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}$$

$$= 1 + \frac{5\,\text{لا}}{2} + \frac{5\,\text{لا}^2}{2} + \frac{5\,\text{لا}^3}{4} + \frac{5\,\text{لا}^4}{16} + \frac{\text{لا}^5}{32}$$

مثال ۵ $\left(\frac{1}{2}\text{لا} - 2\text{ی}\right)^7$ کی صورت مفصلہ لکھو

اب اس جملہ کو اوسی صورت سے بدلائیں جس صورت میں وہ لکھا گیا اسطرح بدلائیں کہ

$$\left(\frac{1}{2}\text{لا} - 2\text{ی}\right)^7 = \left(\frac{\text{لا}}{2}\right)^7\left[1 - \frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right]^7 = \frac{\text{لا}^7}{128}\left(1 - \frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^7$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\text{لا} - 2\text{ی}\right)^7 = \frac{\text{لا}^7}{128}\Big[1 - 7\cdot\frac{4\text{ی}}{\text{لا}} + \frac{7\times6}{2\times1}\left(\frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^2 - \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}\left(\frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^3 + \frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}\left(\frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^4 - \frac{7\times6\times5\times4\times3}{5\times4\times3\times2\times1}\left(\frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^5 + \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2}{6\times5\times4\times3\times2\times1}\left(\frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^6 - \left(\frac{4\text{ی}}{\text{لا}}\right)^7\Big]$$

$$= \frac{\text{لا}^7}{128}\Big[1 - \frac{7\cdot4\,\text{ی}}{\text{لا}} + \frac{21\cdot4^2\,\text{ی}^2}{\text{لا}^2} - \frac{35\cdot4^3\,\text{ی}^3}{\text{لا}^3} + \frac{35\cdot4^4\,\text{ی}^4}{\text{لا}^4} - \frac{21\cdot4^5\,\text{ی}^5}{\text{لا}^5} + \frac{7\cdot4^6\,\text{ی}^6}{\text{لا}^6} - \frac{4^7\,\text{ی}^7}{\text{لا}^7}\Big]$$

$$= \frac{\text{لا}^7}{128} - \frac{7}{32}\text{لا}^6\text{ی} + \frac{21}{8}\text{لا}^5\text{ی}^2 - \frac{35}{2}\text{لا}^4\text{ی}^3 + 70\,\text{لا}^3\text{ی}^4 - 168\,\text{لا}^2\text{ی}^5 + 224\,\text{لا}\,\text{ی}^6 - 128\,\text{ی}^7$$

مثال ۶ $(\text{آ}^2 - \text{آ}\,\text{لا})^{10}$ کو پھیلاؤ

$$(\text{آ}^2 - \text{آلا})^{10} = (\text{آ}^2)^{10} - 10\,(\text{آ}^2)^9\cdot\text{آلا} + \frac{10\times9}{2\times1}(\text{آ}^2)^8\cdot\text{آ}^2\text{لا}^2 - \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}(\text{آ}^2)^7\cdot\text{آ}^3\text{لا}^3 + \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}(\text{آ}^2)^6\cdot\text{آ}^4\text{لا}^4 - \frac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1}(\text{آ}^2)^5\cdot\text{آ}^5\text{لا}^5$$

$$+ \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5}{6\times5\times4\times3\times2\times1}(\text{آ}^2)^4\cdot\text{آ}^6\text{لا}^6 - \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}(\text{آ}^2)^3\cdot\text{آ}^7\text{لا}^7$$

$$+ \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3}{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}(\text{آ}^2)^2\cdot\text{آ}^8\text{لا}^8 - \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2}{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}(\text{آ}^2)\cdot\text{آ}^9\text{لا}^9 + \text{آ}^{10}\text{لا}^{10}$$

$$= \text{آ}^{20} - 10\,\text{آ}^{19}\text{لا} + 45\,\text{آ}^{18}\text{لا}^2 - 120\,\text{آ}^{17}\text{لا}^3 + 210\,\text{آ}^{16}\text{لا}^4 - 252\,\text{آ}^{15}\text{لا}^5 + 210\,\text{آ}^{14}\text{لا}^6$$

$$- 120\,\text{آ}^{13}\text{لا}^7 + 45\,\text{آ}^{12}\text{لا}^8 - 10\,\text{آ}^{11}\text{لا}^9 + \text{آ}^{10}\text{لا}^{10}$$

$(ا^{ن} - لا^{ن})$ کو اس صورت $ا^{ن}(۱ - \frac{لا}{ا})^{ن}$ مین لکھکر صورت مفصلہ $(۱ - \frac{لا}{ا})^{ن}$ کی ہر رقم کو $ا^{ن}$ مین ضرب دو جس طرح مثال پنجم کیا تہا تو یہی صورت مفصلہ حاصل ہوجائیگی

مثال ۶ $(۳ لا^{\frac{۳}{۲}} - ۳ ی^{\frac{۲}{۳}})^{۶}$ کو پھیلاؤ

$$(۳ لا^{\frac{۳}{۲}} - ۳ ی^{\frac{۲}{۳}})^{۶} = (۳ لا^{\frac{۳}{۲}})^{۶} (۱ - \frac{ی^{\frac{۲}{۳}}}{لا^{\frac{۳}{۲}}})^{۶}$$

$$= لا^{۹}(۱ - ۶ \frac{ی^{\frac{۲}{۳}}}{لا^{\frac{۳}{۲}}} + ۱۵ \frac{ی^{\frac{۴}{۳}}}{لا^{۳}} - ۲۰ \frac{ی^{۲}}{لا^{\frac{۹}{۲}}} + ۱۵ \frac{ی^{\frac{۸}{۳}}}{لا^{۶}} - ۶ \frac{ی^{\frac{۱۰}{۳}}}{لا^{\frac{۱۵}{۲}}} + \frac{ی^{۴}}{لا^{۹}})$$

$$= لا^{۹} - ۶ لا^{\frac{۱۵}{۲}} ی^{\frac{۲}{۳}} + ۱۵ لا^{۶} ی^{\frac{۴}{۳}} - ۲۰ لا^{\frac{۹}{۲}} ی^{۲} + ۱۵ لا^{۳} ی^{\frac{۸}{۳}} - ۶ لا^{\frac{۳}{۲}} ی^{\frac{۱۰}{۳}} + ی^{۴}$$

امثلہ نمبری ۷ مشق کے واسطے

(۱) $(۱ + لا)^{۴}$ اور $(۱ + لا)^{۷}$ اور $(۱ - لا)^{۹}$ اور $(۱ - لا)^{۸}$ کی صورت مفصلہ لکھو

(۲) $(۱ + ۴ لا)^{۵}$ اور $(۱ - ۳ لا)^{۶}$ اور $(۱ + \frac{لا}{۲})^{۴}$ اور $(۱ - \frac{لا}{۲})^{۵}$ کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۳) $(۲ لا - ۳ ی)^{۴}$ اور $(ح - ۲ ی)^{۳}$ اور $(۳ ا ح - ۲ ب د)^{۵}$ اور $(۳ لا - \frac{ی}{۲})^{۶}$ کی صورت مفصلہ لکھو

(۴) $(م + ن لا)^{۴}$ اور $(لا^{۲} - لا ی^{۲})^{۵}$ اور $(۱ + لا - ۲ لا^{۲})^{۷}$ اور $(ا^{م} - ب^{م})^{۴}$ کی صورت مفصلہ دریافت کرو

(۵) $(ا^{۲} + ب^{\frac{۱}{۲}})^{۴}$ اور $(۵ - \frac{لا}{۲})^{۶}$ اور $(\frac{لا}{۲} + ۲ ی)^{۶}$ اور [illegible] کی صورت مفصلہ بیان کرو

(۶) $(۲ ا^{\frac{۱}{۲}} - ب^{\frac{۱}{۲}})^{۱۰}$ و $(لا ی - \frac{۱}{۳ ی})^{۸}$ و [illegible] و $(۵ لا^{۲} ی - ۴ لا ی^{۲})^{۴}$

(۱۸۶) $(ا + لا)^{ن}$ کی صورت مفصلہ مین رو ین رقم یعنی رقم عام دریافت کرو

$$(ا + لا)^{ن} = ا^{ن} + ن ا^{ن-۱} لا + \frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲} ا^{ن-۲} لا^{۲} + \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱ \times ۲ \times ۳} ا^{ن-۳} لا^{۳} + \text{وغیرہا}$$

اب ہم دیکھتے ہین کہ ارقام کے امثال ان اجزاء ضربی $\frac{ن}{۱}$ و $\frac{ن-۱}{۲}$ و $\frac{ن-۲}{۳}$ وغیرہا کے حاصل ضرب سے بنتی ہین صورت مفصلہ مین رقم کا جو نسا مرتبہ ہو اوسکی تعداد سے ایک کم تعداد ان اجزاء ضربی کی ہوتی ہے

$$\text{تیسری رقم} = \frac{ن(ن-۱)}{۱ \times ۲} ا^{ن-۲} لا^{۲} = \frac{ن(ن-۳+۲)}{۱ \times (۳-۱)} ا^{ن-۳+۱} لا^{۳-۱}$$

$$\text{چوتھی رقم} = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)}{۱ \times ۲ \times ۳} ا^{ن-۳} لا^{۳} = \frac{ن(ن-۱)(ن-۴+۲)}{۱ \times ۲ (۴-۱)} ا^{ن-۴+۱} لا^{۴-۱}$$

$$\text{پانچوین رقم} = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)(ن-۵+۲)}{۱ \times ۲ \times ۳ (۵-۱)} ا^{ن-۵+۱} لا^{۵-۱}$$

∴ رویں رقم $= \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)\cdots(ن-ر+۲)}{۱\times۲\times۳\cdots(ر-۱)} ا^{ن-ر+۱} لا^{ر-۱}$ وغیرہما = وغیرہما

تنبیہ صورت مفصلہ $(ا-لا)^{ن}$ میں رویں رقم یہہ ہوگی

$\pm \frac{ن(ن-۱)\cdots(ن-ر+۲)}{۱\times۲\times\cdots(ر-۱)} ا^{ن-ر+۱} لا^{ر-۱}$

علامت ± میں طاق جفت کا خیال رکھو

امثلہ نمبری ۸۷ حل کی ہوئی

مثال ۱ $(ا+لا)^{۱۱}$ کی آٹھویں رقم دریافت کرو

رویں رقم $(ا+لا)^{ن} = \frac{ن(ن-۱)(ن-۲)\cdots(ن-ر+۲)}{۱\times۲\times\cdots(ر-۱)} ا^{ن-ر+۱} لا^{ر-۱}$

یہاں ا = ۱ ن − ر + ۲ = ۱۱ − ۸ + ۲ = ۵ اور ر − ۱ = ۸ − ۱ = ۷

لا = لا ∴ آٹھویں رقم $(ا+لا)^{۱۱} = \frac{۱۱\times۱۰\times۹\times۸\times۷\times۶\times۵}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵\times۶\times۷} (۱)^{۱۱-۸+۱} لا^{۷}$

ن = ۱۱ $= ۳۳۰ لا^{۷}$

مثال ۲ $(ا^{۲}-۲اب)^{۶}$ کی چھٹی رقم دریافت کرو

ا = $ا^{۲}$ ن − ر + ۲ = ۶ − ۶ + ۲ = ۲ اور ر − ۱ = ۶ − ۱ = ۵

لا = −۲اب ∴ چھٹی رقم $(ا^{۲}-۲اب)^{۶}$ کی $= \frac{۶\times۵\times۴\times۳\times۲}{۱\times۲\times۳\times۴\times۵} (ا^{۲})^{۶-۶+۱} (-۲اب)^{۶-۱}$

ن = ۶ $= ۶ا^{۲}(-۳۲ا^{۵}ب^{۵}) = -۱۹۲ا^{۷}ب^{۵}$

مثال ۳ $\left(\frac{۲اج}{ب} - \frac{ب ج د}{۴}\right)^{۶}$ کی چوتھی رقم دریافت کرو

ن − ر + ۲ = ۶ − ۴ + ۲ = ۴ اور ر − ۱ = ۴ − ۱ = ۳

∴ رقم مطلوب $= \frac{۴\times۵\times۶}{۱\times۲\times۳}\left(\frac{۲اج}{ب}\right)^{۳}\left(-\frac{ب ج د}{۴}\right)^{۳}$

$= \frac{۴\times۵}{۱} \cdot \frac{۸ا^{۳}ج^{۳}}{ب^{۳}} \cdot -\frac{ب^{۳}ج^{۳}د^{۳}}{۶۴} = -\frac{۵}{۲} \cdot ا^{۳}ج^{۶}د^{۳}$

مثالیں نمبری ۸۷ مشق کے واسطے

(۱) چوتھی رقم $(لا^{۲}+ب)^{۵}$ اور $(ا^{۲}-۲اب)^{۷}$ اور $(۵ا^{۲}ج+۳لاب^{۲})^{۳}$ کی دریافت کرو

(۲) پانچویں رقم $(ا^{۲}-ب^{۲})^{۱۲}$ اور $(\frac{۱}{۲}لا-۳ی)^{۸}$ اور $(۳اج-۲ب د)^{۵}$ کی دریافت کرو

(۳) چوتھی رقم $\left(۳د^{۲}-\frac{ی^{۲}}{۲}\right)^{۱۴}$ کی اور گیارہویں رقم $\left(\frac{لا^{۲}}{۲}-\frac{۲}{لا}\right)^{۱۴}$ کی دریافت کرو

(۴) چھٹی رقم (لا/۲ + ب/لا)^۱۲ اور آٹھوین رقم (لا/۳ − ۳/لا)^۱۰ دریافت کرو

تنبیہ امثلہ نمبری ۷ مین ہر جملہ کے خاص رقم دریافت کرنے سے اور زیادہ مشق ہو سکتی ہے

(۱۸۷) اگر قوت نما مثبت اور صحیح ہو تو صورت مفصلہ مین امثال جو قوت نما سے پیدا ہوتی ہین مثبت اور صحیح ہونگی دفعہ ۱۸۶ مین ہمنے ثابت کیا ہے کہ امثال ر وین رقم کی یہہ ہین

= ن (ن − ۱) ۰ ۰ ۰ ۰ (ن − ر + ۲) / ۱ × ۲ × ۳ (ر − ۱)

= ن (ن − ۱) ۰ ۰ ۰ [ن − (ر − ۱) + ۱] / ۱ × ۲ ۰ ۰ ۰ (ر − ۱)

= تعداد اجتماعون کی جو ن اشیا مین سے ر − ۱ اشیا کی لی جائین

= ضروری ایک صحیح عدد کے

(۱۸۸) (۱ + لا)^ن کی صورت مفصلہ مین ن مثبت اور صحیح ہے تو ن + ۱ تعداد ارقام ہوگی اسواسطے کہ امثال (ن + ۱) وین رقم کی = ن (ن − ۱) ۰ ۰ ۰ [ن − (ن + ۱) + ۲] / ۱ × ۲ ۰ ۰ [(ن + ۱) − ۱]

= ن (ن − ۱) ۰ ۰ ۰ ۱ / ۱ × ۲ ۰ ۰ ۰ ن

= ۱

اور امثال (ن + ۲) وین رقم = ن (ن − ۱) ۰ ۰ ۰ [ن − (ن + ۲) + ۲] / ۱ × ۲ ۰ ۰ ۰ (ن + ۱)

= ن (ن − ۱) ۰ ۰ ۰ صفر / ۱ × ۲ ۰ ۰ ۰ (ن + ۱)

∴ ہر ایک رقم مین جو بعد (ن + ۱) وین رقم کے ہوگی صفر ضربی ہوگا اور اسواسطے وہ = ۰ اسواسطے صورت مفصلہ کی ارقام بعد (ن + ۱) وین رقم کی وجود نہین رکھتی ہین اور موقوف ہو جاتی ہین اسلئے صورت مفصلہ مین ن + ۱ رقمین ہوتی ہین

(۱۸۹) صورت مفصلہ (۱ + لا)^ن مین جب قوت نما مثبت صحیح ہو ارقام جنکا بعد علیحدہ علیحدہ اول اور آخر سے ایک ہو آپسمین برابر ہوتے ہین

اب (ن + ۱) رقمین صورت مفصلہ مین ہوتی ہین اسلئے ر وین رقم آخر سے یعنی وہ جسکے مابعد (ر − ۱) رقمین آتی ہین (ن + ۱) وین رقم − (ر − ۱) وین ابتدا سے یعنی (ن − ر + ۲) وین رقم ابتدا سے ہوگی

اسواسطے امثال (ن - ر + ۲) وین رقم ابتدا سے

$$= \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲) \ldots [ن - (ن - ر + ۲) + ۲]}{۱ \times ۲ \times ۳ \ldots [(ن - ر + ۲) - ۱]}$$

$$= \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲) \ldots ر}{۱ \times ۲ \times ۳ \ldots (ن - ر + ۱)}$$

$$= \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲) \ldots ر}{۱ \times ۲ \times ۳ \ldots (ن - ر + ۱)} \times \frac{(ر - ۱) (ر - ۲) \ldots ۳ \times ۲ \times ۱}{۱ \times ۲ \ldots (ر - ۱)}$$

شمارکنندہ اور نسب نما کو $۱ \times ۲ \ldots (ر - ۱)$ مین ضرب دو

$$= \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲) \ldots (ن - ر + ۲)}{۱ \times ۲ \times ۳ \ldots (ر - ۱)}$$ نسب نما اور شمارکنندہ کو

$۱ \times ۲ \ldots (ن - ر + ۱)$ پر تقسیم کیا

= امثال روین رقم کی جو ابتدا سے شروع ہوتا ہے

نتیجہ اسسے معلوم ہوا کہ جب قوت نما مثبت اور صحیح عدد ہو تو صورت مفصلہ مین نصف اول سے نصف آخر کے امثال نقل کردو

(۱۹۰) جملہ ثنائی کی صورت مفصلہ مین مجموعہ امثال ارقام کا دریافت کرو

چونکہ $(ا + لا)^{ن} = ا^{ن} + ن ا^{ن-۱} لا + \frac{ن (ن - ۱)}{۱ \times ۲} ا^{ن-۲} لا^{۲}$ + وغیرہا

حاوی لا اور ا کے سب قیمتون پر ہے اسلئے اگر ا = ۱ اور لا = ا کے ہو تو اُس صورت مین

$(۱ + ۱)^{ن}$ یا $۲^{ن} = ۱ + ن + \frac{ن (ن - ۱)}{۱ \times ۲}$ + وغیرہا

= مجموعہ تمام امثال

∴ مجموعہ کل امثال کا = $۲^{ن}$

(۱۹۱) صورت مفصلہ جملہ ثنائی مین مجموعہ امثال طاق ارقام کا = مجموعہ امثال جفت ارقام کے

چونکہ $(ا - لا)^{ن} = ا^{ن} - ن ا^{ن-۱} لا + \frac{ن (ن - ۱)}{۱ \times ۲} ا^{ن-۲} لا^{۲} - \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲)}{۱ \times ۲ \times ۳} ا^{ن-۳} لا^{۳}$ + وغیرہا

اگر ا = ۱ اور لا = ۱

$(۱ - ۱)^{ن}$ یعنی ۰ یعنی $۰ = ۱ - ن + \frac{ن (ن - ۱)}{۱ \times ۲} - \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲)}{۱ \times ۲ \times ۳}$ + وغیرہ

$= [۱ + \frac{ن (ن - ۱)}{۱ \times ۲} + وغیرہ] - [ن + \frac{ن (ن - ۱) (ن - ۲)}{۱ \times ۲ \times ۳} + وغیرہا]$

= مجموعہ امثال ارقام طاق - مجموعہ امثال ارقام جفت

∴ مجموعہ امثال ارقام طاق = مجموعہ امثال ارقام جفت

اسے معلوم ہوا کہ مجموعہ امثال طاق ارقام یا جفت ارقام $= \frac{٢^{ن}}{٢} = ٢^{ن-١}$ بموجب دفعہ ١٩٠

(١٩٢) صورت مفصلہ $(ا + لا)^{ن}$ مین بڑے سے بڑی رقم دریافت کرو

روین رقم $(ا + لا)^{ن}$ کی

$$= \frac{ن(ن-١)(ن-٢)\cdots(ن-ر+٢)}{١\times٢\times٣\cdots(ر-١)} ا^{ن-ر+١} لا^{ر-١}$$

(ر + ١) وین رقم صورت مفصلہ $(ا + لا)^{ن}$ کی

$$= \frac{ن(ن-١)(ن-٢)\cdots(ن-ر+٢)(ن-ر+١)}{١\times٢\times٣\cdots(ر-١)ر} ا^{ن-ر} لا^{ر}$$

$$= \frac{ن(ن-١)\cdots(ن-ر+٢)}{١\times٢\cdots(ر-١)} ا^{ن-ر+١} لا^{ر-١} \times \frac{ن-ر+١}{ر} \frac{لا}{ا}$$

$$= \text{روین رقم} \times \frac{ن-ر+١}{ر} \cdot \frac{لا}{ا}$$

اسے معلوم ہوا کہ روین رقم جب نہایت بڑی ہوگی کہ

$$\frac{ن-ر+١}{ر} \times \frac{لا}{ا} = \text{یا} > ١$$

$$ن لا - ر لا + لا = \text{یا} > ر ا$$

$$ن لا + لا = \text{یا} > ر(لا + ا)$$

$$\text{جب } ر = \text{یا} < \frac{ن لا + لا}{لا + ا}$$

$$= \text{یا} < \frac{(ن+١) لا}{ا + لا}$$

جب $\frac{(ن+١) ن}{لا + ا}$ صحیح ہو تو ر اوسکی برابر ہو

اور جب $\frac{(ن+١) لا}{لا + ا}$ کسر ہو تو ر اول صحیح عدد ہو جو اس کسر سے مابعد بڑا ہوگا

اگر $\frac{(ن+١)}{لا + ا}$ ایک صحیح عدد تو روین اور (ر + ١) وین رقمین آپس مین برابر ہین تب ان دونو مین سے ہر ایک باقی رقموں مین سے بڑی ہوگی

امثلہ نمبری ٩٧ حل کی ہوئی

مثال جب $لا = \frac{١}{٣}$ کے ہو تو $(٣ + ٧ لا)^{٨}$ مین نہایت بڑی رقم دریافت کرو

یہاں $\frac{(ن+١) لا}{ا + لا} = \frac{(٨+١)\frac{٧}{٣}}{٣ + \frac{٧}{٣}}$

$$= \frac{٩\times٧}{٣} \times \frac{٣}{١٦} = \frac{٦٣}{١٦} = ٣\frac{١٥}{١٦}$$

اول صحیح عدد جو بڑا $٣\frac{١٥}{١٦}$ سے ہی ہے ∴ رقم مطلوب چوتھی رقم ہے

امثلہ نمبری ۹ کے مشق ۳۲ کے واسطے

(۱) $(۳ + ۵ لا)^{۸}$ کی صورت مفصلہ مین جب $لا = \frac{۱}{۲}$ کی ہو تو بڑی سے بڑی رقم دریافت کرو

(۲) $(۱ + لا)^{۱۴}$ کی صورت مفصلہ مین بڑے سے بڑا اسر دریافت کرو

(۱۹۳) ضابطہ جملہ ثنائی کو قوت نما کے مثبت اور صحیح ہونیکی صورت مین صحیح مانکر وہ صورت ضابطہ کی ثابت کرو کہ جسمین قوت نما کسر یا منفی ہو یولر صاحب کا ضابطہ

فرض کرو کہ سلسلہ $۱ + م لا + \frac{م(م-۱)}{۱\times۲} لا^{۲} + \frac{م(م-۱)(م-۲)}{۱\times۲\times۳} لا^{۳} +$ وغیرہما

خواہ م مثبت ہو خواہ منفی خواہ صحیح خواہ کسر ح (م) سے تعبیر ہوتا ہے

جب م مثبت اور صحیح ہوتا ہے تو ہمکو معلوم ہے کہ

$۱ + م لا + \frac{م(م-۱)}{۱\times۲} لا^{۲} + \frac{م(م-۱)(م-۲)}{۱\times۲\times۳} لا^{۳} + وغیرہ = (۱+لا)^{م}$

اسواسطے اس صورت مین $ح(م) = (۱+لا)^{م}$ اب ہم ثابت کرینگے کہ $ح(م) = (۱+لا)^{م}$ خواہ م کی کچھہ ہی قیمت ہو

چونکہ سب صورتون مین $ح(م) = ۱ + م لا + \frac{م(م-۱)}{۱\times۲} لا^{۲} +$ وغیرہما

$\therefore ح(ن) = ۱ + ن لا + \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲} لا^{۲} +$ وغیرہ

$\therefore ح(م) \times ح(ن) = ۱ + م لا + \frac{م(م-۱)}{۱\times۲} لا^{۲} +$ وغیرہما

$+ ن لا + م ن لا^{۲} +$ وغیرہ

$+ \frac{ن(ن-۱)}{۱\times۲} لا^{۲} +$ وغیرہما

$= ۱ + ط لا + ص لا^{۲} +$ وغیرہما کی فرض کرو

اسمین ط اور ص مخلوط اجتماع م اور ن کی ہین اگر قیمتین م اور ن بدل جائین تو قیمتین ط اور ص ... وغیرہما کی بدل جائینگی باوجود اس بات کے پھر بھی م اور ن کی خواہ کچھہ ہی قیمت ہو. ط اور ص کی صورت ویسی ہی رہیگی اسلئے جو صورت ہم ح (م) . ح (ن) کی م اور ن کی مثبت صحیح ہونے کی صورت مین تحقیق ہو گی وہی صورت اونکی رہیگی خواہ م اور ن کی کچھہ ہی قیمت ہو

اب م اور ن جب مثبت ہون تو

ح (م) = (۱+لا)^م اور ح (ن) = (۱+لا)^ن

∴ ح (م) . ح (ن) = (۱+لا)^م × (۱+لا)^ن

= (۱+لا)^(م+ن)

= ۱ + (م+ن) لا + ((م+ن)(م+ن−۱))/(۱×۲) لا^۲ + وغیرہما بموجب دفعہ ۱۸۵ کے

اب چونکہ جملہ جو دائین طرف لکہا ہوا ہے وہ صورت حاصل ضرب ح (م) . ح (ن) کی ہے جب م اور ن مثبت صحیح ہون تو جو کچھہ اوپر بیان ہوا اوس سے معلوم ہوتا ہے کہ خواہ م اور ن کچھہ ہی ہون صحیح کسر منفی مثبت سب حالتون مین یہی صورت حاصلضرب کی ہوگی

لیکن یہہ جملہ بموجب طریقہ کتابت مفروضہ = ح (م + ن)

∴ (م) اور (ن) کے سب قیمتون کے لئے

ح (م) . ح (ن) = ح (م + ن)

اور نیز ح (م) . ح (ن) . ح (ع) = ح (م + ن + ع)

اور علی ہذالقیاس خواہ کتنی ہی اجزا ء ضربی ہون

ح (م) . ح (ن) . ح (ع) . . . = ح (م + ن + ع + وغیرہما)

اب فرض کرو کہ م = ن = ع = وغیرہما = ھ/ک اسمین ھ اور ک مثبت صحیح ہین اور فرض کرو کہ ایسی جزو ضربی کی تعداد ک ہے تو

ح (ھ/ک) . ح (ھ/ک) . ح (ھ/ک) . . . ک اجزاء ضربی تک = ح [ھ/ک + ھ/ک + ھ/ک + وغیرہما الی آخر ک تک]

یعنی ح [(ھ/ک)]^ک = ح (ک ھ/ک) = ح ھ

= (۱+لا)^ھ چونکہ ھ مثبت صحیح ہے

∴ (۱+لا)^(ھ/ک) = ح (ھ/ک)

= ۱ + ھ/ک لا + (ھ/ک (ھ/ک − ۱))/(۱×۲) لا^۲ + وغیرہما

بموجب طریقہ کتابت کے جو ہمنے اختیار کیا ہے پس اسی قاعدہ (۱+لا)^(ھ/ک) کی صورت مفصلہ کا اوس صورت مین کہ ھ/ک مثبت کسر ہو ثابت ہوا

اب پہر فرض کرو

ح (م) . م (ن) = ح (م + ن) یہہ م اور ن کی سب قیمتون کے واسطے ہین

فرض کرو کہ ن = − م

تو ح (م) ۰ ح (− م) = ح (م − ن)

= ح (۰)

= ۱

چونکہ سلسلہ برابر ا کے ہوجاتا ہے جب م = ۰

∴ ح (− م) = $\frac{1}{ح (م)}$ = $\frac{1}{(1 + لا)^م}$ = (۱ + لا)$^{-م}$

∴ (۱ + لا)$^{-م}$ = ح (− م)

= ۱ + (− م) لا + $\frac{-م (-م - 1)}{1 \times 2}$ لا^2 + وغیرہ

اسی قاعدہ منفی قوت نما کے واسطے ثابت ہوا اور خواہ وہ کسر ہو یا صحیح

تنبیہ (۱ + لا)^{ک} کے واسطے جو قاعدہ ثابت ہوا وہ بالکل کافی ہے کیونکہ (ا + لا) = ا (۱ + $\frac{لا}{ا}$)

∴ (ا + لا)^{ک} = ا^{ک} (۱ + $\frac{لا}{ا}$)^{ک}

= ا^{ک} [۱ + ک $\frac{لا}{ا}$ + $\frac{ک (ک - 1)}{1 \times 2}$ $\frac{لا^2}{ا^2}$ + وغیرہ]

= ا^{ک} + ک ا$^{ک - 1}$ لا + $\frac{ک (ک - 1)}{1 \times 2}$ ا$^{ک - 2}$ لا^2 وغیرہما

امثلہ نمبری ۸۰ حل کی ہوئی

مثال ۱ (۱ + لا)$^{\frac{1}{2}}$ کو پانچ رقموں تک پھیلاؤ

(۱ + لا)$^{\frac{1}{2}}$ = ۱ + $\frac{1}{2}$ لا + $\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)}{1 \times 2}$ لا^2 + $\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)(\frac{1}{2} - 2)}{1 \times 2 \times 3}$ لا^3

+ $\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} - 1)(\frac{1}{2} - 2)(\frac{1}{2} - 3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$ لا^4 + وغیرہ

= ۱ + $\frac{1}{2}$ لا + $\frac{1 \times -1}{2^2 \times 2}$ لا^2 + $\frac{1 \times -1 \times -3}{2^3 \times 3 \times 2 \times 1}$ لا^3 + $\frac{1 \times -1 \times -3 \times -5}{2^4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ لا^4 + وغیرہما

= ۱ + $\frac{1}{2}$ لا − $\frac{1}{8}$ لا^2 + $\frac{1}{16}$ لا^3 − $\frac{5}{128}$ لا^4 + وغیرہما

مثال ۲ (۱ − لا)$^{-\frac{1}{2}}$ کو پانچ رقموں تک بتلاؤ

(۱ − لا)$^{-\frac{1}{2}}$ = ۱ + (− $\frac{1}{2}$) (− لا) + $\frac{-\frac{1}{2}(-\frac{1}{2} - 1)}{1 \times 2}$ (− لا)^2

+ $\frac{-\frac{1}{2}(-\frac{1}{2} - 1)(-\frac{1}{2} - 2)}{1 \times 2 \times 3}$ (− لا)^3

+ $\frac{-\frac{1}{2}(-\frac{1}{2} - 1)(-\frac{1}{2} - 2)(-\frac{1}{2} - 3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$ (− لا)^4 + وغیرہ

= ۱ + $\frac{1}{2}$ لا + $\frac{-1 \times -3}{2^2 \times 2 \times 1}$ لا^2 + $\frac{-1 \times -3 \times -5}{2^3 \times 3 \times 2 \times 1}$ × − لا^3

+ $\frac{-1 \times -3 \times -5 \times -7}{2^4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ لا^4 + وغیرہما

$= 1 + \frac{1}{2}\text{لا} + \frac{3}{8}\text{لا}^2 + \frac{5}{16}\text{لا}^3 + \frac{35}{128}\text{لا}^4 +$ وغیرہا

مثال ٣ $\frac{1}{(1-\text{لا})^3}$ کی صورت مفصلہ ۵ رقموں تک دریافت کرو

$$\frac{1}{(1-\text{لا})^3} = (1-\text{لا})^{-3}$$

$$= 1 + (-3)(-\text{لا}) + \frac{-3\times-4}{1\times2}\text{لا}^2 + \frac{-3\times-4\times-5}{1\times2\times3}(-\text{لا}^3)$$

$$+ \frac{-3\times-4\times-5\times-6}{1\times2\times3\times4}\text{لا}^4 + \text{وغیرہا}$$

$$= 1 + 3\text{لا} + 6\text{لا}^2 + 10\text{لا}^3 + 15\text{لا}^4 + \text{وغیرہا}$$

مثال ٤ $(\text{د}+\text{لا})^{\frac{1}{3}}$ کی صورت مفصلہ پانچ رقموں تک لکھو

$$(\text{د}+\text{لا})^{\frac{1}{3}} = \text{د}^{\frac{1}{3}}\left(1+\frac{\text{لا}}{\text{د}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \text{د}^{\frac{1}{3}}\Big[1 + \frac{1}{3}\cdot\frac{\text{لا}}{\text{د}} + \frac{1\times-2}{3^2\times1\times2}\frac{\text{لا}^2}{\text{د}^2} + \frac{1\times-2\times-5}{3^3\times1\times2\times3}\frac{\text{لا}^3}{\text{د}^3}$$

$$+ \frac{1\times-2\times-5\times-8}{3^4\times1\times2\times3\times4}\frac{\text{لا}^4}{\text{د}^4} + \text{وغیرہا}\Big]$$

$$= \text{د}^{\frac{1}{3}} + \frac{\text{لا}}{3\text{د}^{\frac{2}{3}}} - \frac{\text{لا}^2}{9\text{د}^{\frac{5}{3}}} - \frac{10\text{لا}^4}{243\text{د}^{\frac{11}{3}}} + \text{وغیرہا}$$

مثال ٥ $(\text{د}+\text{لا})^{\frac{4}{5}}$ کی صورت مفصلہ ۵ رقموں تک جاری کرو

$$(\text{د}+\text{لا})^{\frac{4}{5}} = \text{د}^{\frac{4}{5}}\left[1+\left(\frac{\text{لا}}{\text{د}}\right)\right]^{\frac{4}{5}}$$

$$= \text{د}^{\frac{4}{5}}\Big[1 + \frac{4}{5}\cdot\frac{\text{لا}}{\text{د}} + \frac{4\times-1}{5^2\times1\times2}\cdot\frac{\text{لا}^2}{\text{د}^2} + \frac{4\times-1\times-6}{5^3\times1\times2\times3}\frac{\text{لا}^3}{\text{د}^3}$$

$$+ \frac{4\times-1\times-6\times-11}{5^4\times1\times2\times3\times4}\cdot\frac{\text{لا}^4}{\text{د}^4} + \text{وغیرہا}\Big]$$

$$= \text{د}^{\frac{4}{5}} + \frac{4}{5}\cdot\frac{\text{لا}}{\text{د}^{\frac{1}{5}}} - \frac{2}{25}\cdot\frac{\text{لا}^2}{\text{د}^{\frac{6}{5}}} + \frac{4}{125}\cdot\frac{\text{لا}^3}{\text{د}^{\frac{11}{5}}} - \frac{11}{625}\cdot\frac{\text{لا}^4}{\text{د}^{\frac{16}{5}}} + \text{وغیرہا}$$

مثال ٦ قیمت $\frac{1}{\text{ح}+\text{ح}^{\frac{1}{2}}\text{لا}^{\frac{1}{2}}}$ کی دریافت کرو

$$\frac{1}{\text{ح}+\text{ح}^{\frac{1}{2}}\text{لا}^{\frac{1}{2}}} = (\text{ح}+\text{ح}^{\frac{1}{2}}\text{لا}^{\frac{1}{2}})^{-1} = \text{ح}^{-1}\left(1+\frac{\text{لا}^{\frac{1}{2}}}{\text{ح}^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$$

$$= \text{ح}^{-1}\Big[1 - \frac{\text{لا}^{\frac{1}{2}}}{\text{ح}^{\frac{1}{2}}} + \frac{-1\times-2}{1\times2}\frac{\text{لا}}{\text{ح}} + \frac{-1\times-2\times-3}{1\times2\times3}\frac{\text{لا}^{\frac{3}{2}}}{\text{ح}^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \frac{-1\times-2\times-3\times-4}{1\times2\times3\times4}\frac{\text{لا}^2}{\text{ح}^2} + \text{وغیرہا}\Big]$$

$= ح^{1} - ح \frac{۳}{۲} لا + ح^{2} \frac{۵}{۳} لا^{2} - ح^{3} \frac{...}{...} لا^{3} + ...$ — وغیرہما

مثال ۷ ثابت کرو کہ

$\left[\frac{۱+لا}{۱-لا}\right]^{\frac{۱}{۲}} = ۱ + \frac{لا}{۱+لا} + \frac{۳}{۲}\left(\frac{لا}{۱+لا}\right)^{۲} + \frac{۵}{۲}\left(\frac{لا}{۱+لا}\right)^{۳} +$ وغیرہما

$\left(\frac{۱+لا}{۱-لا}\right)^{\frac{۱}{۲}} = \left[\frac{۱-لا}{۱+لا}\right]^{-\frac{۱}{۲}} = \left[۱ - \frac{۲لا}{۱+لا}\right]^{-\frac{۱}{۲}}$

$= ۱ + \left(-\frac{۱}{۲}\right)\left(-\frac{۲لا}{۱+لا}\right) + \frac{\left(-\frac{۱}{۲}\right)\left(-\frac{۱}{۲}-۱\right)}{۱\times۲}\left(-\frac{۲لا}{۱+لا}\right)^{۲}$

$+ \frac{\left(-\frac{۱}{۲}\right)\left(-\frac{۱}{۲}-۱\right)\left(-\frac{۱}{۲}-۲\right)}{۱\times۲\times۳}\left(-\frac{۲لا}{۱+لا}\right)^{۳} +$ وغیرہما

$= ۱ + \frac{لا}{۱+لا} + \frac{۳}{۲}\frac{لا^{۲}}{(۱+لا)^{۲}} + \frac{۵}{۲}\frac{لا^{۳}}{(۱+لا)^{۳}} +$ وغیرہما

امثلہ نمبری ۸۰ مشق کے واسطے

(۱) $(۱+۲لا)^{\frac{۱}{۲}}$ (۲) $(۱-۳لا)^{\frac{۲}{۳}}$ (۳) $(۱+لا)^{-۲}$ (۴) $(۱-۲لا)^{-۳}$

(۵) $(۱-لا^{۲})^{\frac{۱}{۲}}$ (۶) $(۱-۳لا)^{-۱}$ (۷) $(۱+لا)^{-۴}$ (۸) $(۱+\frac{۱}{۳}لا)^{-۳}$

(۹) $(۱-لا^{۲})^{\frac{۱}{۲}}$ (۱۰) $\frac{۱}{(ا+لا)^{۲}}$ (۱۱) $(ا-لا)^{\frac{۱}{۵}}$ (۱۲) $\frac{۱}{(۱+ہم لا)^{۲}}$

(۱۳) $\frac{۱}{\sqrt[۵]{(ا-لا)^{۲}}}$ (۱۴) $(ا-ب لا)^{\frac{۵}{۲}}$ (۱۵) $(ب-\frac{۲}{۳}لا)^{-\frac{۳}{۲}}$

(۱۶) $\frac{۱}{(ا^{۲}-لا^{۲})^{۲}}$ (۱۷) $(ا^{۲}-۳ب^{۲}لا)^{\frac{۲}{۵}}$ (۱۸) $\left(\frac{۱}{۳ا}+\frac{لا}{۲}\right)^{-\frac{۳}{۲}}$

(۱۹) $\left[لا - \sqrt[۴]{(۳لا)}\right]^{\frac{۲}{۳}}$ (۲۰) $(۱+لا)^{\frac{۱}{۲}}$

(۲۱) ضابطہ جملہ ثنائی سے ثابت کرو

(۱) $\frac{(۱+لا)^{ن}}{(۱-لا)^{ن}} = ۱ + ۲ن \left\{\frac{۲لا}{۱+لا} + \frac{ن(ن+۱)}{۱\times۲}\left(\frac{۲لا}{۱+لا}\right)^{۲}\right.$

$+ \frac{ن(ن+۱)(ن+۲)}{۱\times۲\times۳}\left(\frac{۲لا}{۱+لا}\right)^{۳} +$ وغیرہما

(۲) $\left(\frac{۱}{لا} - \frac{۱}{ا}\right)^{-۵} = لا^{۵} + ۵\frac{لا^{۶}}{ا} + ۱۵\frac{لا^{۷}}{ا^{۲}} + ۳۵\frac{لا^{۸}}{ا^{۳}} +$ وغیرہما

(۳) $\sqrt[۳]{\left(\frac{الا}{ا+لا}\right)} = لا^{\frac{۱}{۳}}\left[۱ - \frac{۱}{۳}ا^{-۱}لا + \frac{۲}{۹}ا^{-۲}لا^{۲} - \frac{۱۴}{۸۱}ا^{-۳}لا^{۳} +\right.$ وغیرہما

(۴) $\sqrt[۳]{۳} = ۱ + \frac{۲}{۳} - \frac{۴}{۹} + \frac{۴۰}{۸۱} - \frac{۱۶۰}{۲۴۳} +$ وغیرہما

مثال ۸ رویں رقم $(۱-لا)^{-\frac{۱}{۲}}$ کی صورت مفصل دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۸۶ کے روین رقم =

$$\frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(-\frac{1}{2}-2\right)\cdots\left(-\frac{1}{2}-\text{ر}+2\right)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}(-\text{لا})^{\text{ر}-1}$$

$$=\frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)\cdots\left(-\frac{2\text{ر}-3}{2}\right)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}(-\text{لا})^{\text{ر}-1}$$

$$=\frac{\frac{1\times3\times5\cdots(2\text{ر}-3)}{(-2)^{\text{ر}-1}}}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}(-\text{لا})^{\text{ر}-1}$$

$$=\frac{1\times3\times5\cdots(2\text{ر}-3)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}\left(\frac{\text{لا}}{2}\right)^{\text{ر}-1}$$

مثال ۹ $(\text{ا}+\text{لا})^{\frac{1}{3}}$ کے روین رقم دریافت کرو

$$\text{روین رقم}=\frac{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{3}-2\right)\cdots\left(\frac{1}{3}-\text{ر}+2\right)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}\text{ا}^{\frac{1}{3}-\text{ر}+1}\text{لا}^{\text{ر}-1}$$

$$=\frac{(1)(-2)(-5)\cdots(-\overline{3\text{ر}-7})}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}\text{ا}^{\frac{4-3\text{ر}}{3}}\frac{\text{لا}^{\text{ر}-1}}{3^{\text{ر}-1}}$$

$$=(-1)^{\text{ر}-2}\frac{1\times2\times5\cdots(3\text{ر}-7)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}\text{ا}^{\frac{4-3\text{ر}}{3}}\left(\frac{\text{لا}}{3}\right)^{\text{ر}-1}$$

علامت جو لا کے اول ہے مثبت ہے تو شمار کنندہ کے ہر ایک جز ضربی کو مثبت کرسکتے ہین $(-1)^{\text{ر}-2}$ مین ضرب دیکر کرسکتی اور $(\text{ر}-2)$ تعداد منفی اجزاء ضربی کی ہے

مثال ۱۰ $(\text{ا}-\text{ب})^{\frac{1}{2}}$ کی روین رقم دریافت کرو

$$\text{روین رقم}=\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)\cdots\left(\frac{1}{2}-\text{ر}+2\right)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}\text{ا}^{\frac{1}{2}-\text{ر}+1}(-\text{ب})^{\text{ر}-1}$$

$$=\frac{(1)(-1)(-3)\cdots(-\overline{2\text{ر}-5})}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)\,2^{\text{ر}-1}}\text{ا}^{\frac{3-2\text{ر}}{2}}(-\text{ب})^{\text{ر}-1}$$

$$=-\frac{1\times1\times3\cdots(2\text{ر}-5)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)(-2)^{\text{ر}-1}}\text{ا}^{\frac{3-2\text{ر}}{2}}(-\text{ب})^{\text{ر}-1}$$

اسواسطے کہ $(\text{ر}-2)$ منفی اجزاء ضربی کی تعداد شمار کنندہ مین ہے شمار کنندہ کی سب رقمون کو مثبت بنانے کے واسطے $2^{\text{ر}-1}$ کی صورت

$$=-(-2)^{\text{ر}-2}\times(-2)=-(-2)^{\text{ر}-1}$$ ہوجاتی ہے

$$\therefore\ \text{روین رقم}=-\frac{1\times1\times3\cdots(2\text{ر}-5)}{1\times2\times3\cdots(\text{ر}-1)}\text{ا}^{\frac{3-2\text{ر}}{2}}\left(\frac{\text{ب}}{2}\right)^{\text{ر}-1}$$

مثال ۱۱ $(\text{ا}^{2}+\text{لا})^{-2}$ کی روین رقم دریافت کرو

روین رقم = $\frac{(-۲)(-۳)(-۴)\cdots(-ر+۲)}{۱\times۲\times۳\cdots(ر-۱)}$ (لا)$^{ر-۱}$ ...

= $\frac{۲\times۳\times۴\cdots ر(-۱)^{ر-۱}}{۱\times۲\times۳\cdots(ر-۱)}$ ...

= $(-۱)^{ر-۱}$ ر (ر+۱) لا$^{ر-۱}$ ...

امثلہ نمبری ۱۰ مشق کے واسطے

ان جملونکی صورت مفصلہ مین ہر ایک کی رقم عام دریافت کرو

(۱) $(۱+لا)^{-۳}$ (۲) $(ا-لا)^{-\frac{۳}{۲}}$ (۳) $(ا-لا)^{\frac{۱}{۳}}$

دوم جملہ $(لا+\frac{۱}{لا})^{۲م}$ کی صورت مفصلہ مین رقم اوسط دریافت کرو

قطاس کتابت اعداد

(۱۹۴) علم حساب کی دفعہ ۶ مین ہمنے بیان کیا ہے کہ عدد ۶۳۴۷۵ کو اگر بالتفصیل لکہین تو اوسکی صورت یہہ ہوگی

$$۵\times۱۰۰۰۰+۷\times۱۰۰۰+۴\times۱۰۰+۳\times۱۰+۶$$

اور اسکے معنی یہہ ہین کہ

$$۵\times۱۰^۴+۷\times۱۰^۳+۴\times۱۰^۲+۳\times۱۰^۱+۶$$

۵ و ۷ و ۴ و ۳ و ۶ کو ہندسی کہتے ہین اور دس کو اساس اعداد کہتے ہین جسکی موافق عدد معلوم ۶۳۴۷۵ بیان کیا گیا ہے اب ہم ایک مقدمہ اس باب مین ثابت کرتے ہین اور وہ یہہ ہے

(۱۹۵) کہ ہر عدد کسی قطاس مین جسکا اساس ر ہو تعبیر ہو سکتا ہے شرط اسکی ساتھہ یہہ ہے کہ اعلی سے اعلی ہندسہ کی قیمت اوس قطاس مین سے بقدر ایک کے کم ہو

فرض کرو کہ ع عدد ہو اور ر اساس کسی قطاس معلوم کی ہو

فرض کرو کہ $ر^م$ اعلی سے اعلی قوت ر کی ہو جو عدد ع کو تقسیم کرتی ہے اور $ا_۱$ دفعہ ع مین سے جاتی ہے اور $ع_۱$ باقی رہتی ہے

$$تو\ ع = ا_۱ ر^م + ع_۱$$

اب پہر فرض کرو کہ $ر^{م-۱}$ اعلی سے اعلی قوت ہو جو $ع_۱$ کو تقسیم کرتی ہے اور ب دفعہ $ع_۱$ مین سے جاتی ہے اور

ع باقی رہتی ہے

ع$_{۱}$ = ب ر$^{م-۱}$ + ع$_{۲}$

اور علی ہذالقیاس ع$_{۲}$ = ح ر$^{م-۲}$ + ع$_{۳}$ اور ع$_{۳}$ = د ر$^{م-۳}$ + ع$_{۴}$ اور اسیطرح سے

پس آخر کو عدد اسطرح تعبیر ہوگا کہ

ع = ا ر^{م} + ع$_{۱}$

= ا ر^{م} + ب ر$^{م-۱}$ + ع$_{۲}$

= ا ر^{م} + ب ر$^{م-۱}$ + ح ر$^{م-۲}$ + ع$_{۳}$

= ا ر^{م} + ب ر$^{م-۱}$ + ح ر$^{م-۲}$ + وغیرہا + ف ر + ق

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ عدد ع اوس قسطاس مین جسکا اساس ر ہے ا و ب و ح و ی و ف و ق ہندسون سے تعبیر ہو سکتا ہے اور یہہ ظاہر ہے کہ ا کم از کم اسے بقدر ایک کے کم ہے اسواسطے اگر ایسا نہو تو ر کا اعلی سے اعلی قوت ر کی ایسی نہو گی جو ع کو تقسیم کرتی ہے اور یہہ خلاف فرض کے ہے اور اسیطرح ا و ب و ح وغیرہا ف و ق مین سے ہر یک ر سے کم از کم بقدر ایک کے کم ہو اسیواسطے اگر ا و ب و ح وغیرہا ف و ق ہندسے ۰ سے ر - ۱ تک تعبیر کرین یعنی اونمین ایک = ۰ اور دوسرا = ۱ اور تیسرا = ۲ اور = ۳ وغیرہا اور کوئی اور = ر - ۲ اور کوئی اور = ر - ۱ تو ہر یک عدد اوس قسطاس مین جسکا اساس ر ہے بوساطت ا و ب و ح وغیرہا ف اور ق ہندسون کو تعبیر ہو سکتا ہے اعداد کے تعبیر کرنے مین ان ہندسون مین سے کبھی بعض ہندسے آوینگے اور کبھی بعض ہندسے مکرر آوینگے خاص مختلف صورتون مین مختلف صورت ہوگی

مثلاً عدد ۱۳۰۴۱۲ کو بالتفصیل اوس قسطاس مین جسکا اساس ۱۰ ہو یہہ صورت رکھتا ہے

۱ × ۱۰^{۵} + ۳ × ۱۰^{۴} + ۰ × ۱۰^{۳} + ۴ × ۱۰^{۲} + ۱ × ۱۰^{۱} + ۲

اور اوس قسطاس مین جسکا اساس ۸ ہے

۱ × ۸^{۵} + ۳ × ۸^{۴} + ۰ × ۸^{۳} + ۴ × ۸^{۲} + ۱ × ۸ + ۲

اوس قسطاس مین جسکا اساس ۵ ہے

۱ × ۵^{۵} + ۳ × ۵^{۴} + ۰ × ۵^{۳} + ۴ × ۵^{۲} + ۱ × ۵ + ۲

قسطاس کے مختلف نام موافق اساس کے ہوتے ہین جن قسطاس مین اساس ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶

و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ ہون اونکے نام قسطاس ثنائی ثلاثی رباعی خماسی سداسی سباعی ثمانی تساعی عشری احد عشری و تساعی اثنا عشری ہین غرض اوس عدد کی مناسبت سے جو اساس ہوتا ہے قسطاس کا نام ہوتا ہے اگر ۲ اساس ہے تو اوسکا نام ثنائی رکھا گیا ہے اور جو پانچ ہے تو خماسی اور علی ہذا القیاس

آخر دو قسطاس مین ۱۰ کو د سے اور گیارہ کو گ سے تعبیر کرتے ہین

تنبیہ اول بعض اوقات مختلف قسطاس کو اسطرح سے بہی تعبیر کیا کرتے ہین کہ ۲۳۱ کو قسطاس رباعی مین تعبیر کرنا تہا تو اوسکو اسطرح لکہہ دیا کہ (۲۳۱) ہہ اور ۹۸۰ د قسطاس اثنا عشری مین اسطرح (۹۸۰ د) اور علی ہذا القیاس اور قسطاسون کی صورت ہے

تنبیہ دوم جہان کسی قسطاس کا ذکر نہ کیا جاے وہان قسطاس عشری سمجہہ لینا چاہیئے

اعمال جمع تفریق ضرب تقسیم جذر جزر الکعب کے اعداد پر کسی قسطاس معلوم مین اوسیطرح عمل مین آتے ہین جسطرح علم حساب مین اعمال اصولی کے اندر بیان ہوئے مگر اوسمین فقط اسی بات کا خیال کرنا ضرور ہے کہ ۱۰ اور اوسکی قواے کو جسطرح قسطاس مروج عشری مین کام مین لاتے ہین اوسیطرح اوس عدد اور اوسکی قواے کو کام مین لائین جو قسطاس خاص کو تبلاتا ہے

اشلہ نمبری ۸۱ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۴۳۵۰۱۴۲ اور ۳۶۵۴۳۲۶ کا حاصل جمع اور تفریق کو قسطاس سباعی مین نکالو

حاصل جمع =
```
 ۴۳۵۰۱۴۲
 ۳۶۵۴۳۲۶
―――――――――
۱۱۳۳۴۵۰۱
```

حاصل تفریق =
```
 ۴۳۵۰۱۴۲
 ۳۶۵۴۳۲۶
―――――――――
  ۳۶۲۵۱۳
```

مثال ۲ ک گ د ۹ د کو ۹ د د مین قسطاس اثنا عشری مین ضرب دو

```
   ک گ د ۹ د
     ۹ د د
―――――――――――
  ۸ ب ۷ ۷ ۵ ۳
 ۸ ۸ ۱ ۱ ک ۴
۸ ۸ ۱ ۱ ۲ ۴
―――――――――――
۹ ۵ ۰ ۸ ۸ ۹ ۱ ۸
```

مثال ۳ ۵ د ۵ ۱۲۲ ۱۳۱ کو ۳۸۴۲ پر قسطاس احد عشری مین تقسیم کرو

(۲۴۸۳) ۱۳۱۲۲۶۵ (۵۸۹)

۱۰۱۸۴

۱۲۴۹۵

۱۸۵۰۲

۱۲۹۸۵

۱۲۹۸۵

۰

مثال ۴ ۲۵۴۰۰۵۴۴ کا جذر قطاس سداسی مین نکالو

(۴۱۱۲) ۴۴۵۰۰:۴۵۲

۲۴

۱۳۱ | ۱۴۰

۱۳۱

۱۲۲۱ | ۱۵۰۵

۱۲۲۱

۱۲۲۲۲ | ۲۴۴۴۴

۲۴۴۴۴

امثلہ نمبری ۸۱ مشق کے واسطے

(۱) ۱۴۴۵ اور ۲۲۶۰۱ اور ۳۴۳۲۵۶ اور ۳۲ اور ۷۵۷ اور ۶ کو قطاس ثمانی اور تساعی مین جمع کرو اور اول تین اعداد کو قطاس سباعی اور آخر تین اعداد کو قطاس احد عشری اور اثنا عشری مین بھی جمع کرو

(۲) ۸۶۴۰ کو ۳۴۸۰۷ مین سے قطاس احد عشری اور اثنا عشری مین تفریق کرو اور ۰۵۴۳۰۵ کو ۶۱۱۲۱۰ مین سے قطاس سباعی مین تفریق کرو

(۳) ۳۵ کو ۶۱ مین اور ۲۰۶۴ کو ۳۱۲ مین اور ۵۷۴۶۲ کو ۵۶۷ مین قطاس ثمانی مین ضرب دو ۴۶۸ کو ۷۰۱ مین اور ۸۵۰ کو ۳۴۳ مین قطاس احد عشری مین اور ۴۹۱۹ کو ۳۴۴ مین اور ۱۲۶ کو ۸۱۴ مین اور ۷۰۸ک کو ۹۰۲ مین قطاس اثنا عشری اور ۱۴۵۶ کو ۵۴۱ مین قطاس سباعی مین اور ۱۲۲۳ کو ۲۲۳ مین قطاس رباعی مین ضرب دو

(۴) ۲۲۱۶۳۳۴ کو ۱۴۱۶۵ پر قطاس سباعی مین اور ۲۹۰۹۶۵۸۰ کو ۹۰۲ پر اور ۱۸۹۵۰۸۹ کو ۴۰۰ پر اثنا عشری مین اور ۲۰۱۰۰۲ کو ۳۱ پر رباعی مین اور ۲۴۵۱۰۵۰۲ کو ۱۳۰۳۴ پر قطاس تساعی مین تقسیم کرو

(۵) ۲۴۴۴۴۳۰۱ کا جذر قطاس سباعی مین اور ۲۱۵۷۰ک۳۲ کو قطاس اثنا عشری اور ۷۰۳۱۰۶۷۴ کو قطاس تساعی مین تقسیم کرو

(۱۹۶) ایک عدد اوس قسطاس مین جسکا اساس ر ہے معلوم ہے اوسکو اوس قسطاس مین تعبیر کرو جسکا اساس فر ہو

فرض کرو کہ ع عدد معلوم اوس قسطاس مین ہے جسکا اساس ر ہے اور یہہ بہی فرض کرو کہ جب اوس کو اوس قسطاس مین تعبیر کرین جسکا اساس فر ہے تو اوسکی یہہ صورت ہو

ا فر^م + ب فر^{م-۱} + ح فر^{م-۲} + وغیرہما + ل فر^۲ + ف فر + ق

اب اسمین قیمت ا اور ب و ح وغیرہا کی معین کرنی ہے بموجب دفعہ ۱۹۵ کے ہریک اونمین سے فر سے کم ہے

ع = ا فر^م + ب فر^{م-۱} + ح فر^{م-۲} + وغیرہما + ل فر^۲ + ف فر + ق

∴ ع/فر = ا فر^{م-۱} + ب فر^{م-۲} + ح فر^{م-۳} + وغیرہما + ل فر + ف ہی جسمین باقی ق ہے یہہ باقی اکن کے مرتبہ پر کا ہندسہ ہے

اب پہر فر پر تقسیم کرو تو

ع/فر^۲ = ا فر^{م-۲} + ب فر^{م-۳} + ح فر^{م-۴} + وغیرہما + ل اور باقی ف ہی یہہ دہن کے مرتبہ پر کا ہندسہ ہے اور علی ہذا القیاس تمام ہندسے جو عدد معلوم قسطاس مفروض مین تعبیر کرتے ہین معلوم ہو جاینگے

امثلہ نمبری ۸۲ حل کی ہوئی

مثال ۱ عدد ۱۷۵۶ کا قسطاس مرج مین لکہا ہوا ہے اوسکو قسطاس سباعی مین تعبیر کرو اور جو کچہہ جواب نکلے اوسکی صحت کو ثابت کرو

قاعدہ مذکور کے موافق عمل کرنے سے

۷	۱۷۵۶	ب
۷	۲۵۰	۶
۷	۳۵	۵
۷	۵	۰
	۰	۵

اسواسطے عدد ۵۰۵۶ ہے ۵۰۵۶ اوس قسطاس مین لکہا ہی جسکا اساس ۷ ہے

ثبوت	۵۰۵۶	۱۰
۶	۳۴۹	۱۰
۵	۴۳	۱۰
۷	۱	۱
۱		

∴ ۵ × ۷ + ۰ = ۳۵ اور ۳۵ مین سے ۱۰ تین دفعہ جاتا ہے اور ۵ باقی رہتے ہین اور ۵۵ = ۵ × ۷ + ۵ = ۴۰ اور ۴ اور ۴۰ مین ۱۰ چار دفعہ جاتے ہین اور ۶ مین ۱۰ کسی دفعہ نہین جا سکتا اور ۶ باقی رہتے ہین

$\therefore (5056)_7 = (1756)_{10}$

اور $(5056)_7 = 5\times7^3 + 0\times7^2 + 5\times7 + 6 = 1715 + 35 + 6 = (1756)_{10}$

مثال ۲ ۵۰۵۶ کو قطاس سباعی سے قطاس رباعی مین تبدیل کرو

تقسیم قطاس سباعی مین ہونی چاہیے

		باقی
4	5056	
4	1165	0
4	314	3
4	36	1
4	6	3
4	1	2
	0	1

$\therefore$ عدد مطلوب $= 123130$

اور چونکہ $123130 = 1\times4^5 + 2\times4^4 + 3\times4^3 + 1\times4^2 + 3\times4 + 0$

$= 1024 + 512 + 192 + 16 + 12 = (1756)_{10}$

تنبیہ $\therefore$ مثال اول سے معلوم ہوتا ہے کہ جو کچھ ہم نے جواب نکالا ہے وہ صحیح ہے

۵۰۵۶ کو اول قطاس عشری مین تعبیر کیا ہے کہ

$5\times7^3 + 0\times7^2 + 5\times7 + 6 = 1715 + 35 + 6 = 1756$

اور پھر ۱۷۵۶ کو عشری سے رباعی مین تبدیل کیا تو

		باقی
4	1756	
4	439	0
4	109	3
4	27	1
4	6	3
4	1	2
	0	1

$\therefore$ عدد رباعی مین موافق سابق کے $= 123130$

مثال ۳ عدد ۱۲۴ کا قطاس عشری مین تعبیر کیا گیا کس قطاس مین ۱۴۷ کی صورت رکھتا ہے اساس اس قطاس کا دریافت کرو

فرض کرو کہ ر اساس قطاس کا ہے

تو $ر^2 + 4ر + 7 = 124$

$\therefore ر^2 + 4ر = 117$

اس سے معلوم ہوتا ہے کہ ر = ۹ یا ‎-۱۳

$\therefore$ اساس مطلوب = ۹

امثلہ نمبری ۸۲ مشق کے واسطے

(۱) ۱۸۲۸ کو سباعی مین ۷۶۳۱ کو ثنائی مین اور ۲۹ اور ۴۹ کو ثمانی مین ۱۰۰۰ کو احاد عشری

اور ۰۰۰۰۰۰۱ کو سداسی ہین ۸۰۱۹۸ کو اثنا عشری مین تبدیل کرو

(۲) $(\text{ک و ۶۲})_{12}$ اور $(۴۳۵۱)_{7}$ کو قسطاس مروج مین $(۳۴۵۲۳)_{6}$ کو اثنا عشری مین اور $(۶۵۴۳۲۱)_{12}$ کو سباعی مین تعبیر کرو

(۳) ۴۸۷۳۲۲ اور ۵۸۷ کو تساعی سے اثنا عشری مین اور ۲۱۳۴ کو رباعی سے سباعی مین اور ۳۰.۴۲ کو رباعی سے احد عشری مین تبدیل کرو اور پھر ماحصل کی صحت کو ثابت کرو

(۴) $(۸۷۹۸)_{11}$ اور $(۳۲۵۶)_{7}$ کو اثنا عشری مین تعبیر کرو اور اونکا حاصل ضرب دریافت کرو

(۵) کس قسطاس مین وہ عدد جو دو چند ۱۴۵ سے ہے اونہین ہندسون سے تعبیر ہوگا جو اخر عدد مین لکھی ہین دریافت کرو

(۶) ۴۹۵۴ کا عدد ایک قسطاس مین تبدیل ہوکر ۲۰۳۰۵ کی صورت کا ہوجاتا ہے اساس اوس قسطاس کا

(۷) ۱۶۰۰۰ کو عشری سے کس قسطاس مین بدلکر ۱۰۰۳۰۰ کی صورت کا ہوجاتا ہے

(۸) ۱۱۲۲۱۱۱۰۱ کا جذر قسطاس ثلاثی مین نکالو اور ماحصل کو ایسی نظام کی طرف تحویل کرو جسکا اساس ۱۱ ہو اور بتاؤ کس قسطاس مین ۲۱۵۳۳ تعبیر ۵۰۵۰ کی صورت مین ہوگا

(۱۹۷) ابتک ہم نے اعداد صحاح کا بیان کیا ہے لیکن علم حساب کی دفعہ ۸۳ مین بیان کر آئے ہین کہ ۲۳۴۵. کو بالتفصیل اسطرح تعبیر کرتے ہین

$$\frac{5}{10000} + \frac{4}{1000} + \frac{3}{100} + \frac{2}{10}$$

$$\frac{5}{10^4} + \frac{4}{10^3} + \frac{3}{10^2} + \frac{2}{10}$$

یعنی $2\times10^{-1} + 3\times10^{-2} + 4\times10^{-3} + 5\times10^{-4}$ بموجب دفعہ ۳۸ جبر و مقابلہ

اب یہہ آسانی سے ثابت ہو سکتا ہے کہ اگر بعد اوس علامت کے جو صحیح اور کسر کو جدا کرتا ہے م ہندسے اوس قسطاس مین ہون جسکا اساس ر ہے تو کسری حصہ اسطرح تعبیر ہوگا کہ

$$\frac{\text{ا}}{\text{ر}} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}^2} + \frac{\text{ح}}{\text{ر}^3} + \text{وغیرہا} + \frac{\text{ف}}{\text{ر}^{\text{م}-1}} + \frac{\text{ق}}{\text{ر}^{\text{م}}}$$

یعنی $\text{ا ر}^{-1} + \text{ب ر}^{-2} + \text{ح ر}^{-3} + \text{وغیرہا} + \text{ف ر}^{-(\text{م}-1)} + \text{ق ر}^{-\text{م}}$

اسمین ا اور ب اور ح . . . ف اور ق ہندسے ہین جو (ر-۱) اور ۰ کے درمیان مرتب ہوتے ہین [illegible]

اس سے معلوم ہوا کہ وہ جو صحیح اور کسر دونو سے مرکب ہے وہ اوس قسطاس مین جسکا اساس

ر سے ٹھیک اسطرح تعبیر ہوتا ہے کہ

$$\text{ع} = \text{ا}\,\text{ر}^{\text{م}} + \text{ب}\,\text{ر}^{\text{م}-1} + \text{وغیرہ} \ldots + \text{ھ}\,\text{ر} + \text{ک}\,\text{ز} + \text{ل}\,\text{ر}^{-1} + \text{م}\,\text{ر}^{-2} + \text{وغیرہ}$$

اسمین رقمین ک ز یعنی ک تک صحاح کو تعبیر کرتے ہین اور اوسے داہنی طرف کسور کو

(١٩٨) اب ہم یہہ ثابت کرتے ہین کہ کوئی کسر واجب $\frac{\text{ش}}{\text{ن}}$ اس صورت مین تعبیر ہوتی ہے کہ

$$\frac{\text{ا}}{\text{ر}} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}^2} + \frac{\text{ج}}{\text{ر}^3} + \text{وغیرہما یعنی } \text{ا}\,\text{ر}^{-1} + \text{ب}\,\text{ر}^{-2} + \text{ج}\,\text{ر}^{-3} + \text{وغیرہما}$$

اسمین ا و ب و ج وغیرہ ہندسے ہین جو $(\text{ر}-1)$ اور ٠ کے درمیان مرتب ہوتے ہین اور یہہ دونو اونمین داخل اور ر اساس قسطاس کا ہے

فرض کرو کہ ر ش مین ن ا دفعہ جاتا ہے اور س_1 باقی رہتا ہے تو

$$\frac{\text{ر}\,\text{ش}}{\text{ن}} = \text{ا} + \frac{\text{س}_1}{\text{ن}}$$

اب فرض کرو کہ ر س_1 مین ن ب دفعہ جاتا ہے اور س_2 باقی رہتا ہے

$$\frac{\text{ر}\,\text{س}_1}{\text{ن}} = \text{ب} + \frac{\text{س}_2}{\text{ن}}$$

اسیطرح $\frac{\text{ر}\,\text{س}_2}{\text{ن}} = \text{ج} + \frac{\text{س}_3}{\text{ن}}$ اور علیٰ ہذا القیاس

$$\therefore \frac{\text{ر}\,\text{ش}}{\text{ن}} = \text{ا} + \frac{\text{س}_1}{\text{ن}} = \text{ا} + \frac{1}{\text{ر}}\cdot\frac{\text{ر}\,\text{س}_1}{\text{ن}} = \text{ا} + \frac{1}{\text{ر}}\left[\text{ب} + \frac{\text{س}_2}{\text{ن}}\right] = \text{ا} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}} + \frac{\text{س}_2}{\text{ر}\,\text{ن}} = \text{ا} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}} + \frac{1}{\text{ر}}\cdot\frac{\text{ر}\,\text{س}_2}{\text{ن}}$$

$$= \text{ا} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}} + \frac{\text{ج}}{\text{ر}^2} + \text{وغیرہما}$$

$$\therefore \frac{\text{ش}}{\text{ن}} = \frac{\text{ا}}{\text{ر}} + \frac{\text{ب}}{\text{ر}^2} + \frac{\text{ج}}{\text{ر}^3} + \text{وغیرہ}$$

$$= \text{ا}\,\text{ر}^{-1} + \text{ب}\,\text{ر}^{-2} + \text{ج}\,\text{ر}^{-3} + \text{وغیرہما}$$

(١٩٩) ایک کسر ایک قسطاس مین جسکا اساس ر ہے تعبیر ہوتی ہے اوسکو اوس قسطاس مین تعبیر کرو جسکا اساس ف ہے

فرض کرو کہ ن کسر معلوم ہے اور جب اوسکو اوس قسطاس مین تعبیر کرتے ہین جسکا اساس ف ہے تو اوسکی یہہ صورت ہوتی ہے کہ

$$\text{ا}\,\text{ف}^{-1} + \text{ب}\,\text{ف}^{-2} + \text{ج}\,\text{ف}^{-3} + \text{وغیرہما}$$

اسمین قیمتین ا و ب و ج وغیرہما معین کرتے ہین

$$\text{ن} = \text{ا}\,\text{ف}^{-1} + \text{ب}\,\text{ف}^{-2} + \text{ج}\,\text{ف}^{-3} + \text{وغیرہما}$$

$$\therefore \text{ف}\,\text{ن} = \text{ا} + \text{ب}\,\text{ف}^{-1} + \text{ج}\,\text{ف}^{-2} + \text{وغیرہما}$$

اب صحیح حصہ اسکا ا ہے یہہ اول ہندسہ مطلوب ہوگا اور باقی حصہ کسری $\text{ب}\,\text{ف}^{-1} + \text{ج}\,\text{ف}^{-2} + \text{وغیرہما}$ کو ف مین ضرب دیکر اسکو صحیح حصہ ب دریافت ہوگا اور وہ دوسرے مرتبہ کا ہندسہ ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس

تمام ہندسے معلوم ہوجائینگے
بعض حالتون مین کسور غیر مختتم حاصل ہونگیںن

امثلہ نمبری ۸۳ حل کی ہوئی

مثال ۱ ۸ $\frac{۱۷}{۴۹}$ کو قسطاس سباعی مین تعبیر کرو اور ما حصل کی صحت کو ثابت کرو

$(۱۱)_۷ = ۸_{۱۰}$

اور بموجب قاعدہ کے $\frac{۱۷ \times ۷}{۴۹} = ۲ \frac{۳}{۷}$ اور $\frac{۳ \times ۷}{۷} = ۳$ ∴ $(\frac{۱۷}{۴۹})_{۱۰} = (۰،۲۳)_۷$

∴ عدد مطلوب = ۱۱٫۲۳

ثبوت $۱۱_۷ = (۱ \times ۷ + ۱)_{۱۰} = ۸_{۱۰}$

$(۰٫۲۳)_۷ = (\frac{۲}{۷} + \frac{۳}{۴۹})_{۱۰} = (\frac{۱۷}{۴۹})_{۱۰} = (\frac{۱۷}{۴۹})_{۱۰}$

∴ $(۱۱٫۲۳)_۷ = (۸ \frac{۱۷}{۴۹})_{۱۰}$

مثال ۲ ۵٫۲۶ کو قسطاس رباعی مین تبدیل کرو اور ما حصل کو ثابت کرو

$(۲۶)_{۱۰} = (۱۲۲)_۴$ اور $۰٫۵ = \frac{۱}{۲}$ اب قاعدہ کے موافق عمل کرنے سے $\frac{۴ \times ۱}{۲} = ۲$

یا اسطرح کہ $۰٫۵ \times ۴ = ۲٫۰$

∴ $(۲۶٫۵)_{۱۰} = (۱۲۲٫۲)_۴$

ثبوت $(۱۲۲٫۲)_۴ = ۱ \times ۴^۲ + ۲ \times ۴ + ۲ + \frac{۲}{۴} = ۱۶ + ۸ + ۲ + ۰٫۵ = (۲۶٫۵)_{۱۰}$

مثال ۳ ۱۰۳۳۲۳٫۱۱۲۲۱۲ کو رباعی سے قسطاس ثمانی مین تبدیل کرو

عمل رباعی مین

۸	۱۰۳۳۲۳	ر
۸	۱۰۲۱۳ ۱	۴
۸	۳۲۳	۰
۸	۱۳	۳
	۰	۷

٫۱۱۲۲۱۲
۸
۵٫۰۲۳۰۰
۸
۱٫۱۲۰۰۰
۸
۳٫۰۰۰۰۰

اسواسطے عدد مطلوب ۷۳۰۴ ٫۵۱۳ ہے

تنبیہ عدد کو اول عشری مین پھر ثمانی مین تبدیل کرسکتی ہین

مثال ۴ $(۱٫۱۶ ۴۵۶)_{۱۲}$ کو قسطاس ثلاثی مین تبدیل کرو اور ما حصل کا نتیجہ ثابت کرو

عمل اثنا عشری

۳	۴۵۶	
۳	۱۵۲	۰
۳	۵۰	۱
۳	۱۸	۲
۳	۶	۲
۳	۲	۰
	۰	۲

٫۱۶
۳
۰٫۴۶
۳
۱٫۱۶
۳
۰٫۴۶
۳
۱٫۱۶

∴ عدد مطلوب ا : ا ۰ ی ا ۰ ا ا ۲ ۳ ۲ ۲ ا ۲

عمل قسطاس ثلاثی مین

فرض کرو کہ لا = ز = ا : ا ۰ ی

۳ ۳ لا یا ۱۰۰ للا = ۱۰۱ ۰ ی ۱

= ۱ + لا

∴ ۲۲ للا = ۱

∴ لا = (۱/۲۲)۳ = (۱/۸)۱۰

۱۲	۲ ۱ ۲ ۲ ۱ ۰	
۱۲	۱۲ ۲۲	۶
۱۲	۱۱	۵
	ب	۴

بموجب قاعدہ کے عمل کرنے سے = ۱۲ × ۱/۸ = ۱ ۱/۲ اور ۱۲ × ۱/۲ = ۶

∴ عدد جو قسطاس ثلاثی مین معلوم ہوی = ۱۶ ی ۵ ۶ ۴ قسطاس اثنا عشری مین

تنبیہ چونکہ ۱ فیٹ = ۱۲ انچ یا ۱۲′ اور ۱ انچ = ۱۲″ اور ۱″ = ۱۲‴ اور علی ہذا القیاس موافق دفعہ ۱۳۹ قسطاس اثنا عشری کو سطوح اور حجام کی پیمایش کے کام مین استعمال کرتے ہین

مثال ۵ ایک کمرہ ۱۷ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۳ فیٹ ۱۰ انچ چوڑا ہے رقبہ اوسکا دریافت کرو

۱۷ فیٹ ۳ انچ = (۳ ی ۱۵ فٹ)۱۲ اور ۱۳ فٹ ۱۰ انچ = (۱۱ ی ۱۰ فٹ)۱۲

```
  ۱۵ ی ۳
  ۱۱ ی ۱۰
  -------
  ۱ ۳ ۴ ۶
  ۱ ۵ ۳
 ۱ ۵ ۳
 -----------
 ۱ ۷ ۱۰ ی ۷ ۶
```

(۱۷ ی ۱۰ ۷ ۶ فٹ)۱۲ = (۲۳۸ فٹ)۱۰ + (۷/۱۲ + ۶/۱۴۴) م فٹ

= (۲۳۸ + ۹۰/۱۴۴) فٹ م

= ۲۳۸ م فٹ ۹۰ م انچ

مثال ۶ حاصل ضرب ۵ گز ۲ فٹ ۲ انچ ۳ حصہ اور ۵ گز ۱۱ انچ ۷ حصوں کا دریافت کرو

۵ گز ۲ فٹ ۲ انچ ۳ حصہ = ۱۷ فٹ ۲ انچ ۳ حصہ = (۱۵ ی ۲۳ ۳ فٹ)۱۲

۵ گز ۱۱ انچ ۷ حصہ = ۱۵ فٹ ۱۱ انچ ۷ حصہ = (۱۳ ی ۱۱ ۷ فٹ)۱۲

```
    ۱۵ ی ۲ ۳
    ۱۳ ی ۱۱ ۷
   ----------
    ۱۰ ۰ ۳ ۹
  ۱۳ ۹ ۰ ۹
  ۴ ۳ ۶ ۹
 ۱ ۵ ۲ ۳
 --------------
 ۱ ۱۰ ۱ ی ۱۰ ۴ ی ۰ ۹
```

= (۲۷۴)۱۰ م فٹ + (۴/۱۲ + ۱۰/۱۲۲ + ۹/۱۲۴) م فٹ

= ۴ ۷ ۲ م ف + ۴ مسطح اولی + ۱۰ مسطح ثانی + ۹ مسطح رابعہ

مثال ۷ ایک مستطیل زمین ۳۷۲م فٹ ۶۳ م انچ رقبہ ہے اور ۱۴ فٹ ۷ انچ عرض ہے اوسکا طول دریافت کرو

۳۷۲م فٹ ۶۳ م انچ = (۳۶۳ ، ۹ ، ۱) ۱۲ فٹ

۱۴ فٹ ۷ انچ = (۷ ، ۱۲) ۱۲ فٹ

(۱۲ ، ۷) ۱ ، ۹ ، ۳ ، ۵۳ : (۹ ، ۱۶)

۱۲۷

۸۲۵

۷۳۶

۳ک د

۳ک د

(۹ ، ۱۶) ۱۲ فٹ = (۱۸ + ۹/۱۰) فٹ = ۱۸ فٹ ۹ انچ

تنبیہ علم حساب کی دفعہ ۴۵ مین جو مثالین لکھی ہین وہ اس قاعدہ سے حل ہو سکتی ہین

امثلہ نمبری ۸۳ مشق کے واسطے

(۱) ۷ ۲۵/۳۶ و ۷ ۳ ، ۱۶/۲۷ اور ۹۰ ۴ ۱۱/۱۷ اور ۱۲۵/۱۷۲۸ کو سہ اسی اور اثنا عشری اور ۲ ۴۲ ۹/۲۵ کو رباعی قسطاس مین تعبیر کرو

(۲) ۵۶ ۴ ، ۳ ۱۲ اور ۱۲۵ ، ۳ ۲ اور ۳ ۵۲ ، ۳ ۷ ۱۶ اور ۴۵ ، ۶ ۷ ۳ کو قسطاس احد عشری اور ثمانی مین تعبیر کرو

(۳) ۳۷۳۶ ، ۴۵ ۳ اور ۳۱۵ ، ۴ ۳۰ ۷ اور ۴۵۷ ، ۳ ۱۳ کو قسطاس ثمانی سے قسطاس ثلاثی اور رباعی مین تبدیل کرو

(۴) ۴۴۳ ۷ ۱۱۱ ۵ کو ۷۵ ۶ ، ۲ پر قسطاس ثمانی مین تقسیم کرو اور قیمت (۵ ۲ ۷ ۰ ، ۲۸۵) ۹ فی دریافت کرو

(۵) مستطیل کا رقبہ ۲۹ فٹ ۴ انچ اور اوسکا عرض ۲ فٹ ۳ انچ ہی اوسکا طول کیا ہے

(۶) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ ۵ انچ لنبا ۱۷ فیٹ ۷ انچ چوڑا ہی اور اوسکا ارتفاع ۹ فیٹ ۱۰ انچ ہے تو اوسکی رنگوائی مین ۳ پائی فی گز کے حساب سے کیا لگیگی

لوکارثم

(۲۰۰) جبکہ مساوات ع = لا^ق مین ق کو کسی مثبت عدد ہے لا کو لوکارثم ع کے موافق اساس اکی کہتے ہین اسسے معلوم ہوتا ہے کہ لوکارثم کی یہہ تعریف ہے کہ کسی عدد کی لوکارثم موافق کسی اساس

وہ قوت ہے جسکے موافق اگر اساس کا صعود لین تو وہ عدد حاصل ہوجاے
لوکارثم ن کے موافق اساس ا کے اسطرح تعبیر ہوتی ہے کہ لوک ا ن
اعداد کی لوکارثمون کی قمیت اساس ا پر موقوف ہوتی ہے مختلف نظام لوکارثمونکی لوک ا کے مختلف
قیمتون کے مقرر کرنے سے بنائی گئی ہین چونکہ ا⁰ = ا اسلئے ہر نظام مین لوک ا ا = ۰ ہر نظام مین
ن کی مختلف قیمتون کے مقرر کرنے سے لا کی مختلف قیمتین نکلنگی اور اون سبکو ایک جگہہ لکہین تو اوسے
جداول لوکارثمی مرتب ہوجائینگی

جداول لوکارثم مروج جسکو برگس کی لوکارثم بہی کہتے ہین موافق اساس ۱۰ اکے مرتب ہوئی ہین
قوت نماؤن کے مختلف قیمتین جنکو جدولی لوکارثم کہتے ہین اونکو دلوک یعنی لوک ۱۰ سے
تعبیر کرتے ہین یا صرف لوک ان جدولون کو علم حساب مین کام مین لاتے ہین جداول نپیری وہ
جدولین ہین جو لارڈ نپیر نے ایجاد کین تہین اوسکا اساس ی سے ہے اور ی = ۲۷۱۸۲۸۱۸
اس نظام کو قوانین جبریہ کے کام مین لاتے ہین

اب یہہ بتلاتے ہین کہ لوکارثم سے کیا کیا فائدے حساب کے کامون مین حاصل ہوتے ہین
(۲۰۱) دو اعداد کے حاصل ضرب کی لوکارثم اون اعداد کی لوکارثمون کی جمع کرنے سے اور
دو اعداد کے خارج قسمت کی لوکارثم اون اعداد کی لوکارثمون کی تفریق کرنے سے حاصل ہوتی ہے

فرض کرو کہ ع اور ع، دو اعداد ہون
لا اور د اونکے لوکارثمین اوس نظام مین ہون جسکا اساس ا ہے

$$\text{تو } ع = ا^{لا} \text{ اور } ع_{1} = ا^{د} \quad \ldots \quad (1)$$

$$\therefore \; ع ع_{1} = ا^{لا + د}$$

$\therefore$ لوک$_{ا}$ (ع ع$_{1}$) = لا + د بموجب حدود کے لیکن مساوات (۱) سے
لا = لوک$_{ا}$ ع اور د = لوک$_{ا}$ ع$_{1}$ $\therefore$ لوک$_{ا}$ (ع ع$_{1}$) = لوک$_{ا}$ ع + لوک$_{ا}$ ع$_{1}$

اب $\dfrac{ع}{ع_{1}} = ا^{لا - د}$

$\therefore$ لوک$_{ا}$ $\left(\dfrac{ع}{ع_{1}}\right)$ = لا − د

یعنی لوک$_{ا}$ $\left(\dfrac{ع}{ع_{1}}\right)$ = لوک$_{ا}$ ع − لوک$_{ا}$ ع$_{1}$

(۲۰۲) کسی عدد کے قوت کی لوکارثم برابر ہوتی ہے حاصلضرب اوس عدد کی لوکارثم اور قوت کی نمائی کی

موافق دفعہ سابق کے $ع = ا^{ل}$

تو $ع^{ف} = ا^{ف ل}$

∴ $\text{لوک}_{ا} (ع^{ف}) = ف ل$ بموجب حدود کے

یعنی $\text{لوک}_{ا} (ع^{ف}) = ف \times \text{لوک}_{ا}\, ع$

اور اسی دلیل سے

$ع^{\frac{1}{ف}} = ا^{\frac{ل}{ف}}$

∴ $\text{لوک}_{ا} (ع^{\frac{1}{ف}}) = \frac{ل}{ف}$ بموجب حدود کے

یعنی $\text{لوک}_{ا} (ع^{\frac{1}{ف}}) = \frac{1}{ف} \cdot \text{لوک}_{ا}\, ع$

اس اور آخر دفعہ سے ظاہر ہوتا ہے کہ جداول لوکارثم کے استعانت سے ضرب تو جمع سے اور تقسیم تفریق سے ہو سکتی ہے اور صعود ضرب سے اور نزول تقسیم سے نکل سکتے ہین پس جداول لوکارثم کے بہی فائدے ہین

(۲۰۳) یہہ بات ظاہر ہے کہ اگر کل اعداد کی لوکارثمون کی جداول بنائی جائین تو نہایت طول طویل ہونگین اور اونکا بنانا بہی ناممکن ہے اگر لوکارثمون کی جدول موافق اساس ۱۰ کے مرتب کیجائے تو لوکارثم اون سب اعداد کی جو $۱۰^{ن} \times ع$ اور $\frac{ع}{۱۰^{ن}}$ سے تعبیر ہوتی ہین فقط ع کے لوکارثم سے دریافت ہوجائینگے

اسواسطے کہ $\text{لوک} (۱۰^{ن} ع) = \text{لوک}_{۱۰} (۱۰^{ن}) + \text{لوک}_{۱۰}\, ع$

$= ن\, \text{لوک}_{۱۰}\, ۱۰ + \text{لوک}_{۱۰}\, ع$

$= ن + \text{لوک}_{۱۰}\, ع$

کیونکہ $۱۰ = ۱۰^{۱}$ ∴ $\text{لوک}_{۱۰}\, ۱۰ = ۱$

اور چونکہ $\text{لوک}_{۱۰} (\frac{ع}{۱۰^{ن}}) = \text{لوک}_{۱۰}\, ع - \text{لوک}_{۱۰} (۱۰^{ن})$

$= \text{لوک}_{۱۰}\, ع - ن\, \text{لوک}_{۱۰}\, ۱۰$

$= \text{لوک}_{۱۰}\, ع - ن$

مثلاً $\text{لوک}_{۱۰}\, ۱۱۳۲ = ۳ء۰۵۳۸۴۶۴$ تو ہم آسانی سے $\text{لوک}_{۱۰}\, ۱۱۳۲۰۰$ اور لوک ۱۱۳۲ء۱ اور لوک ۱۰ ء۰۱۱۳۲ دریافت کرسکتے ہین

چونکہ $۱۱۳۲۰۰ = ۱۱۳۲ \times ۱۰۰ = ۱۱۳۲ \times ۱۰^{۲}$

∴ $\text{لوک}_{۱۰}\, ۱۱۳۲۰۰ = \text{لوک}_{۱۰}\, ۱۱۳۲ + \text{لوک}_{۱۰} (۱۰^{۲})$

$= \text{لوک}_{۱۰}\, ۱۱۳۲ + ۲\, \text{لوک}_{۱۰}\, ۱۰$

$= \text{لوک}_{۱۰}\, ۱۱۳۲ + ۲$

= ۴۶۴۸۳۵۰ء۳ + ۲

= ۴۶۴۸۳۵۰ء۵

اور چونکہ ۰۱۱۳۲ء۱ = $\frac{۱۱۳۲}{۱۰۰۰}$

∴ لوک۱۰ ۱ء۱۳۲ = لوک۱۰ ۱۱۳۲ − لوک۱۰ (۱۰)۳

= لوک۱۰ ۱۱۳۲ − ۳ لوک۱۰ ۱۰

= ۴۶۴۸۳۵۰ء۳ − ۳

= ۴۶۴۸۳۵۰ء۰

اور ۰۰۱۱۳۲ء = $\frac{۱۱۳۲}{۱۰^۵}$

∴ لوک۱۰ ۰۰۱۱۳۲ء = لوک۱۰ ۱۱۳۲ − ۵ لوک۱۰ ۱۰

= ۴۶۴۸۳۵۰ء۳ − ۵

= ۴۶۴۸۳۵۰ء − ۲

= ۴۶۴۸۳۵۰ء − ۲

اب یہان یہہ سمجہو کہ نفی کی علامت صرف ۲ پر ہے اور وہ اعشاریہ ۴۶۴۸۳۵۰ء سے متعلق نہین ہے وہ اب بہی مثبت ہے

جو صحیح عدد حصہ لوکارثم کا ہوتا ہے اوسکو عدد بیانی لوکارثم کا کہتے ہین اور اعشاریہ حصہ کو اعشاریہ لوکارثمی کہتے ہین جب عدد بیانی منفی ہوتا ہے تو علامت نفی اوسکی اوپر اکثر لکہتے ہین جیسے کہ

$\bar{۲}$ء۰۵۳۸۴۶۴

(۲۰۴) نظام مروج مین لوکارثم کی عدد بیانی کے دریافت کرنیکا قاعدہ دریافت کرو

چونکہ ۱۰° = ۱ اور ۱۰^۱ = ۱۰ اور ۱۰^۲ = ۱۰۰ اور ۱۰^۳ = ۱۰۰۰

∴ لوک۱۰ ۱ = ۰ اور لوک۱۰ ۱۰ = ۱ اور لوک۱۰ ۱۰۰ = ۲ اور لوک۱۰ ۱۰۰۰ = ۳ اور علیٰ ہذا القیاس

اسواسطے اگر ایک عدد درمیان ۱ اور ۱۰ کے ہو تو اوسکی لوکارثم ۰ اور ۱ کے درمیان ہوگی اور اوسکا عدد بیانی = ۰

۱۰ اور ۱۰۰ . . . . ۱ اور ۲ کے . . . . = ۱

۱۰۰ اور ۱۰۰۰ . . . . ۲ اور ۳ کے . . . . = ۲

وغیرہا اور وغیرہا . . . . = وغیرہا

۱۰^ن−۱ اور ۱۰^ن . . . . ن−۱ اور ن کے . . . . . . = ن−۱

اسے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جب عدد کے ن مراتب ہون اوسکے لوکارثم مین عدد بیانی کے ن−۱ مراتب صحیحہ ہین

یعنی عدد کی تعداد مراتب سے بقدر ایک کے کم اوسکی لوکارثم مین عدد بیانی ہوتا ہے

اب پھر $\frac{1}{10} = 10^{-1}$ اور $\frac{1}{100} = 10^{-2}$ اور $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$ وغیرہا

∴ لوک$_{10}$ $\frac{1}{10}$ = −۱ اور لوک$_{10}$ $\frac{1}{100}$ = −۲ اور لوک$_{10}$ $\frac{1}{1000}$ = −۳ وغیرہا

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ جو عدد ۱ اور $\frac{1}{10}$ کے درمیان واقع ہوتا ہے اوسکی لوکارثم ۰ سے کم ہوتی ہے اور −۱ سے بڑی اور اسیواسطے وہ اسطرح تعبیر ہوسکتی ہے کہ −۱ + اعشاریہ لوکارثمی

اسیواسطے اعداد اگر درمیان

۱ اور $\frac{1}{10}$ ہے ہو تو اوسکی لوکارثم ۰ اور −۱ کے درمیان ہوتی اور ∴ عدد بیانی −۱ ہوتا ہے

$\frac{1}{10}$ اور $\frac{1}{100}$ . . . . −۱ اور −۲ . . . . . . −۲ ہوتا ہے

وغیرہا اور وغیرہا . . . . . . وغیرہا . . . . وغیرہا

$\frac{1}{10^{ن}}$ اور $\frac{1}{10^{ن+1}}$ . . . . . −ن اور −(ن + ۱) −(ن + ۱) ہوتا ہے

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ جس کسر اعشاریہ مین ن صفر بعد علامت اعشاریہ کے ہوں اوسکی لوکارثم مین عدد بیانی −(ن + ۱) یا $\overline{ن+1}$ ہوتا ہے

(۲۰۵) جدول لوکارثمی موافق اساس ی کے مرتب ہے اوسسے ایک اور جدول موافق کسی اور اساس مثلاً ۱۰ کے مرتب کرو

فرض کرو کہ لا لوکارثم ع کی موافق اساس ۱۰ کے ہو

تو ع = ۱۰^{لا} اور لا = لوک$_{10}$ ع

∴ لوک$_{ی}$ ع = لا لوک$_{ی}$ ۱۰

= لوک$_{10}$ ع . لوک$_{ی}$ ۱۰

∴ لوک$_{10}$ ع = $\frac{1}{لوک_{ی} 10}$. لوک$_{ی}$ ع

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ لوکارثم موافق اساس ۱۰ کے اون لوکارثموں سے جو موافق اساس ی کے مرتب ہین اسطرح حاصل ہوسکتی ہین کہ اس اخیر لوکارثم کو مقدار $\frac{1}{لوک_{ی} 10}$ مین ضرب دین اور اس مقدار کا آسانی سے حساب لگاسکتے ہین اور اوسکو مضروب معین یا قالب اوس نظام لوکارثمی کا کہتے ہین جسمین اساس ۱۰ ہو

قیمت $\frac{1}{لوک_{ی} 10}$ = ۴۳۴۲۹۴۴ ء ی

امثلہ نمبری ۸۴ حل کی ہوئیں

مثال ۱ حاصلضرب ۶۳ اور ۱۱۲ کا دریافت کرو

جدول لوگارثمی سے ہمکو معلوم ہوتا ہے کہ لوک ۶۳ = ۱٫۷۹۹۳۴۰۵

اور لوک ۱۱۲ = ۲٫۰۴۹۲۱۸۰

بموجب قاعدہ لوک (۶۳×۱۱۲) = لوک ۶۳ + لوک ۱۱۲

= ۱٫۷۹۹۳۴۰۵ + ۲٫۰۴۹۲۱۸۰

= ۳٫۸۴۸۵۵۸۵

اور بموجب جدول لوگارثمی کے ۳٫۸۴۸۵۵۸۵ = لوک ۷۰۵۶

∴ ۶۳×۱۱۲ = ۷۰۵۶

مثال ۲ ۳۶۷۲ کو ۷۲ پر تقسیم کرو

بموجب جدول لوگارثمی کے لوک ۳۶۷۲ = ۳٫۵۶۴۹۰۲۷ اور لوک ۷۲ = ۱٫۸۵۷۳۳۲۵

بموجب قاعدہ کے لوک $\left(\frac{۳۶۷۲}{۷۲}\right)$ = لوک ۳۶۷۲ − لوک ۷۲

= ۳٫۵۶۴۹۰۲۷ − ۱٫۸۵۷۳۳۲۵

= ۱٫۷۰۷۵۷۰۲

= لوک ۵۱ بموجب جدول لوگارثمی کے

∴ ۳۶۷۲ ÷ ۷۲ = ۵۱

مثال ۳ $۲^{۱۶}$ کی قیمت دریافت کرو

بموجب جدول لوگارثم کے لوک ۲ = ۰٫۳۰۱۰۳۰۰

بموجب قاعدہ کے لوک $(۲^{۱۶})$ = ۱۶ × لوک ۲

= ۰٫۳۰۱۰۳۰۰ × ۱۶

= ۴٫۸۱۶۴۸۰۰

= لوک ۶۵۵۳۶ بموجب جدول

∴ $۲^{۱۶}$ = ۶۵۵۳۶

مثال ۴ قیمت $\sqrt[۱۶]{۶۵۵۳۶}$ کی دریافت کرو

بموجب قاعدہ

لوک $\sqrt[۱۶]{۶۵۵۳۶}$ = $\frac{۱}{۱۶}$ لوک ۶۵۵۳۶

= $\frac{۴٫۸۱۶۴۸۰۰}{۱۶}$ مثال ۳ کو دیکھو

= ۰٫۳۰۱۰۳۰۰

= لوک ۲

∴ $\sqrt[۱۶]{(۶۵۵۳۶)}$ = ۲

مثال ۵ — معلوم ہے کہ لوک ۲ = ۰٫۳۰۱۰۳۰۰ تو قیمتیں ۵ اور ۱۶ اور ۰٫۱۶ اور ۶٫۲۵ اور ۱/۲ اور ۳ ۱/۸ کی لوکارثموں کی دریافت کرو

لوک ۵ = لوک (۱۰/۲) = لوک ۱۰ − لوک ۲ = ۱ − ۰٫۳۰۱۰۳۰۰ = ۰٫۶۹۸۹۷۰۰

لوک ۱۶ = لوک (۲^۴) = ۴ لوک ۲ = ۴ × ۰٫۳۰۱۰۳۰۰ = ۱٫۲۰۴۱۲۰۰

لوک ۰٫۱۶ = لوک (۱۶/۱۰^۲) = لوک ۱۶ − ۲ لوک ۱۰ = ۱٫۲۰۴۱۲۰۰ − ۲ = $\bar{۲}$٫۲۰۴۱۲۰۰

لوک ۶٫۲۵ = لوک (۵^۴/۱۰^۲) = ۴ لوک ۵ − ۲ لوک ۱۰ = ۲٫۷۹۵۸۸۰۰ − ۲ = ۰٫۷۹۵۸۸۰۰

لوک ۱/۲ = لوک ۰٫۵ = لوک ۵ − لوک ۱۰ = ۰٫۶۹۸۹۷۰۰ − ۱ = $\bar{۱}$٫۶۹۸۹۷۰۰

لوک ۳ ۱/۸ = لوک ۲۵/۸ = ۲ لوک ۵ − ۳ لوک ۲ = ۱٫۳۹۷۹۴۰۰ − ۰٫۹۰۳۰۹۰۰ = ۰٫۴۹۴۸۵۰۰

مثال ۶ — $\sqrt[۳]{(۰٫۰۰۰۶۵)}$ کی قیمت دریافت کرو اور معلوم ہے کہ لوک ۱۳ = ۱٫۱۱۳۹۴۳۴

لوک ۶۵ = لوک (۱۳ × ۵) = لوک ۱۳ + لوک ۵ = ۱٫۱۱۳۹۴۳۴ + ۰٫۶۹۸۹۷۰۰ = ۱٫۸۱۲۹۱۳۴

∴ لوک ۰٫۰۰۰۶۵ = ۱٫۸۱۲۹۱۳۴ − ۶ = $\bar{۵}$٫۸۱۲۹۱۳۴

اور $\bar{۵}$٫۸۱۲۹۱۳۴ = $\bar{۶}$ + ۱٫۸۱۲۹۱۳۴

∴ لوک $\sqrt[۳]{(۰٫۰۰۰۶۵)}$ = ۱/۳ [$\bar{۶}$ + ۱٫۸۱۲۹۱۳۴]

= $\bar{۲}$ + ۰٫۶۰۴۳۰۴۴ = $\bar{۲}$٫۶۰۴۳۰۴۴

= لوک ۰٫۰۴۰۲۰۷ تقریباً بموجب جدول کے

∴ جزر الکعب مطلوب = ۰٫۰۴۰۲۰۷ تقریباً

مثال ۷ — معلوم ہے کہ لوک ۲ = ۰٫۳۰۱۰۳۰۰ اور لوک ۳ = ۰٫۴۷۷۱۲۱۳ تو لوکارثم ۲/۳ کی اور لوک (۲/۳)^۳ اور لوک (۲/۳)^{۱/۲} کی دریافت کرو

لوک (۲/۳) = لوک ۲ − لوک ۳ = ۰٫۳۰۱۰۳۰۰ − ۰٫۴۷۷۱۲۱۳ = −۰٫۱۷۶۰۹۱۳

= −۱ + ۱ − ۰٫۱۷۶۰۹۱۳ = −۱ + ۰٫۸۲۳۹۰۸۷

= $\bar{۱}$٫۸۲۳۹۰۸۷

لوک (۲/۳)^۳ = ۳ لوک ۲/۳ = ۳ × $\bar{۱}$٫۸۲۳۹۰۸۷ = $\bar{۳}$ + ۲٫۴۷۱۷۲۶۱ = $\bar{۱}$٫۴۷۱۷۲۶۱

لوک (۲/۳)^{۱/۲} = ۱/۲ لوک ۲/۳ = ۱/۲ × $\bar{۱}$٫۸۲۳۹۰۸۷ = ۱/۲ ($\bar{۲}$ + ۱٫۸۲۳۹۰۸۷)

= $\bar{۱}$ + ۰٫۹۴۱۲۰۲۹ = $\bar{۱}$٫۹۴۱۲۰۲۹

مثال ۸

$$\frac{۲^{۲}\times ۳^{۳}\times ۲۶۰۱۳}{۹۳۵۰\times ۱۷}$$

لوک $\frac{۲^{۲}\times ۳^{۳}\times ۲۶۰۱۳}{۹۳۵۰\times ۱۷}$ = لوک $(۲^{۲}\times ۳^{۳}\times ۲۶۰۱۳)$ − لوک ۱۷×۹۳۵۰

= ۲ لوک ۲ + ۳ لوک ۳ + لوک ۲۶۰۱۳ − لوک ۱۷ − لوک ۹۳۵۰ ∴ جدول لوکارثم سے قیمت باسانی معلوم ہو سکتی ہے

مثال ۹ قیمت $\sqrt[۵]{\frac{۵^{\frac{۱}{۲}}\times ۳^{\frac{۱}{۴}}\times (۳۱۷)^{۲}}{۲۵۱}}$ کی دریافت کرو

لوک $\sqrt[۵]{\frac{۵^{\frac{۱}{۲}}\times ۳^{\frac{۱}{۴}}\times (۳۱۷)^{۲}}{۲۵۱}}$ = $\frac{۱}{۵}$ لوک $\frac{۵^{\frac{۱}{۲}}\times ۳^{\frac{۱}{۴}}\times (۳۱۷)^{۲}}{۲۵۱}$

= $\frac{۱}{۵}$ [۲ لوک ۳۱۷ + $\frac{۱}{۴}$ لوک ۳ + $\frac{۱}{۲}$ لوک ۵ − لوک ۲۵۱]

∴ جدول لوکارثمی سے قیمت باسانی نکل سکتی ہے

مثال ۱۰ ۹ کی چھٹی قوت اور ۷ کی چوتھی قوت اور ۵ کی پانچویں قوت میں چوتھا تناسب میں داخل کرو اگر لا عدد مطلوب ہو تو

$۹^{۶} : ۷^{۴} :: ۵^{۵} :$ لا

∴ لا = $\frac{۵^{۵}\times ۷^{۴}}{۹^{۶}}$

∴ لوک لا = ۴ لوک ۷ + ۵ لوک ۵ − ۶ لوک ۹

اب جدول لوکارثمی سے لا کی قیمت باسانی دریافت ہو سکتی ہے

مثال ۱۱ قیمت لا کی اس مساوات $ا^{لا}$ = ب میں دریافت کرو

لا لوک ا = لوک ب

∴ لا = $\frac{\text{لوک ب}}{\text{لوک ا}}$

فرض کرو کہ ا = ۵ اور ب = ۱۰۰ یعنی $۵^{لا}$ = ۱۰۰

∴ لا = $\frac{\text{لوک ۱۰۰}}{\text{لوک ۵}}$ = $\frac{۲}{۰٫۶۹۸۹۷۰۰}$ = ۲٫۸۶

تنبیہ جن مساواتوں میں قوت نما میں مقدار مجہول واقع ہوتی ہے انکو مساوات قوت نما کہتے ہیں

مثال ۱۲ اس سلسلہ ہندسی ۱ و $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۹}{۴}$ و $\frac{۲۷}{۸}$ وغیرہ کو ۲۰ رقموں تک جمع کرو

ا = ۱   ص = $\frac{ا(ر^{ن} - ۱)}{ر - ۱}$

ر = $\frac{۳}{۲}$

ن = ۲۰   = $\frac{(\frac{۳}{۲})^{۲۰} - ۱}{\frac{۳}{۲} - ۱}$ = ۲ $\left[(\frac{۳}{۲})^{۲۰} - ۱\right]$

لوک (۳/۲)^۲۰ = ۲۰ [لوک ۳ − لوک ۲]

= ۲۰ [٫۴۷۷۱۲۱۳ − ٫۳۰۱۰۳۰۰] بموجب جدول کے

= ۲۰ × ٫۱۷۶۰۹۱۳ = ۳٫۵۲۱۸۲۶۰

= لوک ۳۳۲۵٫۲۶۳ بموجب جدول

∴ ص = [۳۳۲۵٫۲۶۳ − ۱] = ۲ × ۳۳۲۴٫۲۶۳ = ۶۶۴۸٫۵۲۶

مثال ۱۳ معلوم ہے ص = (ار^ن − ا)/(ر − ۱) قیمت ن کی دریافت کرو

ص (ر − ۱) = ار^ن − ا

∴ ار^ن = ص (ر − ۱) + ا

∴ لوک (ار^ن) = لوک [ص (ر − ۱) + ا]

لوک ا + ن لوک ر = لوک [ص (ر − ۱) + ا]

∴ ن = (لوک [ص (ر − ۱) + ا] − لوک ا) / لوک ر

مثال ۱۴ ۲۰۰ روپیہ کو ۴ روپیہ سیکڑہ پر بحساب سود در سود کے دیں تو سات برس میں مول بیاج کا کتنا ہوجائیگا

بموجب دفعہ ۱۵۱ علم حساب م = ع (۱ + ر)^ن

∴ لوک م = لوک ع + ن لوک (۱ + ر)

= لوک ۲۰۰ + ۷ لوک (۱ + ٫۰۴)

= لوک ۲۰۰ + ۷ لوک ۱٫۰۴

= لوک ۲ + ۲ لوک ۱۰ + ۷ لوک ۱٫۰۴

= ٫۳۰۱۰۳۰۰ + ۲ + ۷ × ٫۰۱۷۰۳۳۳

= ۲٫۴۲۰۲۶۳۱

= لوک ۲۶۳٫۱۸ بموجب جدول لوکارثم کے

∴ م = ۲۶۳٫۱۸ روپیہ

= ۲۶۳ روپیہ ۲ آنہ ۱۰ پائی

مثال ۱۵ ۵ روپیہ سیکڑہ سود در سود کے حساب سے ۵۰۰ روپیہ کے ۹۰۰ روپیہ کتنی مدت میں ہونگے

م = ع (۱ + ر)^ن

∴ لوک م = لوک ع + ن لوک (۱ + ر)

∴ ن = (لوک م − لوک ع) / لوک (۱ + ر)

$= \frac{\text{لوک } ۹۰ - \text{لوک } ۵۰۰}{\text{لوک } ۱.۰۵}$

$= \frac{۲.۵۵۲۷۲۵}{۰.۰۲۱۱۸۹۳}$ بموجب جدول لوکارتم کے

= ۱۲.۰۴ برس

امثلہ نمبری ۸۴ مشق کے واسطے

(۱) لوک ۲ = ۰.۳۰۱۰۳۰۰ اور لوک ۳ = ۰.۴۷۷۱۲۱۳ اور لوک ۷ = ۰.۸۴۵۰۹۸۰
ان معلومات سے اعداد ذیل میں سے ہر ایک عدد کی لوکارتم دریافت کرو

(ا) ۶ و ۸ و ۹ و ۱۲ و ۲۰ و ۲۵ و ۲۷ و ۱۲۰ و ۲۷۰۰۰

(ب) ۸.۱ و ۳۶.۱ و ۳۶۰۰.۰ و ۶۲۵۰۰۰.۰ و ۰.۶۴

(ج) $\frac{۱}{۲}$ لوک $\frac{۱}{۲}$ کا و $\frac{۱}{۲۴}$ و ۰.۰۱۲ و $\frac{۱}{۱۲}$ و $\frac{۳}{۵}$ و $\frac{۴}{۳}$

(د) $\sqrt[۳]{۲}$ و $\sqrt[۴]{\frac{۲}{۳}}$ و $\sqrt[۳]{۰.۳}$ و $\sqrt[۴]{(۱۲)^{۹}}$ و $\sqrt[۳]{(۱\frac{۱}{۳})^{۹}}$

(س) ۳۵.۱ و $(\frac{۱}{۷})^{۳}$ و $\frac{۱۴}{۲۵}$ و ۰.۰۰۰۰۵۷۱ و $\sqrt[۴]{(۰.۰۰۷)^{۵}}$ و $(\frac{۶}{۵})^{۱۰}$

(۲) بوساطت جدول لوکارتمی کے ان جملوں میں سے ہر ایک جملہ کی لوکارتم دریافت کرو

$(۱۵۱۳)^{\frac{۳}{۴}}$ و $\sqrt[۴]{\frac{۱}{۲}}$ و $\sqrt[۳]{\frac{۳}{۴}}$ و $\sqrt[۳]{\frac{۳}{۴۴}}$ و $\sqrt[۴]{(۱۴.۴)^{۵}}$

(۱) $\frac{۳۱۵ \times ۲۵۵ \times ۳۳ \times ۳۱}{۳۵۷ \times ۳۵}$ (۲) $\sqrt[۴]{\frac{۹۳۵ \times \sqrt[۴]{۱۴} \times \sqrt[۳]{(۱۰۰)^{۲}}}{\sqrt{۲۴}}}$

(۴) اس سلسلہ کو جمع کرو
$۱ + \frac{۵}{۶} + \frac{۲۵}{۳۶} + \frac{۱۲۵}{۲۱۶} +$ وغیرہ ۱۰ رقموں تک

(۵) ایک سلسلہ ہندسیہ کی جمع ۶۶۰۰ ہے اول رقم ۲ ہے اور نسبت مشترک ۳ ہے تعداد ارقام دریافت کرو

(۶) ۱۰۰ روپیہ کا مول بیاج ۱۰ برس میں ۵ روپیہ سیکڑہ سود درسود کے حساب کیا ہوگا

(۷) کتنا روپیہ ۵ روپیہ سیکڑہ سالیانہ سود پر قرض دیا جائے کہ بارہ برس میں ۵۰۰ روپیہ مول بیاج کے حاصل ہوں اور معلوم ہے کہ لوک ۱.۷۹۵۸۵ = ۰.۲۵۴۲۷۷

(۸) ۴۰۰ روپیہ کو کیا سیکڑہ سود پر دین کہ اوسکا مول بیاج ۵۶۹ روپیہ ۵ آنہ پائی سود در سود کے حساب سے ۹ برس میں ہو جائیں اور معلوم ہے کہ لوک ۵۹۹.۳۳ = ۲.۷۵۵۳۶۴۱
اور لوک ۱.۰۴ = ۰.۰۱۷۰۳۳۸

(۹) بتاؤ کتنی مدت مین ۵ روپیہ سیکڑہ سود در سود کے حساب سے روپیہ دو چند اور سہ چند ہوتا ہے

(۱۰) سود ششماہی ادا کیا جاتا ہے تو بتاؤ ۵ روپیہ سیکڑہ سالیانہ سود در سود کے حساب سے ۵۰۰ روپیہ کا مول بیاج ۱۴ برس مین کیا ہوگا اور معلوم ہے کہ لوک ۵ ۲۲۴۷ = ۴۲۴ ۵۵۰۷۸ء۴

(۱۱) ایک شخص نے ۱۰۰ روپیہ سالیانہ دس برس تک جمع کیا اور ۵ روپیہ سیکڑہ سالیانہ سود در سود کے حساب اس روپیہ کو چلایا تو بتاؤ دس برس کے آخر مین کیا مول بیاج کا روپیہ وہ حاصل کریگا اور معلوم ہے لوک ۹۲۸۹ ء۱ = ۳۰ ۹۸۱۱ ء۲

(۱۲) ان مساواتون کو حل کرو

(ا) ۱/۵ ا^لا + لا/۳ = ۲/۱۵ ا^لا + ۱

(ب) ا^م لا ب^ن لا = ح

(ح) (ا^لا + ح)/د = ی

(د) لا√د = ب

(ر) ۵^لا = ۸۰۰

(س) لوک لا + لوک ی = ۵/۴ اور لوک لا − لوک ی = ۱/۴

مروج لوکارثمون کی جدولون کا بیان اور اونکی فائدے

(۲۰۶) جو جدولین لوکارثمون کی مروج ہین اون مین اعداد ۱ سے ۱۰۰۰۰۰ تک لکھی ہوئی ہوتی ہین اور اونکے محاذی لوکارثمین سات مرتبہ کے اعشاریہ تک لکھی ہوتی ہین اور فقط اعشاریہ لوکارثمون کی اونمین تحریر ہوتی ہے اعداد اولے کی لوکارثمین جبر مقابلہ سے نکلتی ہین اونکی ترکیب جبر مقابلہ سے نکالنی کی سنو بال صاحب کی علم مثلث مین لکھی ہے اور اعداد مرکب کے لوکارثمین اسطرح نکالتے ہین کہ اون اعداد کو اجزاء ضربی اولی کے قوا مین تحلیل کرتے ہین اور پہر اونکی لوکارثمون کی استعانت سے اونکی لوکارثمین دریافت کرتے ہین اسطرح

لوک ۸ = لوک (۲^۳) = ۳ لوک ۲ اور لوک ۱۴۴ = لوک (۲^۴ × ۳^۲) = ۴ لوک ۲ + ۲ لوک ۳

اور علی ہذا القیاس اور اعداد کی کیفیت ہے

۱ سے ۱۰۰ تک کی لوکارثمون کی جدول لکھتے ہین

عدد	لوگارثم	عدد	لوگارثم	عدد	لوگارثم
۱	۰۰۰۰۰۰۰	۲۱	۳۲۲۲۱۹۳	۴۱	۶۱۲۷۸۳۹
۲	۳۰۱۰۳۰۰	۲۲	۳۴۲۴۲۲۷	۴۲	۶۲۳۲۴۹۳
۳	۴۷۷۱۲۱۳	۲۳	۳۶۱۷۲۷۸	۴۳	۶۳۳۴۶۸۵
۴	۶۰۲۰۶۰۰	۲۴	۳۸۰۲۱۱۲	۴۴	۶۴۳۴۵۲۷
۵	۶۹۸۹۷۰۰	۲۵	۳۹۷۹۴۰۰	۴۵	۶۵۳۲۱۲۵
۶	۷۷۸۱۵۱۳	۲۶	۴۱۴۹۷۳۳	۴۶	۶۶۲۷۵۷۸
۷	۸۴۵۰۹۸۰	۲۷	۴۳۱۳۶۳۸	۴۷	۶۷۲۰۹۷۹
۸	۹۰۳۰۹۰۰	۲۸	۴۴۷۱۵۸۰	۴۸	۶۸۱۲۴۱۲
۹	۹۵۴۲۴۲۵	۲۹	۴۶۲۳۹۸۰	۴۹	۶۹۰۱۹۶۱
۱۰	۰۰۰۰۰۰۰	۳۰	۴۷۷۱۲۱۳	۵۰	۶۹۸۹۷۰۰
۱۱	۰۴۱۳۹۲۷	۳۱	۴۹۱۳۶۱۷	۵۱	۷۰۷۵۷۰۲
۱۲	۰۷۹۱۸۱۲	۳۲	۵۰۵۱۵۰۰	۵۲	۷۱۶۰۰۳۳
۱۳	۱۱۳۹۴۳۴	۳۳	۵۱۸۵۱۳۹	۵۳	۷۲۴۲۷۵۹
۱۴	۱۴۶۱۲۸۰	۳۴	۵۳۱۴۷۸۹	۵۴	۷۳۲۳۹۳۸
۱۵	۱۷۶۰۹۱۳	۳۵	۵۴۴۰۶۸۰	۵۵	۷۴۰۳۶۲۷
۱۶	۲۰۴۱۲۰۰	۳۶	۵۵۶۳۰۲۵	۵۶	۷۴۸۱۸۸۰
۱۷	۲۳۰۴۴۸۹	۳۷	۵۶۸۲۰۱۷	۵۷	۷۵۵۸۷۴۹
۱۸	۲۵۵۲۷۲۵	۳۸	۵۷۹۷۸۳۶	۵۸	۷۶۳۴۲۸۰
۱۹	۲۷۸۷۵۳۶	۳۹	۵۹۱۰۶۴۶	۵۹	۷۷۰۸۵۲۰
۲۰	۳۰۱۰۳۰۰	۴۰	۶۰۲۰۶۰۰	۶۰	۷۷۸۱۵۱۳

عدد	لوگارثم	عدد	لوگارثم	عدد	لوگارثم
۶۱	۷۸۵۳۲۹۸	۸۰	۹۰۳۰۹۰۰	۹۹	۹۹۵۶۳۵۲
۶۲	۷۹۲۳۹۱۷	۸۱	۹۰۸۴۸۵۰	۱۰۰	۰۰۰۰۰۰۰
۶۳	۷۹۹۳۴۰۵	۸۲	۹۱۳۸۱۳۹		
۶۴	۸۰۶۱۸۰۰	۸۳	۹۱۹۰۷۸۱		
۶۵	۸۱۲۹۱۳۴	۸۴	۹۲۴۲۷۹۳		
۶۶	۸۱۹۵۴۳۹	۸۵	۹۲۹۴۱۸۹		
۶۷	۸۲۶۰۷۴۸	۸۶	۹۳۴۴۹۸۵		
۶۸	۸۳۲۵۰۸۹	۸۷	۹۳۹۵۱۹۳		
۶۹	۸۳۸۸۴۹۱	۸۸	۹۴۴۴۸۲۷		
۷۰	۸۴۵۰۹۸۰	۸۹	۹۴۹۳۹۰۰		
۷۱	۸۵۱۲۵۸۳	۹۰	۹۵۴۲۴۲۵		
۷۲	۸۵۷۳۳۲۵	۹۱	۹۵۹۰۴۱۴		
۷۳	۸۶۳۳۲۲۹	۹۲	۹۶۳۷۸۷۸		
۷۴	۸۶۹۲۳۱۷	۹۳	۹۶۸۴۸۲۹		
۷۵	۸۷۵۰۶۱۳	۹۴	۹۷۳۱۲۷۹		
۷۶	۹۸۰۸۱۳۶	۹۵	۹۷۷۷۲۳۶		
۷۷	۸۸۶۴۹۰۷	۹۶	۹۸۲۲۷۱۲		
۷۸	۸۹۲۰۹۴۶	۹۷	۹۸۶۷۷۱۷		
۷۹	۸۹۷۶۲۷۱	۹۸	۹۹۱۲۲۶۱		

اسے جدول لوگارثمی کے ایک اور حصہ کو مع کیفیت کے لکھتے ہیں

عدد	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	
۳۶۵۰	۵۶۲۲۹۲۹	۳۰۴۸	۳۱۶۷	۳۲۸۶	۳۴۰۵	۳۵۲۴	۳۶۴۳	۳۷۶۱	۳۸۸۰	۳۹۹۹	۱۱۹
۱	۴۱۱۸	۴۲۳۷	۴۳۵۶	۴۴۷۵	۴۵۹۴	۴۷۱۳	۴۸۳۲	۴۹۵۱	۵۰۷۰	۵۱۸۹	
۲	۵۳۰۸	۵۴۲۷	۵۵۴۶	۵۶۶۴	۵۷۸۳	۵۹۰۲	۶۰۲۱	۶۱۴۰	۶۲۵۹	۶۳۷۸	
۳	۶۴۹۷	۶۶۱۶	۶۷۳۴	۶۸۵۳	۶۹۷۲	۷۰۹۱	۷۲۱۰	۷۳۲۹	۷۴۴۸	۷۵۶۷	
۴	۷۶۸۵	۷۸۰۴	۷۹۲۳	۸۰۴۲	۸۱۶۱	۸۲۸۰	۸۳۹۸	۸۵۱۷	۸۶۳۶	۸۷۵۵	
۵	۸۸۷۴	۸۹۹۳	۹۱۱۱	۹۲۳۰	۹۳۴۹	۹۴۶۸	۹۵۸۷	۹۷۰۵	۹۸۲۴	۹۹۴۳	
۶	۵۶۳۰۰۶۲	۰۱۸۱	۰۲۹۹	۰۴۱۸	۰۵۳۷	۰۶۵۶	۰۷۷۵	۰۸۹۳	۱۰۱۲	۱۱۳۱	
۷	۱۲۵۰	۱۳۶۸	۱۴۸۷	۱۶۰۶	۱۷۲۵	۱۸۴۳	۱۹۶۲	۲۰۸۱	۲۲۰۰	۲۳۱۸	
۸	۲۴۳۷	۲۵۵۶	۲۶۷۴	۲۷۹۳	۲۹۱۲	۳۰۳۱	۳۱۴۹	۳۲۶۸	۳۳۸۷	۳۵۰۵	
۹	۳۶۲۴	۳۷۴۳	۳۸۶۱	۳۹۸۰	۴۰۹۹	۴۲۱۸	۴۳۳۶	۴۴۵۵	۴۵۷۴	۴۶۹۲	
۳۶۶۰	۴۸۱۱	۴۹۳۰	۵۰۴۸	۵۱۶۷	۵۲۸۵	۵۴۰۴	۵۵۲۳	۵۶۴۱	۵۷۶۰	۵۸۷۹	
۱	۵۹۹۷	۶۱۱۶	۶۲۳۵	۶۳۵۳	۶۴۷۲	۶۵۹۰	۶۷۰۹	۶۸۲۸	۶۹۴۶	۷۰۶۵	
۲	۷۱۸۳	۷۳۰۲	۷۴۲۱	۷۵۳۹	۷۶۵۸	۷۷۷۶	۷۸۹۵	۸۰۱۳	۸۱۳۲	۸۲۵۱	
۳	۸۳۶۹	۸۴۸۸	۸۶۰۶	۸۷۲۵	۸۸۴۳	۸۹۶۲	۹۰۸۱	۹۱۹۹	۹۳۱۸	۹۴۳۶	
۴	۹۵۵۵	۹۶۷۳	۹۷۹۲	۹۹۱۰	۰۰۲۹	۰۱۴۷	۰۲۶۶	۰۳۸۴	۰۵۰۳	۰۶۲۱	

حاصل تفریق

	۱۱۹
۱	۱۲
۲	۲۴
۳	۳۶
۴	۴۸
۵	۶۰
۶	۷۱
۷	۸۳
۸	۹۵
۹	۱۰۷

دوسرا حصہ جو لوکارثم کا لکھا ہے اوسکی رأس پر عدد ۳۶۵۰۰ یا (۳۶۵۰۰) لکھا ہے اور اسے لوکارثم شروع ہوتی ہے اور اوسکا اعشاریہ لوکارثمی ۵۶۲۲۹۲۹ ء محاذی اوسکی لکھی ہے اور چونکہ تمام اعداد جو ۳۶۵۰۰ سے لیکر ۳۶۵۵۹ تک جو اول کے چھہ سطرون مین لکھی ہوئی ہین اعشاریہ لوکارثمی مین تین مرتبہ آخر کے ایک ہی ہندسے ہیں یعنی ۵۶۲ رکھتی ہین اسواسطے اونکو مکرر نہین لکھا بلکہ ایک ہی دفعہ محاذی ۳۶۵۰ کے تحریر کیا اور آخر چار ہندسے جس عدد کے اعشاریہ لوکارثمی سے متعلق ہین اوسکے محاذی لکھہ دئیے ہین پس پہلی سطر کی صورت یہہ ہے کہ

عدد		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۳۶۵۰	۵۶۲۲۹۲۹	۳۰۴۸	۳۱۶۷	۳۲۸۶	۳۴۰۵	۳۵۲۴	۳۶۴۲	۳۷۶۱	۳۸۸۰	۳۹۹۹

اسسے معلوم ہوتا ہے کہ اعشاریہ لوکارثمی ۳۶۵۰۰ = ۲۹۲۹ ۵۶۲ ء
۳۶۵۰۱ = ۳۰۴۸ ۵۶۲ ء
۳۶۵۲ = ۳۱۶۷ ۵۶۲ ء
۳۶۵۰۳ = ۳۲۸۶ ۵۶۲ ء

اور علی ہذالقیاس

اب دوسری سطر مین اعشاریہ لوکارثمی اعداد کی ۳۶۵۱۱ سے ۳۶۵۱۹ تک لکھتے ہین چونکہ تیسرے ہندسہ کی قیمت مین تبدل اول سطر افقی مین نہین واقع ہوتا اسلئے جب کسی عدد کی اعشاریہ لوکارثمی جدول مین سے لکھو تو احتیاط سے بائین طرف کے آخر ہندسے کو لکھو مثلاً ۳۶۶۴۳ کی اعشاریہ لوکارثمی ۵۶۳۹۹۱۰ ء ہے اور آخر چار ہندسے اعشاریہ لوکارثمی ۳۶۶۴۴ مین ۰۰۲۹ لکھی ہین اب اگر ان دونو اعداد کی اعشاریہ لوکارثمی مین تیسرا ہندسہ ایک ہی ہے تو اعشاریہ لوکارثمی ۳۶۶۴۴ کا کم ۳۶۶۴۳ کے اعشاریہ لوکارثمی سے ہوا اور یہہ ناممکن اسلئے حقیقت مین تیسری ہندسہ کی قیمت مین تغیر ہوتا ہے، اور اعشاریہ لوکارثمی ۳۶۶۴۴ کی ۵۶۴ ء سے شروع ہوتی ہے اور ۵۶۳ ء سے نہین شروع ہوتی

(۳۰۷) دفعہ ۳۰۶ مین بیان کیا گیا ہے کہ جداول لوکارثمی فقط پانچ مرتبہ کی اعداد تک بیان ہوئی ہین اور اکثر ضرورت اس بات کی پڑتی ہے کہ ۶ مرتبہ کے اعداد کی لوکارثم دریافت کرین بلکہ سات مرتبہ کے اعداد کے اعشاریہ لوکارثمی کے دریافت کرنیکی ضرورت پڑتی ہے

تو وہ موافق اس سلسلہ کے دریافت کرتے ہین اور اس سلسلہ کو صحیح فرض کر لیا ہی کہ جب دو اعداد مین حاصل تفریق ایسا کم ہو کہ وہ بمقابلہ ہر ایک عدد کے نہایت کم مقدار ہو تو یہہ فرق تقریباً متناسب اون اعداد کے لوگارثموں کے حاصل تفریق کے ہوتا ہے

اس مسئلہ کو اس طریق سے جبر مقابلہ مین لکھتے ہین اور اوسکا صحیح ہونا ثابت ہے اگر م بمقابلہ لا کے نہایت بڑا ہو

لوک (م + لا) − لوک م = لا/۱۰ [لوک (م + ۱۰) − لوک م]

قیمت لوک (م + ۱۰) − لوک م کا جزو اعظم فقط حاصل تفریق کے نیچے جدولون مین مطبوع ہوتا ہے اور اس جزو اعظم کے نیچے اصلی قیمتین یا تقریبی قیمتین

لا/۱۰ [لوک (م + ۱۰) − لوک م]

لا کی سب قیمتون کے واسطے صفر سے ۹ تک لکھی ہوئی ہوتی ہے

ایسی جدول کو جدول اجزاء متناسب فرق [لوک (م + ۱۰) − لوک م] کی کہتے ہین

یہہ فرق بہت سی لوگارثمون مین ایک ہی رہتا ہے

فائدہ ایسی جدول کا اور اوسکی استعمال کی ترکیب ہم بتلاتے ہین

امثلہ نمبری ۸۵ حل کی ہوئی

مثال ۱ معلوم ہے لوک ۳۶۶۴۳ = ۵۶۳۸۷۲۵ء۴ اور لوک ۳۶۶۳۲ = ۵۶۳۸۶۰۶ء۴ ہے لوک ۳۶۶۳۲۸ کی دریافت کرو

یہان م = ۳۶۶۳۲۰

∴ لا/۱۰ [لوک (م + ۱۰) − لوک م] = ۸/۱۰ [۵۶۳۸۷۲۵ء۵ − ۵۶۳۸۶۰۶ء۵]

= ۸/۱۰ × ۰۰۰۱۱۹ء = ۰۰۰۰۹۵ء تقریباً

اور لوک م = لوک ۱۰ + لوک ۳۶۶۳۲ = ۱ + ۵۶۳۸۶۰۶ء۴ = ۵۶۳۸۶۰۶ء۵

∴ لوک ۳۶۶۳۲۸ = ۰۰۰۰۹۵ء + ۵۶۳۸۶۰۶ء۵ = ۵۶۳۸۷۰۱ء۵

تنبیہ اول صرف اجزاء اعظم فرق اور اجزاء متناسب یعنی ۱۱۹ اور ۹۵ جدول مین مطبوع ہین

تنبیہ دوم اسی اصول کے موافق لوگارثم اون اعداد کی دریافت کرتے ہین جنمین بسات مرتبے ہین

مثال ۴ معلوم ہے کہ لوک ۳۶۶۳۳ = ۴٫۵۶۳۸۷۲۵ اور
لوک ۳۶۶۳۴ = ۴٫۵۶۳۸۶۰۶ لوکارثم ۳۶۶۳۳۵۳ کی دریافت کرو

موافق سابق حاصل تفریق = ۰٫۰۰۰۰۱۱۹

∴ ۵ مرتبہ جز متناسب = ۵/۱۰ × ۰٫۰۰۰۰۱۱۹
= ۰٫۰۰۰۰۰۶۰ تقریباً
۳ مرتبہ کے جز متناسب = ۳/۱۰۰ × ۰٫۰۰۰۰۱۱۹
= ۰٫۰۰۰۰۰۰۳۵ تقریباً

∴ لوگ ۳۶۶۳۳۵۳ = ۲ + ۴٫۵۶۳۸۶۰۶ + ۰٫۰۰۰۰۰۶۰ + ۰٫۰۰۰۰۰۰۳
= ۶٫۵۶۳۸۶۶۹

امثلہ نمبری ۸۵ مشق کے واسطے

(۱) معلوم ہے لوک ۳۳۸۱۹ = ۴٫۵۲۹۱۶۰۸ اور لوک ۳۳۸۱۸ = ۴٫۵۲۹۱۴۷۹
لوکارثم ۳۳۸۱۸٫۸ اور ۳۳۸۱۸۸۶ کی دریافت کرو

(۲) لوک ۳۴۰۹۲ = ۴٫۵۳۲۶۵۲۵ اور لوک ۳۴۰۹۳ = ۴٫۵۳۲۶۶۵۲
معلوم ہے لوک ۳۴۰۹۲۶ اور لوک ۳۴۰۹۲۶۴ اور لوک ۰٫۰۳۴۰۹۲۶۴ کی دریافت کرو

(۲۰۸) ایک لوکارثم کا عدد جو جدول میں ٹھیک ٹھیک نہیں ملتا دریافت کرو
آخر مقدمہ جو ثابت کیا ہے اوسکا بالعکس یہہ ہے اسواسطے اوسی اصول کو استعمال میں لایا جاتا ہے

امثلہ نمبری ۸۶ مشق کے واسطے

مثال وہ عدد دریافت کرو جسکی لوکارثم ۴٫۵۶۷۷۶۶۳ ہے
جدول میں اوس عدد کی تلاش کرو جسکا اعشاریہ لوکارثمی معلوم اعشاریہ لوکارثمی سے متصل ہو اور کم ہو تو یہہ دریافت ہوگا کہ وہ لوک ۳۶۹۶۳ ہے
لوک ۳۶۹۶۳ = ۴٫۵۶۷۷۶۲ اور لوک ۳۶۹۶۴ = ۴٫۵۶۷۷۹۰

پس اگر م + لا عدد مطلوب ہو تو
لوک (م + لا) − لوک م = لا/۱ [لوک (م + ۱۰) − لوک م]

[٠٠٦٦٧٧٧٦٥٥٧ — ٢۔٧٦٦٧٧٦٥٥٧] ∴ ٢۔٧٦٦٧٧٦٥٥٧ — ٥٠٦٦٧٧٦٥٥٧ [٠٩٠٧٧٦٥٥٧ — ٢۔٧٦٦٧٧٦٥٥٧]

یعنی [٨١١٠٠٠٥] ∴ = ٩٤٠٠٠٥

اسے معلوم ہوتا ہے کہ لا = ٨ تقریباً

∴ جزاعظم مطلوب ٨٣٨٦٩٦٣ ہے اور چونکہ اوسکا عدد بیانی ٣ ہے اسواسطے

عدد مطلوب ٣٦٩٦٫٣٨ ہے

امثلہ نمبری ٨٦ مشق کے واسطے

(١) وہ عدد دریافت کرو جسکی لوکارثم ٢٫٥٥٢٨٧٤٢ ہو اور

لوک ٣٥٫٧١ = ٢٫٥٥٢٨٧٥٠٤ اور لوک ٣٥٫٧١٦ = ٢٫٥٥٢٨٦٢٨٤ معلوم ہے

(٢) لوگ ٧٦٫٨٥٦ = ١٫٨٨٥٦٧٧٨٤ اور لوک ٧٦٫٨٥٧ = ١٫٨٨٥٦٨٣٥٤ ہے معلوم ہے وہ عدد دریافت کرو جسکی لوکارثم ١٫٨٨٥٦٧٩٤ ہو

کیمبرج یونیورسٹی کے مختلف سوالات امتحان

نوامبر ١٨٥٤ع

(١) ا لا — ب ی + ی (ا — ١) لا — (ب + ١) کو جمع کرو اور ٢ (ا + ب) — ٣ (ج — د) میں سے ا + ب — ٤ (ج — د) تفریق کرو

(٢) ٧ لا — ٣ ی + ٥ ی کو ٣ ی — ٥ لا + ١١ ی میں ضرب دو اور ١ — ٢ لا کو ٢ — ٣ لا + ٥ لا پر تقسیم کرنے سے جو خارج قسمت پیدا ہوتا ہے اوسکی پانچوین رقم دریافت کرو

(٣) جو مقادیر موافق جبر و مقابلہ کے حدود کے متناسب ہون تو اونکو موافق حدود علم ہندسہ کے متناسب ثابت کرو

(٤) ان مساواتون کو حل کرو

(ا) ٤ (لا — ١) — $\frac{لا - ١}{٢لا}$ = ٣ $\frac{٣}{٤}$

(ب) ا + لا + ٤ $\sqrt{ا لا}$ + لا = ب

(ج) ٣لا + ی = ١٧
لا — ٢ی = ١١

(۵) ایک کسانی نے روڑ بہیڑون کا اسطرح خریدا کہ سات روپیہ کی پانچ پانچ بہیڑین اونین ۹ جاتی ہین اور گیارہ گیارہ بہیڑین سولہ سولہ روپیہ کو بیچڈالین اور کل روڑ ۲۴ روپیہ کو مول لیا تہا اور اسنے چوبیس روپیہ نفع پایا اسکو اسطرح بیچڈالا تو بتاؤ کتنی بہیڑین تہین

جنوری ۱۸۵۵ء

(۱) مقادیر جبریہ کی ضرب مین علامات کے قاعدہ کو ثابت کرو اور لا^{3} + ۴ لا^{2} + ۵ لا − ۲۴ اور لا^{2} − ۴ لا + ۱۱ کو آپسمین ضرب دو

(۲) اس جملہ کو مفرد بناؤ

(لا^{3} − ۱) / (لا − ۱) − (لا^{4} + لا^{2} + ۱) / (لا^{2} + لا + ۱)

(۳) ثابت کرو ((ا+ب+ج) (ا ب + ب ج + ا ج) − ا ب ج) / (ا + ب) برابر (ب+ج) (ا+ج) کے

(۴) تناسب کی تعریف کرو اور اگر ا : ب :: ج : د تو ثابت کرو کہ ا د برابر ہے ب ج کے اور ا + ب : ا − ب :: ج + د : ج − د

(۵) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) ۴√(۲ لا) + ۴√(۲ لا − ۷) = [illegible]

(۲) ۴/(لا + ۱) + ۵/(لا + ۲) = ۱۲/(لا + ۳)

(۶) زید اور بکر جوا کہیلنے بیٹہے اور یہہ بات اونہین قرار پائی کہ جو شخص ہارے وہ جیتنے والے کو اپنے روپیہ کا آدہا اور ایک روپیہ زیادہ دے اول برابر روپیہ سے وہ کہیلنے بیٹہے لیکن جب بکر اول بازی ہارا اور دوسری جیتا تو اوس پاس دو چند روپیہ زید سے ہو گیا تو بتاؤ ہر ایک پاس اول روپیہ کتنا تہا

جنوری ۱۸۵۵ء

(۱) (لا − ا)/ب − (لا − ب)/ا کو جب لا = ا^{2}/(ا − ب) مفرد بناؤ
اور ثابت کرو کہ ۴ لا ی (لا^{2} + ی^{2}) = (لا^{2} + لا ی + ی^{2})^{2} − (لا^{2} − لا ی + ی^{2})^{2}

(۲) ا^{3} − ب^{3} − ج^{3} − ۳ ا ب ج کو (ا + ب + ج)/(ا + ب − ج) پر تقسیم کرو

(۳) کب ایک مقدار کو کہتے ہین کہ وہ ایسی بدلتی جیسے کہ دوسری مقدار

یہہ بات معلوم ہے کہ رقبہ دائرہ کا ایسا بدلتا ہے جیسا کہ مربع نصف قطر کا اور رقبہ ایک دائرہ کا جب نصف قطر ۲ انچ ہوا فٹ ۱۰ انچ ہے تو اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا نصف قطر ۴ انچ ہو

(۴) زنانہ اور مردانہ مجرموں میں افزایش ۸٫۱ فیصدی اسطرح ہوئی کہ مردانہ مجرموں مین ۴٫۶ فیصدی کی کمی ہوئی اور زنانہ مجرموں مین ۸٫۹ کی زیادتی ہوئی تو مردانہ اور زنانہ مجرموں کا آپسمین مقابلہ کرو

(۵) ان مساواتوں کو حل کرو

$$(۱)\quad ۱٫۲\,\text{لا} - \frac{۱٫۸\,\text{لا} - ۵\,\text{ی}}{۵\,\text{ی}} = ۴٫۱\,\text{لا} + ۹٫۸$$

$$(۲)\quad \frac{۱}{\text{لا}+\text{ا}+\text{ب}} + \frac{۱}{\text{لا}-\text{ا}+\text{ب}} + \frac{۱}{\text{لا}+\text{ا}-\text{ب}} + \frac{۱}{\text{لا}-\text{ا}-\text{ب}} = ۰$$

$$(۳)\quad \frac{\text{لا}+\text{ی}}{\text{لا}-\text{ی}} + \frac{\text{لا}-\text{ی}}{\text{لا}+\text{ی}} = \frac{۵}{۲}$$

$$\text{لا}^{۲} + \text{ی}^{۲} = ۹۰$$

(۶) ایک کسان ایک مستطیل کھیت ایک ایکڑ ۳۴ پیرچ کے گرد ۱ گز ۶ ۷ ٹٹیان لگانی چاہتا ہے اور ہر ایک اونمین سے ۲ گز لمبی ہے تو بتاؤ کتنی ٹٹیان ہر ایک ضلع مین مستطیل کے لگیں گی اور بتاؤ ان ٹٹیون سے بڑے سے بڑا کھیت جو گھیر لگا اوسکا رقبہ کیا ہوگا

فروری سنہ ۱۸۵۵ع

(۱) اس جملہ کو مفرد بناؤ

$$۵\,\text{ا} - ۳\left[\text{ا} - \text{ب} - ۲(\text{ا} - \text{ب})\right]$$ اور جب ا = ۱۱ اور ب = $\frac{۱}{۴}$ کے ہوں تو اس کی قیمت دریافت کرو

(۲) $$\frac{\text{لا}}{\text{لا}+\text{ی}} - \frac{\text{ی}}{\text{لا}-\text{ی}} - \frac{\text{لا}\,\text{ی}}{\text{لا}^{۲}-\text{ی}^{۲}}$$ کو مفرد بناؤ

(۳) تناسب کی تعریف کرو اگر ا : ب :: ح : د تو ا + ب : ب :: ح + د : د اور بموجب اسی فرض کے ثابت کرو کہ ۳ ا + ۷ ب : ب :: ۳ ح + ۷ د : د

(۴) دو مقادیر مین تبادل معکوس کب ہوتا ہے اگر لا ایسا بدلتا ہو جیسا کہ بالعکس ی بدلتا ہے اور جب لا = ۳ تو ی = ۲ تو لا اور ی کے درمیان جو ربط ہو اوسے دریافت کرو

(۵) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) (۳لا − ۵)/۲ = ۱۰ − (۴لا − ۵)/۳

(۲) لا/۸ + ی/۹ = ۱۶
لا/۹ + ی/۸ = ۱۵ ی/۸

(۳) لا² + ۲ لا ۱۱۲ − ۲۷۸ = ۰

(۶) ایک شخص نے کچھہ بھیڑین ۶۰ روپیہ کو خریدین اب جتنی بھیڑین خریدین ہین اونکی ایک تہائی بھیڑین اگر اسی روپیہ مین زیادہ آتین تو اوسکو ۸ روپیہ فی کس کی قیمت مین کم دینے پڑتے تو بتاؤ کتنی بھیڑین خریدین تہین

مئی ۱۸۵۵ع

(۱) ا − [ب − (۲ب + ج)] + [ب − (ج − ۲ب)]
اور د − [ب + ج − [ا + ب − (ج + ۲ب + ا − د)]] کو مفرد بناؤ

(۲) ۸۱ − لا⁴ کو ۳ − لا پر اور (لا − ۵)/(لا + ۳) − (لا + ۲)/(لا − ۴) کو لا − ۱ پر تقسیم کرو
اور خارج قسمت مفصل مین لا² کی امثال دریافت کرو

(۳) حاصل ضرب (لا − ا)(لا − ب)(لا − ج) کا دریافت کرو اور حاصل ضرب مین لا = ا + ب + ج کے رکہو اور ما حصل کو مفرد بناؤ

(۴) ان مساواتون کو حل کرو

(ا) ½ لا − ¼ − ⅕ (۲/۳ ی − لا) = ۱ ۱۳/۳۲

(ب) √لا − √(لا − ۸) + √لا = ۱

(ج) لا + ی + √(لا ی) = ۲۸
لا² + ی² + لا ی = ۳۳۶

(۵) دو راج موہن سوہن ستون بنانے کے واسطے لگائے گئے سوہن نے تو اپنا کام ابتدا کیا اور اپنا ستون ۶ دن مین تیار کر دیا موہن تیز دست راج تہا اوسنے چوتہی روز سے اپنے کام کو اپنی پوری لیاقت سے بنانا شروع کیا اول دن صرف ایک چہٹا اور دوسرے روز

ایک تہائی اور ہر ایک روز آدہا اوس کام کا کیا جو سوہن نے کیا تہا اور سوہن ایک دن پیشتر سوہن سے اپنا ستون پورا بنا لیا اب اونکی کامون مین نسبت بتاؤ کہ کیا ہے

نوامبر سنہ ۱۸۵۵ع

(۱) ایک مقدار جبریہ کو دوسری مقدار جبریہ پر تقسیم کرنیکا قاعدہ بیان کرو اور ہر ایک مقدار جو اوس مین متعدد رقمین ہین اور اوس قاعدہ کے بموجب ۱ + لا^۳ − ۸ ی^۳ + ۶ لا ی کو ۱ + لا − ۲ ی پر تقسیم کرو

اور ا^۶ − ۴ ا^۵ ب − ۸ ا^۴ ب^۲ − ۱۷ ا ب^۳ − ۱۲ ا ب^۵ کو ا^۲ − ۳ ب^۲ − ۲ ا ب پر تقسیم کرو

(۲) ایک عدد کے جذر اور جذر الکعب کی تعریف کرو اور ۱۷۴۳۳۳۸۱۹۶ کا جذر دریافت کرو

(۲ ا (لا^۲ − ی^۲)) / (ب لا) × لا^۲ / ((لا − ی)(لا + ی)) کو مفرد کرو اور ثابت کرو کہ اگر

ا/ب = ج/د تو (ا + ج)/(ب + د) = √(ا^۲ + ج^۲) / √(ب^۲ + د^۲)

(۳) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) ۱/۳ [لا − ۱/۳ (لا − ۱)] + ۳۱/۳۶ = ۱/۵ [۳ − ۱/۴ (لا − ۳)]

(۲) ۴/ی + ۹/لا = ۱۱/لا ی ؛ ۳/ی + ۱/لا = ۵/لا ی

(۳) لا + ۵ = √(لا + ۵) + ۶

جنوری سنہ ۱۸۵۶ع

(۱) ا^۴ + ۴ ب^۴ کو ا^۲ − ۲ ا ب + ۲ ب^۲ پر تقسیم کرو

(۲) ان جملون کو نہایت مختصر کرو

(ع + ق)^۲ − ع^۲ − ق^۲ اور (لا + ۲)(لا + ۳) − (لا + ۱)(لا + ۴)

(۳) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) . . . ۱/۴ لا − ۳/۸ ی = ۲۱ ؛ ۲/۳ لا + ۳/۴ ی = ۳ لا − ۵/۲ ی

(۲) . . . (لا − ۱)(لا − ۲) = ۲ (لا − ۳)(لا − ۴)

لا² − لا ی = ۱۵
ی² − لا ی = ۱۰

(۳)

(۴) ۳ اور ۴ بجے کے درمیان کس وقت منٹ اور گھنٹہ کی سوئیاں آپس مین زاویہ قائمہ بنائینگے

(۵) اس مساوات کو (لا + ۹)^⅓ + (لا − ۷)^⅓ = ۸ کو حل کرو

(۶) تناسب کی تعریف جبر مقابلہ کے موافق کرو اور ا + ب : ا : : ح + د : ح کو ثابت کرو

جنوری سنہ ۱۸۵۶ع

(۱) خطوط وحدانی کو اس جملہ ۳ ا − [ب − [ا + ب − ۳ ا]] مین دور کرو قیمت (۴ لا² + ی² + ی)(۴ لا² + ی² − ی) کی جب لا = ۴ اور ی = ۵ اور لا = ۶ کی دریافت کرو

(۲) ان جملون کو مفرد بناؤ

$\frac{۲ ی}{لا^۲ − ی^۲} + \frac{۱}{لا + ی}$ اور $\frac{ا^۲ + ا ب + ب^۲}{ا^۳ − ب^۳} − \frac{ا^۲ − ا ب + ب^۲}{ا^۳ + ب^۳}$

(۳) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) $\frac{۳ + لا ۲}{۵} − \frac{۴ لا − ۱۷}{۱۰} = \frac{لا}{۵}$

(۲) ۳ لا − ۴ ی = ۲
۷ لا − ۱۰ ی = ۰

(۳) $\frac{لا + ۱}{لا − ۱} − \frac{لا − ۲}{لا + ۲} = \frac{۹}{۵}$

(۴) تبادل معکوس اور تقسیم کی تعریف بیان کرو ایک گھوڑا چھہ قدم چلتا ہے جتنی دیر مین دوسرا گھوڑا ۵ قدم چلتا ہے لیکن دوسرے گھوڑے کے ۷ قدم برابر پہلے گھوڑے کے ۸ قدمون کے ہین تو بتاؤ کونسا گھوڑا تیز چلتا ہے

(۵) لا⁴ − لا ۳ ی − لا² ی² ۴ ی⁴ کو لا² + لا ی + ی² پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر نکالو

فروری سنہ ۱۸۵۶ع

(۱) ثابت کرو کہ ا − (ب − ح) = ا − ب + ح اور ا + ب + ح اور ا − ب − ح اور ب − ا − ح اور ح − ا − ب کو آپس مین ضرب دو اور لا⁸ + ۴ لا⁴ + ا⁸ کو لا² + ا لا + ا² پر تقسیم کرو

(۲) $\frac{\frac{لا + ۱۲}{ی + ۱۱} − \frac{لا + ۱۱}{ی + ۱۲}}{\frac{ی + ۱۲}{لا + ۱۱} − \frac{ی + ۱۱}{لا + ۱۲}}$ کو مفرد بناؤ اور جب لا = ۱۱ اور ی = ۲ کی ہو تو اوسکی قیمت دریافت کرو

(۳) اگر $\frac{ا}{ب} = \frac{ج}{د}$ تو ثابت کرو کہ $\frac{ا+ب}{ا} = \frac{ج+د}{ج}$ اور $\frac{م ا + ن ب}{ع ا - ق ب} = \frac{م ج + ن د}{ع ج - ق د}$

(۴) ان مساواتون کا حل کرو

(۱) $\frac{لا+۱}{۳} - \frac{لا-۱}{۴} = \frac{لا-۲}{۵} - \frac{لا-۳}{۶} + \frac{۳۱}{۳۰}$

(۲) $۱۲ لا^۲ - ۲۳ لا = ۲۴۲$

(۵) ایک مقام ا سے فاصلہ ۴ میل فی گھنٹہ کی چال سے مقام ب کی طرف جو ۲۰ میل مقام ا سے ہے چلا اور پہونچتے ہی پہر الٹا پہرا اور اوسیوقت مقام ب سے دوسرا فاصلہ ا کی طرف ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سے چلا اور جس وقت پہونچا اوسیوقت الٹا پہرا تو وہ مقام بتاؤ جہان یہہ دونو قاصد ایک دوسرے کے پاس ہوکر گذرینگے

مارچ ۱۸۵۶ء

اوشر کے امیدوارون کے سوالات

(۱) جبر مقابلہ اور حساب کی جمع مین بتاؤ کہ کیا فرق اور تمیز ہے

جمع کرو $۱۶ ا^۲ - ۷ اب - ۸ ب^۲ + ۳ ج$ اور $۴ ب^۲ - ۲ ج + ۱ اب$ اور $۱۲ ا ب - ۸ ا^۲ + ۵ ج$

(۲) $۲۰ اب - ۷ ب ج + ۱۶ ا ج - ۵ د^۲$ کی قیمت حب ا اور ب و ج و د برابر ا و ۳ و ۴ و ۵ کے علیحدہ علیحدہ دریافت کرو

(۳) $-ا$ اور $-ا$ کی ضرب کو بیان کرو

(۴) $ا^۲ + ۲ اب + ب^۲ - ج^۲$ کو $ا^۲ - ۲ اب + ب^۲ - ج^۲$ ضرب دو اور ثابت کرو کہ ماحصل کو اس صورت مین لکہہ سکتے ہین $(ا^۲ - ب^۲)^۲ - ج^۲ (ج^۲ - ۴ اب)$

(۵) قسمت جبریہ کے مراتب ابتدائی کو بیان کرو

اور $(ا^۳ + ب^۳) + ۲ ا ب (ا^۲ - ا ب + ب^۲)$ کو $ا^۲ + ب^۲$ تقسیم کرو

(۶) ثابت کرو کہ $\frac{ا+ب}{ا^۲ + اب + ب^۲} - \frac{ا-ب}{ا^۲ - اب + ب^۲}$ کی یہہ صورت بن سکتی ہے کہ $\frac{۲ ب^۳}{ا^۴ + ب^۴ + ا^۲ ب^۲}$

(۷) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) $\frac{۷ لا + ۲}{۵} - \frac{۴ لا - ۱}{} = ۰$

(۲) $\frac{۴ لا + ۵}{۳} - \frac{۷ لا + ۹}{۴} = \frac{۳ لا - ۸}{۵} + ۶۱$

(٣) لا/٣ · ٠ · ٥لا/٢ = ٢٧

(٨) ایک کارخانہ مین ٣/١١ حصہ کا زید مالک ہے اور ١/٤ کا ٥/٨ حصہ ٥٠٠ روپیہ کو بیچا ہے تو بتاؤ ١/١١ کے ١/١٢ حصہ کی قیمت اوسکی کیا ہوگی

(٩) زید بکر سے ٤٠ برس بڑا ہے اور ٤ برس بعد زید بکر سے تگنا بڑا ہوجائیگا تو بتاؤ زید اور بکر کی عمر علیحدہ علیحدہ کیا ہے

(١٠) زید ایک کام کو ٦ دن مین کرسکتا ہے لیکن بکر کی استعانت سے وہ اوس کام کو ٢ ١/٤ دنون مین کرسکتا ہے تو بتاؤ بکر اکیلا اوس کام کو کتنے دنون مین کریگا

(١١) اگر نسبت کبری غیر مساوی کے رقمون مین سے ہر ایک رقم پر ایک ہی مقدار کو زیادہ کرین تو وہ کم ہوجائیگی اور نسبت صغری غیر مساوی کی ہر ایک رقم پر ایک مقدار زیادہ کیجای تو وہ بڑہ جائیگی

(١٢) ا اور ب اور ح اور د متناسب ہین اونمین جو ربط ہو اوسکو مساوات مین بیان کرو اور ٤/٩ اور ٢٥/٧ کے درمیان اوسط فی النسبت دریافت کرو

(١٣) ان مساواتون کو حل کرو

(١) ٤لا − ٥ی + ٧ = ٠ (٢) لا + ی − ٦ = ٠
١٨لا + ١٤ی − ٥ = ٠ ٤لا٢ − ٧ی٢ + ٢٧ = ٠

(٣) ٣(لا٢ − ١) − ٤لای = ٠
٢(ی٢ + ١) − ٣لای = ٠

(١٤) ایک شخص نے بیل ٣٦٢ روپیہ ٨ آنہ کو خریدے ٤ اونمین کہوگئے باقی بیلون مین سے ہر ایک بیل ٧ روپیہ نفع سے بیچ ڈالے تو اوسکو ٢٥ روپیہ کا فائدہ ہوا تو بتاؤ کتنے بیل تہے

(١٥) دو ظرف ا اور ب مین شراب اور پانی ملا ہوا ہے ایک ظرف مین ٢ : ٥ کی نسبت ہے اور دوسرے مین ٥ : ٩ کی تو بتاؤ کتنی کتنی بوتلین ہر ایک ظرف مین سے نکالین کہ شراب ٥ بوتل اور پانی ١٢ بوتل اونمین سے نکلے

سوالات اور امثلہ متفرقہ

(١) اگر ٢ص = ا + ب + ح تو ثابت کرو کہ ٢ب ح − (ب٢ + ح٢ − ا٢) / ٢ب ح + (ب٢ + ح٢ − ا٢) = ص(ص − ا) / (ص − ب)(ص − ح)

ثابت کرو کہ جملہ اَ۲ب + ب۲ج + ج۲ا ـ اب۲ ـ ب ج۲ ـ ج ا۲ پورا ا اور ب اور ج مین سے ایک دو کی حاصل تفریق پر تقسیم ہوسکتا ہے

(۲) تناسب کی تعریف جبریہ اور ہندسیہ بیان کرو اور ثابت کرو کہ اگر موافق تعریف جبریہ کے مناسب ہونگین تو وہ موافق تعریف ہندسیہ کے بھی مناسب ہونگین

۳۴ اور ۱۰۰ اور ۲۰۱ مین چوتہا نسبت مین داخل کرو

اگر ا : ب : : ج : لا اور د : ر : : لا : ی تو لا = ب ج / ا اور ی = ر ب ج / ا د

(۳) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) ۴√لا + ۳ = ۴√(۲ + لا)

(۲) √(لا/ج + (ب ـ ج)(ا ج ـ ب لا) / ا ب ج) = ۱

شراب اور پانی ۲ : ۳ کی نسبت سے ملی ہوئی تہی جب اونمین ایک گیلن شراب ڈال دی تو پانی اور شراب برابر ہوگئی تو بتاؤ اوس مرکب مین کتنے گیلن تہے

(۴) دو آدمی ہین اونمین سے ایک آدمی ہمیشہ ۷ گہنٹہ روز ہر ہفتہ مین کام کرتا ہے اور دوسرا آدمی ہفتہ مین دو روز بالکل کام نہین کرتا مگر دو دن ہفتہ مین تین تین گہنٹہ کام کرتا ہے اور دو دن بارہ بارہ گہنٹہ تو بتاؤ اسطرح کام کرنے سے سال بہر مین پہلے آدمی کو کتنے دنون کے کام کا فائدہ رہیگا

۴

(۱) مفرد بناؤ

(۱) ا + [ب ـ {(ا ـ ۳ ب) ـ (ب ـ ۳ ا)}] ـ ۴/۳ ا . (ا ـ ۳ ا / ۳) / (۲/۱ ـ ۲/۱)

(۲) [illegible]

(۳) [illegible]

(۲) دو جبریہ جملوں کے ذو اضعاف اقل نکالنے کا قاعدہ اور تین جبریہ جملوں کے ذو اضعاف اقل نکالنے کا قاعدہ بیان کرو اور ذو اضعاف اقل

۳ لا^۳ + (۲ ا − ۳ ب) لا^۲ − (۲ ب + ۳ ا ب) لا + ۳ ب^۲ اور ۲ لا^۲ − (۳ ب − ۲ ح) لا − ۳ ب ح کا دریافت کرو

(۳) بتاؤ ص کس کس طرح ان صورتوں میں تبدیل ہوتا ہے کہ ص = ا ط اور ص = ا ط^۲ اور ۲ ص = ا ط اور ص^۳ = ا ط^۱ اور ا مقدار معین اور مستقل ہے

اگر ا اور ب اور ح اور د متناسب ہوں تو ثابت کرو کہ

$$\frac{(ا^۲ - ح^۲)\, ب^۲\, (ح^۲ - د^۲)}{(ا^۲ - ب^۲)\, ح^۲\, (ب^۲ - د^۲)} = ۱$$

۳

(۱) ان مسائل اصولی کو قائم کرو کہ

(۱) ا − (ب − ح) = ا − ب + ح

(۲) (ا − ب) (ح − د) = ا ح − ب ح − ا د + ب د

(۳) ا^م × ا^ن = ا^{م + ن}

۱۳ لا^۲ ی^۲ + ۱۵ ای^۴ + ۲۸ لا^۳ − لا ی^۳ کو ۳ ی^۲ + ۴ لا^۲ + ۴ لا ی پر تقسیم کرو

اور ۱۲ لا^۲ − ۱۴ لا + ۲ کو اونکی اصل اجزاء ضربی میں تقسیم کرو

(۲) ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) $\frac{لا}{۲} + \frac{۳}{لا} + \frac{لا}{۴} = \frac{۳}{۴}\, لا + ۱$

(۲) $\frac{۳}{لا} - \frac{لا - ۲}{۲} - \frac{(۳ لا + ۱)}{۲} = \frac{۵ لا - ۴}{لا}$

(۳) $لا ی + \frac{لا}{ی} = \frac{۵}{۳}$

$\frac{۱}{لا ی} + \frac{ی}{لا} = \frac{۵}{۳}$

(۱۰) اگر ط × ص جب ص مستقل ہو اور ا × س جب ص مستقل ہو تو جب ص اور

س تین سے ایک ہی مستقل نہون تو احدص س

تین مقادیر مین جنمین اول ایسی بدلتی ہے جیسے کہ لا^۲ دوم ایسے جیسا کہ لا بالعکس بدلتا ہے اور سوم ایسی جیسی کہ اول اور دوم بالاشتراک بدلتی ہین تو ثابت کرو کہ تینون بالاشتراک ایسی بدلتی ہین جیسی کہ اول بدلتی ہے

۴

ثابت کرو کہ [illegible]

لا − [illegible] لا کو [illegible] لا + [illegible] مین ضرب دو

۳ [illegible] تقسیم کرو

(۲) قاعدہ دو مقادیر جبریہ کے ذو اضعاف اقل نکالنے کا ثابت کرو اور ذو اضعاف اقل

(۱) لا^۳ + لا^۲ − ۵ لا + ۳ اور ۲ لا^۳ + ۱۱ لا^۲ + ۷ لا + ۶ کا

(۲) (ا^۲ − ب^۲) لا^۳ + (ا^۲ + ۳ ب^۲) لا^۲ − (ا + ب)^۲ لا − (ا + ب)^۳

اور (ا^۲ − ب^۲) لا^۳ + (۳ ا^۲ + ب^۲) لا^۲ − (۳ ا^۲ − ۲ اب − ب^۲) لا − (ا + ب)^۳

کا دریافت کرو

(۳) ان مساواتون کو حل کرو کہ

(ا) (لا + ۱۸)/(لا − ۲) + (۲۷ − ۳ لا)/(۳ لا − ۱۹) = ۲

(ب) ۱/لا − ۷ لا = ۶

(ج) ۱/۲۹ (۴ + ۱/ی) = ۱/۳۴ (د + ۴/ی) = ۱/۶

لا + د + ی = ۱۵

(۴) تین اعداد کے مجذور جنمین سے کم سے کم بقدر ایک ہی مقدار فرق رکھتے ہین اور نیز حاصل تفریق دو بڑے عددون کا = ۱/۲ حاصل تفریق دو چھوٹے عددون کے

(۵) اگر ا^۲ + ب^۲ ∝ لا^۲ + د^۲ اور اب ∝ لا د تو ا + ب ∝ لا + د

اگر اثر توپ کا موقوف گولہ کے وزن پر اور چھوٹنے کی تعداد پر ہو تو بتاؤ کتنے
جہاز جنمیں سو توپین ۴۸ پونڈر کی چڑھی ہوئی ہین برابر ۵ جہازون کے ہونگی جنمیں ۱۲۰
توپین چڑھی ہوئی ہین اور اونمین آدھی ۴۸ پونڈر کی اور آدھی ۶۴ پونڈر کی ہین اور پہلی
جہاز کی توپون سے چھہ گولے جتنی دیر مین چلتے ہین اوتنی دیر مین ۷ گولے دوسرے جہاز کی توپون سے چلتے ہین

اگر ۳٫۱۴۱۵۹ رقبہ اوس دائرہ کا ہو جسکا نصف قطر ایک ہو اور
رقبہ دائرہ کا ایسا بدلتا ہو جیسا (نصف قطر)² تو بتاؤ اوس آئینہ کے جلا کرائی
جس کا نصف قطر ۲۶ انچ ہے بحساب ۱۰ر ۶ پائی فی مربع فٹ کے حساب سے کیا ہوگی

٥

ثابت کرو کہ

(۱) $(ا+ب+ج)(ا-ب+ج)^2 - (ا-ب+ج)(ا+ج-ب)(ب+ج-ا) = ۲ا(ا-ب+ج)^2$

(۲) $[(ا-ب)^2 + (ب-ج)^2 + (ج-ا)^2]^2 = ۲[(ا-ب)^4 + (ب-ج)^4 + (ج-ا)^4]$

(۳) $(اد - بج)(اد + بج) = (اج)(ا+ج)$ اگر $ا^2 + ب^2 = اج + د^2$

(۴) ان مساواتون کو حل کرو

(۱) $\frac{1}{لا-ا} + \frac{1}{لا-ب} + \frac{1}{لا-ج} = ۰$

(۲) $لا + ی = ۱۰۰$
$لا ی = ۲۴۰۰$

(۳) $\sqrt{۲+لا} + \sqrt{۳-لا} = \frac{۱۲}{\sqrt{۱۲-لا}}$

وہ مساوات درجہ دوم کی کونسی ہے جسکی قیمت ۶ اور ۸ ہین

(۱۵) اگر $\frac{ا لا + ب ی}{ج لا + د ی}$ کی قیمت ایک ہی ہو خواہ لا اور ی کی قیمت کچھہ ہی فرض کرین
تو $\frac{ا}{ج} = \frac{ب}{د}$

٦

(۱) $(لا-ا)(لا-ب)(لا-ج)(لا-د)$ کا متواتر حاصل ضرب دریافت کرو
اور $(لا+۳)^4$ کو مستنبط کرو

(۲) اگر ا اور ب قیمتین مساوات $لا^2 + ع لا + ق = ۰$ کی ہو تو ثابت کرو کہ

$\text{ا} + \text{ب} = -\text{ع}$ اور $\text{ا}\,\text{ب} = \text{ق}$ اور $\frac{1}{\text{ا}} + \frac{1}{\text{ب}} = -\frac{\text{ع}}{\text{ق}}$

ان مساواتون کو حل کرو

(١) $\frac{\text{لا}+1}{\text{لا}-1} - \frac{\text{لا}-1}{\text{لا}+1} = \frac{12}{\text{لا}^2-1}$

(٢) $\sqrt{\text{لا}+16} = 3\sqrt{\text{لا}} - 4$

(٣) $\frac{\text{لا}-\text{د}}{\text{لا}+\text{د}} = 9$ اور $\frac{2\text{لا}+\text{د}+1}{\text{لا}+2\text{د}+1} = \frac{31}{31}$

(٤) $\text{لا} + 2\sqrt{\text{ا}\,\text{لا}} + \text{ح} = 0$

(٣) ایک آدمی نی سلسلہ پوچھا کہ کیا ہی دوسرے شخص نے جواب دیا ہے کہ سنہ کے عدد مین تین ہندسے ہین اور وہ کل عدد برابر ہے اوس عدد کے مجذور کے جو اول دو ہندسون سے بنایا جای اور اول ہندسہ دوسرے ہندسہ کے دوچند سے بقدر ایک کے زیادہ ہے اور تیسرا ہندسہ ڈیڑھ چند دوسرے ہندسہ کے تو بتاؤ کیا سنہ ہے

(٤) اگر $\text{ا} : \text{ب} :: \text{ح} : \text{د}$ اور ا سب مین بڑا ہے تو $\text{ا} + \text{د} > \text{ب} + \text{ح}$

اور یہہ بہی ثابت کرو کہ $\frac{\text{ا}+\text{د}}{\text{ب}+\text{ح}}$ کے ازدیاد کو $\frac{\text{د}}{\text{ح}}$ پر : $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$ کے ازدیاد کو $\frac{\text{ا}+\text{د}}{\text{ب}+\text{د}}$ پر :: ب : ح

ے

(١) ثابت کرو کہ

(١) $\frac{\text{ا}+\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} - 1 \div \left(\frac{\text{ا}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2} - \frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2-\text{ب}^2}\right) = \frac{5\,\text{ا}\,\text{ب}}{2(\text{ا}^2-\text{ب}^2)}$

(٢) $\text{ن}(\text{ن}-1)(\text{ن}-2) - \text{ع}(\text{ع}-1)(\text{ع}-2) = (\text{ن}-\text{ع})\left[(\text{ن}+\text{ع}-1)(\text{ن}+\text{ع}-2) - \text{ن}\,\text{ع}\right]$

(٢) مقسوم علیہ اعظم کے نکالنے مین جو اجزاء ضربی کے دور کرنے اور داخل کرنیکے قاعدے ہین اونکو بیان کرو اور ذو اضعاف اقل

$\text{لا}^3 + 6\text{لا}^2 + 11\text{لا} + 6$ اور $\text{لا}^3 + 7\text{لا}^2 + 14\text{لا} + 8$ اور $\text{لا}^3 + 8\text{لا}^2 + 19\text{لا} + 12$ اور $\text{لا}^3 + 9\text{لا}^2 + 26\text{لا} + 24$ کا دریافت کرو

(٣) ان مساواتونکو حل کرو

(١) $\text{لا} - 8 = \sqrt{5\text{لا} + 10}$

(٢) $\frac{10\text{لا}-7}{8\text{لا}-5} - \frac{12\text{لا}-9}{11\text{لا}-4} = \frac{5}{44}$

(٣) $\frac{7}{\text{لا}-3} + \frac{\text{لا}+3}{2} = 1 - \frac{\text{لا}-10}{2\text{لا}-4}$

(۴) لا^۶ − ۳۵ لا^۳ + ۲۱۶ = ۰

(۵) ا٫۲ لا + ۳٫ی = ۸٫۳۹ = ا٫۳ لا + ۵٫ی

۱۲۰ روپیہ کچھ آدمیوں میں تقسیم کئے گئے ہیں اگر ہر شخص کے حصہ میں ۵ روپیہ زیادہ آتے تو ہر ایک شخص پاس اتنے روپئے ہوتے جتنے کہ آدمی تھے

جو حل میں قیمت منفی نکلے تو اوسکے موافق سوال بنا کر بتاو

( ) اگر ا/ب = ا۱/ب۱ = ا۲/ب۲ = وغیرہا

تو ثابت کرو کہ ا/ب = (ا + ا۱ + ا۲ + وغیرہا)/(ب + ب۱ + ب۲ + وغیرہا)

اور (ا + ب)/(ا − ب) = (ا۱ + ب۱)/(ا۱ − ب۱) = (ا۲ + ب۲)/(ا۲ − ب۲) = وغیرہا

اگر چار مقادیر متناسب ہوں اور دوسری مقدار تیسری اور چوتھی میں وسط فی النسبت ہو تو تیسری مقدار اول اور دوسری کے درمیان وسط فی النسبت ہوگی

۸

ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) (لا − ۳½)/۶ + ۳/(لا − ۱۰½) = ۳

(۲) (ا − ب)/(ا − ج) = (ا + ب)/(لا + ۲ج)

(۳) (۱۱ لا − ۱۹)/(۵ لا − لا) − (۱۷ − ۹ لا)/(۳ لا − ۷) = ۱

(۴) ۴ لا^۲ + ۵ی − ۲۰۱ = ۰
۳ لا^۲ − ی^۲ − ۲ = ۰

(۲) اگر ا۱ : ب۱ :: ا۲ : ب۲ :: ا۳ : ب۳

تو √(ا۱ ب۱) + √(ا۲ ب۲) + √(ا۳ ب۳) = √((ا۱ + ا۲ + ا۳)(ب۱ + ب۲ + ب۳))

۹

(۱) ثابت کرو کہ

۱/((ا − ب)(ا − ج)(ا − د)) + ۱/((ب − ا)(ب − ج)(ب − د)) + ۱/((ج − ا)(ج − ب)(ج − د)) + ۱/((د − ا)(د − ب)(د − ج)) = ۰

ا − (ا^۲ + ب^۲ − ج^۲)/(۲ اب) = ((ا + ب + ج)(ا + ج − ب)(ا + ب − ج)(ب + ج − ا))/(۴ ا^۲ ب^۲)

جذر دریافت کرو

۴ا − ۱۲ ا^½ ب^⅓ + ۹ ب^⅔ + ۱۶ ا^½ ح^¼ − ۲۴ ب^⅓ ح^¼ + ۱۶ ح^½

(۳) اگر ی ∝ لا² / (۱ + لا²) اور جب لا = ب/ا تو ی = ا² / (ا² + ب²) تو لا اور ی کے درمیان مساوات دریافت کرو

۱۰

(۱) حاصل ضرب بتواتر ا + ب + ح + د اور ا + ب − ح − د اور ا − ب − ح + د اور ا − ب + ح − د کا اور نیز −ا + ب + ح + د اور ا − ب + ح + د اور ا − ب + ح + د اور ا + ب − ح + د اور ا + ب + ح − د کا اور حاصل ضربوں کا حاصل جمع دریافت کرو

(۲) ذواضعاف اقل ۵ لا³ − ۲۳ لا² + ۹ لا − ۱ اور ۵ لا³ + ۷ لا² − ۷ لا + ۱ اور ۵ لا³ − ۱۷ لا² + لا + ۱ کا دریافت کرو

(۳) مساوات مخلوط کے حل کرنے کا قاعدہ ثابت کرو اور ان مساواتوں کو حل کرو

(۱) ۵ لا − [۸ لا − ۳ {۱۶ − ۶ لا − (۴ − ۵ لا)}] = ۶

(۲) ۲ لا + ی = ۱۰ لا ی
۳ لا + ۲ ی = ۳۰ لا ی

(۳) (لا − ½)/۳ − (۳ − لا/۲)/۲ = (۲ − ۳ لا)/½

(۴) (۱ + لا)/(۳ − لا) − (۱ − ۲ لا)/(۲ + ۳ لا) = (۹ + لا)/(۲ − ۳ لا) − (۳ − لا)/(۲ لا − ۱)

(۵) ۲۰ ی² − ۱۲ لا² = لا² ی² اور ۴ لا² − ۳ ی² = ۷

تمام شد

جوابات الجبرا

جواب امثلہ نمبری ا صفحہ ۷

(۱) (۱) ۵۷ (۲) ۶۱ (۳) ۳۸ (۴) ۱ (۵) ۸۱۰ (۶) – ۱۳۸۰

(۲) (۱) ۱۷ (۲) ۱۰ ۵/۷ (۳) (۱) ۰ (۲) ۱۸/۳۵

(۴) (۱) ۱ ۱/۱۴۴ (۲) ۳ ۵/۱۲ (۵) (۱) ۶ ۲/۳ (۲) ۲ ۷/۲۴ (۳) ۰ (۴) ۱

(۶) (۱) ۲۱ ۴۷/۱۲۰ (۲) ۱۲۲۴ (۳) ۲ (۴) – ۱/۳

جواب امثلہ نمبری ۲ صفحہ ۹

(۱) (۱) ۱۱۸۷ ۴/۹ (۲) (۱) ۱۳۵۰ (۲) ۶۷۰ (۳) ۱۰۳۸ (۴) ۱۲۵۴

(۳) (۱) ۱ (۲) ۷۳۸ (۳) ۳۴۳۱/۵۵۲

(۴) ۲ ۲۱۷/۲۳۴ (۵) ۳۸۰۸

جواب امثلہ نمبری ۳ صفحہ ۱۱

(۱) ۴۶ (۲) ۱۱۶ (۳) (۱) –۷ (۲) ۳۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ایا – ۱۷

(۴) ا ۱/۷ (۵) ۰

جواب امثلہ نمبری ۴ صفحہ ۱۳

اول

(۱) ۲ (۲) ۱۳ (۳) ۲ (۴) ۸ (۵) ۱۲۵ (۶) ۹

(۳) (۱) ۴۶ (۲) ا ۲/۹ اور ۷

دوم

(۲) ۱۴ (۳) (۱) ۴ (۲) ۱۵ (۵) ۴۶/۸۳

جواب امثلہ نمبری ۵ صفحہ ۱۶

(۲) ۱۲۵ (۳) ۴۸ اب (۴) – ۸۵ لاَیٰ (۵) ۱۹ ا ح

(۶) ۱۷ اٰ – ۱۸ حٰ (۷) ۲۵ اب – ۲۲ حٰ + ۲۱ بٰ

(۸) ۳۹ لاَ – ۲۷ لاَد – ۳۹ دٰ + ۳۳ (۱۱) ۵۸۱/۱۶۹ لاَ – ۳ ۴۶۵/۱۲۴۸ لاَلاَ + ۱۷/۴ اٰلاَ – ۵۰۳/۱۲۰ ۱۳

(١٢) $\frac{٣٣٧}{٢٤}$ م ع لا^٣ − $\frac{٣٣٣}{٣٠}$ م ق لا^٢ + $\frac{٥١٧}{٢١٠}$ ن لا − $\frac{١٦}{٣}$ ع ر

جواب امثلہ نمبری ٦ صفحہ ١٨

(٢) ١٠ ا^٣ ب + ٤ ا ب^٢ − ٢٦ ا ب^٢ (٣) ٣ ا ١٣ ء لا + ٩ ر

(٤) − ٣١ − ا^٢ − ٢٨ لا^٢ ١ − ٤٤ − ١٥ ء لا (٥) ا^٣ + ٢ ا^٢ ب + ٢ ا ب^٢ + ب^٣

(٦) ٣ (ا + ب + ح + د) (٧) − ٥ ا^٢ − ٤ ا لا^٢ + ح لا + ٦ د

(٨) ٣ ا^٢ ب ح (٩) ١٥ ا^٢ + ٣ ٣٣ ب^٢ − ٢٩ ع^٢ + ٣٧ ق^٢

(١١) ٤ ا^٣ − $\frac{١}{٤}$ ا^٢ لا + $\frac{٧}{٤}$ ا لا^٢ + $\frac{١}{١٢}$ لا^٣

(١٢) $\frac{٣٠٩}{١٣٠}$ ا^٢ ب + $\frac{١٣٣}{١٥}$ ا^٢ ب ح − $\frac{٤٤٣}{١٥}$ ب ح^٢ + $\frac{٧٠٣٩}{٧٣٠}$

جواب امثلہ نمبری ٧ صفحہ ٢٠

(١) ا − ح (٢) ٧ ا^٢ − ٣ ح^٢ لا (٣) − ٣ ا ب^٢ − ٣ ا^٢ ب + ٦ ا^٣ − ٢٢ ا ح^٢ − ٣ ح^٣

(٤) − ١١ لا^٢ + ٣ ١٣ لا^٢ ء + ٢١ لا ء^٢ − ٣٠ ء^٣

(٥) ١٣ ا^٣ − ا^٢ ب + ٥ ب ح^٢ ا − ٣ ا ب ح + ١٥ ا^٢ ب ح + ٣ ٦ ا ب ح − ٧ ا^٢ + ٥ ح^٣ − ٤ ب ح^٢ + ٣ ب^٢ + ١٥ اور ٥٨ $\frac{١}{٨}$

(٦) − ٣ ا^٢ − ٣ ا ح^٢ − ا^٣ + ٣ ا ب ح^٢ + ٣ ب^٢ + ٣ ا^٢ ح + ٣ ح ا^٢ − ٦ ا^٢ ب

(٧) − ٣ (٨) $\frac{٧}{٢}$ ا − $\frac{٧٤٣}{٦٠}$ ب + $\frac{٥٥}{٨}$ ح − $\frac{٤١}{٢٠}$ د (٩) − $\frac{٥}{١٢}$

جواب امثلہ نمبری ٨ صفحہ ٢٢

(٥) ٣ لا^٢ − لا ء + ء^٢ (٦) ٤ ا ب (٧) − ٨ ا^٢ ب − ٨ ا ب^٢

(٨) ١٢ لا + ١٦ + ٣ ا ب − ٧ ح − ١٣

(٩) لا^٣ − ٣ ا لا^٢ + ٣ ا^٢ لا − ٣ ب لا^٢ + ٤ لا^٢ − ٣ ح لا − ٥ د

(١٠) ٣ ٧ لا^٣ − ١١٤ لا^٢ ء − ٢٠ لا ء^٢ + ٣ ٣٤ ء^٣ − ١ ٣ ء

(١١) ٣ لا^٣ + ١٥ لا^٢ ء − ء^٣ − ٧ لا ء − ١٥ ا ء + ء^٣ ر − ٣٩ (١٢) − ٣ ا^٢ لا + ٩ لا ء − ٧ ا ب^٢

(۱۳) لا۳ – ر لا۲ + ۳ ب لا – ۳ و (۱۴) لا۳ + ھ لا۲ + ب لا ی + گہ لا ی – ح لا ی – س لا ی – دی – ری

(۱۵) ۲ ا۲ لا ی – ۴ ب لا ی + ۹ ح لا ی + ۹ لا ی – ۵ ب لا ی + ۳۰ ی (۱۶) ۱۹ ا۲ – ۷ اب – ۳ ح + ۱۰ د

(۱۹) ا – ۱۱ + ۱۳ ح – ۷ ب ح (۲۰) – ۵/۲ ی – ۵۹/۱۲ ا – ۱/۱۲ لا (۲۱) ۲ ا۲

جواب امثلہ نمبری ۹ صفحہ ۲۴

ا	ب	ح
(۱) ۹ لا – ۳ ۱۳ ی	(۱) ۴ ب	(۱) ی
(۲) ا + ۳ ب + ح	(۲) ۵ ا – ۵ ب	(۲) – ی – د
(۳) ا۲ – ۳ ب۲ + ۳ ح۲	(۳) لا۲ – ۶ ی۲ + ۹ ی۲	(۳) ۲ ا – ۲ ب + ی
(۴) – ۲ ب۳	(۴) ۲ – ۵ لا	(۴) ۷ لا – ۳ ی – ۶ ی + ۳
(۵) ۱۱ ا۲ – ۲ ب۲	(۵) ا + ۲ ب + ح	(۵) ا
(۶) ی۲ – لا ی – لا۲	(۶) ۳ ا ب + ب۲ – ا۲	(۶) ۳ ا + ب
	(۷) لا۲ + ی۲	(۷) ۲ لس

د	ہ	س
(۱) ۷ ا – ۲ ب + ۴ ح + ۲ د	(۱) ۲ ب لا + ۲ ب ی	۲ ا لا + ۲ ح ی
(۲) ۴ + لا	(۲) ۳ لا۲ – لا۲	اور – ۲ ب لا – ۲ ب ی
(۳) ۸ ا – ۳ ب + ۵ ح + د	+ ۶ ا۲ لا + ۲ ا لا – ۴ ا۲	ش
	(۴) ۲ لا۲ – ۲ ی۲	– ۳ ا۲ – ۴/۵ ب۲
	۲ ح۲ – ۲ د۲	– ۳/۴ ح۲ + د۲
(۴) ا – ب + ح – د		

جواب امثلہ نمبری ۱۰ صفحہ ۲۸

(۱) (ا + ۳ ب) – (۳ ح – ۴ د) – (۵ ر – ۶ س) – (۷ گہ – ۸ ھ)

(۲) (ا + ۲ ب – ۳ ح + ۴ د) – (۵ ر – ۶ س + ۷ گہ – ۸ ھ)

(۳) [ا + ۲ ب – (۳ ح – ۴ د)] – [۵ ر – ۶ س + (۷ گہ – ۸ ھ)]

(۴) ا + ۲ ب − (۳ج − ۴د + ۵ر − ۶س + ۷گ − ۸ھ)

(۵) ا + ۲ ب − [۳ج − {(۴د − ۵ر) + (۶س − ۷گ + ۸ھ)}]

جواب امثلہ ۱۱ صفحہ ۳۱

(۱) ۸۴ اب ج و − ۳۰ ا د و ... (۲) ...

(۳) ۵۲ لا^{م+ن} ...

(۴) − ۳۰ ا و ...

(۵) ۲۱ ...

(۶) ...

(۷) ...

(۸) ...

جواب امثلہ نمبری ۱۲ صفحہ ۳۳

(۱) ...

(۲) ...

(۳) ...

(۴) ...

(۵) ...

(۶) ...

(۷) ...

(۸) ...

(۹) ...

(۱۰) ...

(۱۱) اٰ + اٰ بٓ + اٰ بٓ + اٰ بٓ + بٰ

(۲) لاٰ - لاٰ - لاٰ + ا و - لاٰ + لاٰ + لاٰ + لاٰ + لا - (۳) ۳ و اٰ

جواب امثلہ نمبری ۱۱ ح صفحہ ۳۴

(۱) لاٰ - (اٰ + بٓ) لاٰ + اٰ بٓ و لاٰ - ن ا لاٰ + ن اٰ لا - اٰ

(۲) لاٰ - (ق + ۱) لاٰ + (ع + ق - ۱) لاٰ + (ق - ع + ۱) لاٰ - (ع + ق) لا + ع

لاٰ + ع لاٰ + ق لا + اٰ - اٰ ع + ا ق

(۳) لاٰ - ع لاٰ + ن لاٰ - ق لاٰ + ع لا - ۱

لاٰ + (ا + ب + ۲ ح) لاٰ + [ا ب + ۲ (ا + ب) ح + حٓ] لاٰ

+ [۲ ا ب + (ا + ب) ح] ح لا + ا ب حٓ

(۴) لاٰ - ءٰ - یٰ + (ء + ی) لاٰ - (ء - ی) لا + ء ی (ء + ی)

امثلہ نمبری ۱۱ د صفحہ ۳۶

(۱) (۱) ۲ لاٰ + ۱/۲ لا + ۱/۲ و لاٰ - ۵/۲ لاٰ + ۱۱/۸ لاٰ - ۱/۲ لا

(۲) ۱/۴ لاٰ + ۱/۲ لاٰ - ۵/۲ لا + ۹/۱۶ و ۹/۱۶ اٰ + ۲۹/۳۶ اٰ لاٰ + لاٰ

(۳) ۴ لاٰ - ۵ لاٰ/۲ + لاٰ/۲ و ۱۵ لاٰ + ۳/۲ ا لاٰ - ۳/۲ اٰ لاٰ + ۵/۲ اٰ لا + ۱/۲ اٰ

(۴) لاٰ/۳ لاٰ - ۴ لاٰ + ۱/۸ لاٰ - ۳/۲ لاٰ - ۳/۲ لا + ۲۷ و لاٰ/۹ + لاٰ/۹ + ۱

(۵) لاٰ/۳ + ۳ ا/ب + ۳ ب/ا + ۱/۹ و لاٰ/۲ + ۳/۸ لاٰ ء + ۱/۱۶ لاٰ ءٰ - ۳/۸ لا ءٰ + ءٰ/۲

(۶) ۱ - لاٰ/۶ و لاٰ - ۱۱/۶ اٰ لا + ۱/۲ اٰ لاٰ - ۱/۳ اٰ لاٰ + ۱/۸ ا لاٰ - لاٰ/۶

(۷) ۳/۴ اٰ - ۱/۲ ا ب + ۱/۸ ا ح + ۱۰ بٓ - ۹ ب ح + ۳ حٓ و لاٰ/۸ + ۱/۲ لاٰ + ۱ - لاٰ/۸

(۸) لا - ء و لاٰ/۴ - ۲ اٰ/ءٰ + ءٰ/۳ (۹) لاٰ - اٰ و ا - ب

(۱۰) لاٰ - لاٰ ء + لا ءٰ - ۲ لاٰ ءٰ + ءٰ و ا - ۲ ب

(۱۱) لاٰ - لاٰ + ۱/ءٰ + ۲ لا ء + لاٰ ءٰ ۲ لا ءٰ + لاٰ/ءٰ + ۳ ءٰ و اٰ - اٰ (لاٰ - لاٰ - لاٰ) - لاٰ

(۱۲) لا – لا – ۴ لا + ۶ لا – ۲ لا و لا + ۲ لا ب – ۲ لا ب – ب

(۱۳) لا – ۳ لا + ۱ و لا + ۳ لا – لا – لا + لا + و لا – لا لا – لا

(۱۴) لا ب + لا ب – لا ب – لا و لا – لا – لا + لا + لا – لا

(۱۵) لا^م+ن + لا لا + لا + لا^ن + لا^م+ن و لا^م – ۴ لا^ن

لا^م+ن ب^ن – ۴ لا^م+ن–۱ ب^ن – ۲ لا^م+ن–۲ ب^ن + ۳ لا^م+ن–۳ ب^ن

(۱۶) م^ن لا^ن(ن+۱) + ۲ م^ن لا^ن – ن لا^ن (ن – ب) – لا^ن (م لا + ب) – ۱

(۱۷) لا^ق (ع+۱) – ۱ – لا^ق ع ق – ۱ – لا ع ق – ۱ ع + ع (ق+۱) – ۱

لا^م – ب لا (م–۱) لا + ۲ ب ح لا^م – ۳ لا – ح لا (م–۲) لا

(۱۸) ۲۵ لا (م+۲) ح لا (ن+۱) – لا لا – لا – لا

(۱۹) لا – ۳ لا + لا + لا و لا لا – ب لا

(۲۰) لا – لا و – ۶ لا + ۴ لا ب + ۹ لا ب – ۶ لا ب

(۲) لا + ۶ لا + ۱۱ لا + ۸ و لا – لا + لا – لا

(۳) لا – (ا+ب+ح) لا + (اب+اح+بح) لا – اب ح و لا – ۳ لا + ۳ لا – ۱
– ۹ لا + ۱۲ اب – ۴ ب + ۲۵ ح

(۴) لا + لا ح + اح – ب – ۳ ب لا – ب لا و ۴ (لا – ب)

جواب امثلہ نمبری ۱۲ صفحہ ۴۰

(۱) لا + ۸ لا + ۱۶ و ۴۹ + ۲۸ لا + ۴ لا + لا و لا + ۳۲ لا + ۲۵۶ و ۶۲۵ + ۵۰ لا + لا

(۲) لا + ۴ لا + ۴ لا و ۶ لا + ۱۲ لا + ۱ و ۴ لا + ۱۲ لا + ۹ و لا + ۸ لا + ۱۶

(۳) ۹ لا + ۶ لا + ۳۶ و ۴ لا + ۱۲ اب لا + ۹ ب و ۹ لا + ۱۲ لا + ۴ لا
ب لا + ۲ ب ح لا + ح لا

(۴) ا + ۲ ا + ۲ لا و لا + ۴ لا + ۴ لا و لا + لا + لا + ا

لا^م + ۲ لا^م لا^ن + لا^ن

(۵) لا + ۲ + لا و لا + لا + لا + لا و

لا (ع ق – ۱) + ۲ لا ع ق – ۱ + لا و لا (ع ق – ۱) + لا + لا + لا

(۶) ا^ن ب^ن + ۴ ا^(ن-۱) ب^(ن-۱) م + ۶ ا^(ن-۲) ب^(ن-۲) م^۲ و
۴ ا^۸ ب^۲ + ۱۲ ا^۹ ب^۱ + ۹ ا^(۱۰) و [illegible] + ۲ + [illegible]

(۷) لا^۴ + ۲ لا^۳ + ۳ لا^۲ + ۲ لا + ۱ و ا^۲ لا^۲ + ب^۲ ی^۲ + ج^۲ + ۲ اب لا ی + ۲ اج لا + ۲ ب ج ی
لا^۴ + [illegible] + [illegible] + لا/۶ + ۱/۱۶

(۸) لا^۱۲ + ۴ لا^۹ + ۶ لا^۶ + ۴ لا^۳ + ۱ و ا^۲ + ب^۲ + ۲ اب + ۹ ج^۲ + ۶ اج + ۶ ب ج
ا^۲ لا^۲ + ب^۲ لا^۲ ی^۲ + ج^۲ ی^۲ + ۲ ب ج لا ی^۳ + ۲ اب لا^۳ ی + ۲ اج لا^۲ ی^۲

جواب امثلہ نمبری ۱۲ ب صفحہ ۳۴۲

(۱) ۹ - ۶ لا + لا^۲ و لا^۲ - ۴ لا + ۴ [illegible] - ۸ لا^۳ + ۱۶ لا^۲ و ۹ ب^۲ لا^۲ - ۱۲ اب لا ی + ۴ ا^۲ ی^۲

(۲) لا^۲ - ۲ لا + ۴ و ب^۲ لا^۲ - ۱۸ ب ج لا ی + ۹ ج^۲ ی^۲ و ۱۶ ا^۲ لا^۲ - ۸ اب لا + ب^۲ لا^۲
ا^۲ م - ۲ ا^م لا^ن + لا^۲ ن

(۳) [illegible]

(۴) [illegible]
[illegible] + ۹

(۵) لا^۴ + ۲ لا^۳ - لا^۲ - ۲ لا + ۱ و لا^۴ - ۲ لا^۳ + ۳ لا^۲ - ۲ لا + ۱
ا^۲ لا^۲ + ب^۲ ی^۲ + ج^۲ + ۲ اب لا ی - ۲ اج لا - ۲ ب ج ی و
ا^۲ لا^۲ + ب^۲ ی^۲ + ج^۲ - ۲ اب لا ی + ۲ اج لا - ۲ ب ج ی

(۶) [illegible] - ۲۵ + ۱۵ لا

جواب امثلہ نمبری ۱۲ ج صفحہ ۳۴۳

(۱) لا^۲ - ۹ و ۲۵ لا^۲ - ۱ و ۹ ب^۲ - ۴ ج^۲ (۲) [illegible]

(۳) لا^۲ م - ی^۲ ن و ۱۶ لا^۲ م - [illegible] (۴) [illegible] - ۹ ج^۲

(۵) $ا^۲ + ۶ ا ح + ۹ ح^۲ - ۴ ب^۲$ و $ا^۲ - ۴ ب^۲ - ۱۲ ب ح - ۹ ح^۲$

(۶) [illegible]

امثلہ نمبری ۱۲ د صفحہ ۴۴

(۱) [illegible]

(۲) [illegible]

(۳) [illegible]

(۴) [illegible]

(۵) [illegible]

جواب امثلہ نمبری ۱۳ صفحہ ۴۶

(۱) ۲ لا (۲) $(ا - ب)^۲$ (۳) [illegible] (۴) [illegible]

(۵) [illegible] (۶) [illegible] (۷) [illegible] (۸) [illegible]

(۹) [illegible] (۱۰) [illegible] (۱۱) [illegible]

(۱۲) [illegible] (۱۳) [illegible]

(۱۴) [illegible] (۱۵) [illegible] (۱۶) [illegible] اور ۱۲

(۱۷) [illegible] (۱۸) [illegible] اور ۲۳۱

(۲۰) [illegible] (۲۱) [illegible] اور ۱ (۲۲) [illegible]

(۲۳) ۰ (۲۴) [illegible]

(۲۵) [illegible]

جواب امثلہ ۱۴ صفحہ ۵۰

(۱) [illegible] (۲) [illegible]

(۳) [illegible] (۴) [illegible]

ا^(۳/۲) ب^(-۳/۲) - ا^(۳/۲) ب^(۵/۲) + ا^(۱/۲) ب^(-۱) - ا^(۳/۲) ب^(۱/۲)

(۵) ۳/۴ لا^(م+۲) - لا^م + ۲ لا^(م-۲) و ۳ لا^((م-۱)ن) ی^(۱-م) + ۲ لا^(۱-ن) ی^((ن-۱)م)

جواب امثلہ ۱۱۵ صفحہ ۵۸

(۱) لا + ۵ و لا - ۲ (۲) ۵ لا - ۳ و لا^۲ + ۱۰ لا + ۱۴ (۳) لا^۲ - ۹ لا - ۱۰ و لا^۲ + ۱

(۴) ۹ لا^۲ - ۶ لا ی + ۴ ی^۲ و ا^۲ - ۲ ا لا + لا^۲ (۵) لا^۲ - ۶ لا + ۹ و لا^۳ + ۳ لا^۲ + ۴ لا + ۸

(۶) ا^۲ + ا ب + ب^۲ و لا^۲ - ۹ لا^۲ - ۶ لا + ۲۴ (۷) ۲ ا - ۵ ب ح + د

(۸) لا - ۳ و ۶ لا^۲ - ۴ لا + ۵

(۹) ا^۲ + ا لا + لا^۲ و ۳ لا^۲ - ۳ لا ی + ۴ ی^۲ (۱۰) ۱۶ ا^۲ - ۲۴ ا ب + ۳۶ ا ب^۲ - ۲۷ ب^۳ و ا^۲ - ۴ و لا + ۳ لا^۲

(۱۱) ۷ لا^۲ - ۳ ا لا + ا^۲ و لا^۴ + ۲ لا^۳ + ۳ لا^۲ + ۲ لا + ۱

(۱۲) لا^۲ - لا^۲ ی + لا ی^۲ - لا ی^۳ + ی^۴ و لا^۲ - ۲ ا لا + ۵ ا^۲

(۱۳) ۸ م^۸ + ۷ م^۷ + ۶ م^۶ + ۵ م^۵ + ۴ م^۴ + ۳ م^۳ + ۲ م^۲ + م و لا^۲ - ا^۲

(۱۴) لا^۲ + ی^۲ و ۳ ا^۲ + ۴ ا ب + ب^۲

(۱۵) ا^۳ - ۲ ا^۲ ب + ۲ ا ب^۲ - ب^۳ و ۳ لا^۳ ی^۲ - ۲ لا^۲ ی^۳ + ۵ لا ی^۴ - ۴ ی^۵

(۱۶) ا ب - ا - ب + ۱ و ا ب - ا ح + ب ح

(۱۷) ۲ ا^۲ - ۳ ا ب + ۵ ب^۲ و ۷ لا^۲ - ۷ لا ی + ۵ ی^۲

(۱۸) ی^۲ - ی ی + ی^۲ و ۳ لا^۳ - ۴ لا^۲ ی + ۴ لا ی^۲ - ی^۳

(۱۹) ۴ لا^۲ - ۵ لا ی + ۲ ی^۲ و ا^۲ + ب^۲ + ح^۲ - ا ب - ا ح - ب ح

(۲۰) ۲ ا^۳ ب + ۳ ا^۲ ب^۲ - ا ب^۳ + ۴ ب^۴ و ا^۴ - ا^۳ ب + ا^۲ ب^۲ - ا ب^۳ + ب^۴

(۲۱) لا^۲ - ۸ لا^۲ + ۴ لا - ۱ و ۳ ا + ۲ ب + ح

(۲۲) ۳ لا^۲ - ۲ لا ی + ۵ و لا ی^۲ + ۲ ی^۲ ی - ۲ ی ی - لا ی + لا^۲ ی - لا ی

امثلہ نمبری ۱۱۵ ب صفحہ ۵۷

(۱) لا - ا و لا^۲ - ا لا + ب (۲) لا^۲ - ا و ا + ب

(۳) $لا^۲ + ا لا + ح لا + ا ح$ و $لا^۲ + ا لا +$ (۴) $ا ب + ا ح - ب ح$ و $ا ب + ا ح + ب ح$

(۵) $لا^۲ - م لا^۲ + ن لا - ع$ و $ب لا + د$ (۶) $ا^۲ + ب^۲ + ح^۲$ و $ا^۲ + ب^۲ - ح^۲ - ۲ ا ح + ۳ ب ح$

(۷) $ا + ب - ح - د$ و $(ب - ۲ ا)$ $لا + ا^۲ - ب^۲$ (۸) $لا + ا$ و $لا - ب$

(۹) $لا - ا + ب$ و $(۳ ا - ب)$ $لا^۲ + (ا^۲ - ب^۲)$ $لا$ (۱۰) $(ا + ۲) د + (ا - ب)$ $لا$ و $لا^۲ - ۶ لا + ۸$

امثلہ نمبری ۱۵

(۱) $لا + \frac{۱}{۲}$ و $ا + \frac{۱}{۵} ب$ (۲) $لا + \frac{۱}{۳}$ و $لا^۲ + \frac{لا}{۲} + \frac{۱}{۴}$

(۳) $ا - \frac{لا^۲}{ا}$ و $ا^۲ - ۴ لا^۲$ (۴) $\frac{ا}{۲ لا} - \frac{لا}{۳ ا}$ و $\frac{۲ ا^۲}{۳} - \frac{ا ب}{۲} + ب^۲$

(۵) $ا + \frac{۲ ب}{۳}$ و $\frac{۳}{۴} ا^۲ + \frac{۵}{۶} ا لا + لا^۲$ (۶) $\frac{لا^۲}{۲} - \frac{۴ لا}{۳} + \frac{۱}{۴}$ و $\frac{۳}{۴} لا^۲ - \frac{۱}{۲} لا + ۱$

(۷) $\frac{۱}{۴} ا - ۲ ب + ۶ ح$ و $لا^۴ + \frac{۲ لا^۳}{۳} + \frac{لا^۲}{۹} + \frac{لا}{۲۷} + \frac{۱}{۸۱}$

(۸) $ا + \frac{ب}{۲} - ۲ ح$ و $لا^۲ - \frac{ا لا}{۲} + ا^۲$ (۹) $ا^۲ - \frac{۲ لا^۲}{۳} + \frac{۳}{۴}$ و $\frac{۳ لا}{۴} - \frac{۳ لا^۲}{۲} - ۵ لا^۲ + \frac{لا}{۴} + ۹$

(۱۰) $لا^۲ - \frac{۳}{۴} لا + \frac{لا}{۲}$ و $۲ د^۲ - ح د - \frac{۱}{۲} ح^۲$

(۱۱) $ا^۲ + \frac{۲}{۳} (ا + ب)$ $لا - \frac{۱}{۲} لا^۲$ و $\frac{۲۷}{۸} ا^۳ + \frac{۳}{۴} ا^۲ ب + \frac{۲}{۳} ا ب^۲ + \frac{۸}{۲۷} ب^۳$

(۱۲) $\frac{۳ ا^۲}{د} - \frac{۳ ا لا}{۴} + \frac{۳۹ لا^۲}{۸}$ و $\frac{ا}{لا} - \frac{ب ا}{۲ لا د} + \frac{ب}{د}$

(۱۳) $لا + د$ و $\frac{لا}{ا} + \frac{۱}{ا}$ (۱۴) $\frac{لا}{ا} + \frac{۳ لا}{ا} + \frac{۱}{ا} + \frac{۱}{د} + \frac{۳ لا}{ا} + \frac{۱}{ا لا} + \frac{۱}{ا لا} + \frac{۱}{ا لا} + \frac{۳}{لا}$

(۱۵) $ا - ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۲}} + ب$ و $لا^{\frac{۱}{۲}} + ا^{\frac{۱}{۲}}$ $لا^{\frac{۳}{۲}} - ا$

(۱۶) $ا + ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۲}} - ب$ و $لا^{\frac{۳}{۲}} - ۲ لا + لا^{\frac{۱}{۲}}$

(۱۷) $لا + ۲ د^{\frac{۱}{۲}} + ۳ د$ و $ا^{\frac{۶}{۵}} - ۲ ا^{\frac{۳}{۵}} ب^{\frac{۳}{۴}} + ۴ ا^{\frac{۳}{۵}} ب^{\frac{۳}{۲}} - ۸ ا ب + ۱۶ ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۳}{۲}} - ۳۲ ب^{\frac{۵}{۴}}$

(۱۸) $ا^{\frac{۱}{۳}} - ۳ ب^{\frac{۱}{۵}} + ا^{\frac{۱}{۳}}$ و $لا - ا^{\frac{۲}{۳}} + ۳ لا^{\frac{۲}{۳}} - ا^{\frac{۲}{۳}} لا^{\frac{۱}{۳}} + \frac{ب}{۲}$

(۱۹) $۸ ا^{\frac{۹}{۲}} - ۴ ا^{\frac{۳}{۲}} لا + ۲ لا^{\frac{۳}{۲}} - ۲ ا^{\frac{۱}{۳}}$ و $۲۶ ا^{\frac{۳}{۲}} - ۱۷ ا^{\frac{۳}{۲}} ب + ۶ ب^{\frac{۲}{۳}}$

(۲۰) $(ا^{\frac{۱}{۲}} - ب^{\frac{۱}{۲}})(ا^{\frac{۲}{۳}} + ب^{\frac{۲}{۳}})$ (۲۱) $لا^{ن} - د^{ن}$ و $لا^{۲ن} - ۲ لا^{ن} د^{ن} + لا^{ن}$

(۲۲) $ا^{ن} ب^{ن} - ۷ ا^{ن-۱} ب^{ن}$ و $لا^{۳} - لا^{-۳}$

(۲۳) لا ۲/۳ − لا ۱/۳ ی ۱/۳ + ی ۲/۳ و ۱۳ ا ۵ ب + ۱۰ ا ۳ ب ۲ − ۴ ا ب ۳

جواب امثلہ نمبری ۱۵ صفحہ ۶۱

(۱) لا − ۹ لا + ۱ − ۳ ا ۲/لا + ۳ ا ۳/لا ۲ ...

۱ − لا/ا + لا ۲/ا ۲ − لا ۳/ا ۳ + لا ۴/ا ۴ ...

(۵) ۱ − ۲ ا/لا + ۳ ا ۲/لا ۲ − ۴ ا ۳/لا ۳ ... ± ن ا ن−۱/لا ن−۱ علامت مثبت اوس صورت مین کہ ن طاق ہو

جواب امثلہ نمبری ۱۶ صفحہ ۶۱

(۱) −۴ (۲) (۱) ۲ ا + ۳ ا ۱/۲ ب ۱/۲ + ۲ ا ب + ا ۱/۲ ب ۳/۲ + ا ۳/۲ ب ۱/۲

(۲) ا + ۲ − ا−۱ (۳) (۱) ۹ لا ی − ۲ لا ی ۱ − ۳ ی ۳ − ۳ لا ۳ ی

(۲) لا ۱/۲ + ی ۱/۲

جواب امثلہ نمبری ۱۷ صفحہ ۶۲

(۱) ن − ۱ و لا ۲ + لا ی + ی ۲ و ۶ لا + ۴ (۲) ۴ ب − ۱ و م ن − ۵ و ۹ لا ۲ − ۳ لا + ۱

(۳) ا ۲ + ا لا + لا ۲ و لا ۲ + لا ۲ و لا ۳ − ۲ ب لا ۲ + ۴ ب ۲ لا − ۸ ب ۳ و ۸۱ لا ۴ − ۲۷ لا ۳ + ۹ لا ۲ − ۳ لا + ۱

(۴) لا ۲ + ا لا + ا ۲ و ۹ لا ۲ − ۳ لا ی + ی ۲ و ۲۵ لا ۲ − ۵ لا ا + ا ۲ لا

(۵) ی − ۲ لا ۳/۲ و ۳ ا ۲ + ۲ ب ۳ م و ا ۲/ب ۲ − ۳/ا ۲ ب ۳

(۶) ۱/۴ لا ۲ − ۱/۵ ی ۲ و لا ۳ + لا ا ۱/۳ + ا ۲/۳ + لا ۱/۳ ی + ی ۲/۳ و لا ۴/۳ + لا ۱/۳ ی ۲/۳ + ی ۲/۳

(۷) لا + ی + ی و لا + ی − ی

(۸) ۲ ا − ب + ۳ ح و (۲ ا − ۳ ب)۲ − ۴ ح (۲ ا − ۳ ب) + ۱۶ ح ۲

جواب امثلہ نمبری ۱۸ صفحہ ۶۳

(۱) (۱) (لا − ۱) (لا + ۱) و (۱ + ۳ لا) (۱ − ۳ لا) و (۲ لا + ۳) (۲ لا − ۳)

و (۴ لا ۲ + ۳ ی) (۴ لا ۲ − ۳ ی)

(۲) (۵ ب + ۱۲) (۵ ب − ۱۲) و (لا ۲/۴ + ۳/ی ۲) (لا ۲/۴ − ۳/ی ۲) و (م/لا ۲ − ۳ م/ی ۲) (م/لا ۲ + ۳ م/ی ۲)

(لا۲ + ا۲/لا۲)(لا۲ − ا۲ لا۲) (۳) (ا − لا)۲ و (ا − ۳لا)۲ و (۵لا۲ − ۱)

(۴) (ا + لا)(ا۲ − الا + لا۲) و (ا۲ + لا۲)(ا + لا)(ا − لا)

لا۲ (لا/۲ − ۱/۳) و (۲لا + ۱)(۴لا۲ − ۲لا + ۱)

(۵) د(د + لا)(د − لا) و ۷(ا − لا)(ا۲ + الا + لا۲)

(۲لا + ۳د)(۱۶لا۴ − ۲۴لا۳د + ۳۶لا۲د۲ − ۵۴لاد۳ + ۸۱د۴) و (۴لا + ۱)(لا + ۳)

(۶) (ا + لا)(ا − لا)(ا۲ + الا + لا۲)(ا۲ − الا + لا۲) و (لا۲ − ۳د۲)۲ و (لا + ۱)(لا + ۳)

(ا + ب + ج)(ا + ب − ج)

(۷) ۴ا۲(ا − لا)(ا۲ + الا + لا۲) و ۱۶(لا + ۱) و (ا + ب − ج)(ا − ب + ج)

(۸) (لا − ا)(لا + ا)(لا۲ + ا۲)(لا۴ + ا۴) و (لا۲ + ۱)(لا۲ + ۴) و (لا + ۱)(لا − ۳)

(۹) (لا − ۷)(لا − ۱) و (۷لا − ۵)(لا − ۱) و (ا۲ − الا + لا۲)(ا۲ − الا − لا۲)

(۱۰) (۳لا − ۱)(۲لا + ۱) و (۴ب − ا)(ب − ۵) و (ا + ب + ج + د)(ا + ب − ج − د)

(۱۱) (ا + ب + ج)(ا + ب − ج) و (ا + ب − ج)(ا − ب + ج)

(۱۲) (۱) (ا۲ + ا + ۱) لا۲ + (ا + ۱) لا + ۱ (۲) لا۲ + ا لا + ا۲

(۳) (لا۲ + لا + ۱)(ا − (لا + ۱))

(۱۳) ا + ب − ج − د (۴) (۱) (ا − ب + ج − د)(ب − د)

(۲) (۱۲ا + ب + ۳ج + د)(۲ا − ب − ۳ج + د)

جواب امثلہ نمبری ۱۹ صفحہ ۶۶

(۱) (۱) ۳۶ (۲) ۱۴۷ یا ۱۲۸ (۲) ۲ (۳) ا۲ + اب^{۳/۲} + ا^{۱/۲} ب^{۲/۳} − ب^{۹/۵}

(۴) اب۵ + ا۲ب۴ + ا۳ب۳ + ا۴ب۲ + اب + ۱/اب + ۱/ا۲ب۲ + ۱/ا۳ب۳ + ۱/ا۴ب۴ + ۱/ا۵ب۵

(۵) ۱۶لا۴ + ۸لا۳ + ۴لا۲د + ۲لا۲ + لا/د + ۱/۲ اور ۱۴۳ د ا ب + ج د

جواب امثلہ نمبری ۱۹ ب ۶۷

(١)۔(٢) (٣) (٣ا+١) لا٢ – (٤ا – ح – ١) لا٣ + (٣ب + ح – د – ٣) لا – (٣ا + ٢ح – ٣) لا + ٢ا ب – ١

(ا – ٣ا) لا٢ – ٤ا لا٣ + (٣ب – ح) لا٢ – ٢ح لا + ٨

(٣) ا٦ – لا٦ (١) لا٣ – ٢ا لا٢ + ٤٧ لا – ٦

(٤) ٨ا٣ لا٢ – ١٠ا١ لا١ – ا٥ لا٥

(٦) ١ – ٢ا – ا٢ ب٢ + ٣ا ب – ٤ا٣ ب٣

جواب امثلہ نمبری ١٩ ص ٦٨

(١) ٩.٥.٣.٩ / ٤ (٢) (١) ب٢ – ٣/٣ ب ح + ١/٩ ح٢

(٢) ١ + ب٢/٤ + ح٢/١٦ – ب ح/٤ + ح/٢ – ب (٣) ا٤ + ا٢ لا٢ + لا٤

(٤) ٣٦ لا٤ – ٤٨ لا٣ ی + ١٦ لا٢ ی٢ – ٦٠ لا ی٣ + ٢٠ ی٤ اور

(١) (٢ا + ٣ب – ٣ح)(٢ا – ٣ب + ٣ح)

(٢) (ا – ب + ح)(ا – ب – ح)

(٤) ا٣ – ٤ا٢ ب + ٩ا ب٢ – ٣٦ ب٣

(١) ا٤ لا٤ + ٣ لا – ٤ی (٢) ا ح – ب ح + ا٢ – ب٢

(٥) (١) ٤ا٢ (لا٢ + ی٢) (٢) ا ب (٧ا – ٩ب)

جواب امثلہ نمبری ٢٠ صفحہ ٧٠

(١) ا٢ و – ا٩ و ا٢ ب٦ و – ا٢ لا٢ ی٣

(٢) ٣٤٣ لا٩ ی٥ ی٢ و ا٤ ب١٢ / ٨١ و – ٢١٨٧ ا٢١ ح١٤ / ١٦٣٨٤ ب٢١ و ١٠٢٤ ا١٥ لا٥

(٣) لا١١ / ی١١ و ٢١٦ لا٩ ی٣ و لا٣٥ ی٣٥ / ٧٨٣٩٩ و – ا٣ لا٣ / ١٢٥ ی٦ ب٣

جواب امثلہ نمبری ٢١ صفحہ ٧٢

(١) ٤ا٢ + ٨ا ب + ٤ب٢ و ٩ح٢ – ٦ا ح + ا٢ و ا٢ لا٢ – ٢ا لا ی٢ + ی٢

٤م٢ ن٢ م٢ – ٤م ن ع ق + ق٢ ع٢

(٢) [illegible]

(٣) [illegible]

[illegible]

(٤) [illegible]

[illegible]

(٥) [illegible]

[illegible]

(٦) [illegible]

[illegible]

(٧) [illegible]

[illegible]

(٨) [illegible]

امثلہ نمبری ۲۲ صفحہ ۸۰

(١) [illegible]

[illegible]

(٢) [illegible]

[illegible]

(٣) [illegible]

[illegible]

[illegible]

جواب امثلہ نمبری ٢٣ صفحہ ٨٢

(١) ١ + ٣ لا + ٦ لا + ٧ لا + ٦ لا + ٣ لا + لا ٩ − ٣ لا + ٦ لا − ٧ لا + ٦ لا − ٣ لا + لا [illegible]

ا − ٣ ا ب + ٣ ا ب − ب + ج + ٦ ا ج − ١٢ ا ب ج + ٦ ب ج + ١٢ ا ج − ٣ ا ب ج

(٢) ا + ٣ ا ب لا + ٣ ا (ب + ا ج) + ب (ب + ٦ ا ج) لا + ٣ ج (ب + ا ج) لا

\+ ٣ ب ج لا + ج لا

لا − ٣ لا + ٦ لا − ٧ لا + ٦ لا − ٣ لا + لا

ب + ٣ ب ج + ٣ ب ج + ج − ا − ٣ ا ب − ٦ ا ب ج − ٣ ا ج + ٣ ا ب + ٣ ا ج

(٣) لا − ١٢ لا + ٥٤ لا − ١١٢ لا + ١٠٨ لا − ٤٨ لا + ٨ و لا − ١٣ لا + ٥ − [illegible]

[illegible]

(٤) ا − ٦ ا ب + ١٥ ا ب − ٢٠ ا ب + ١٥ ا ب − ٦ ا ب + ب

١ + ٦ لا + ٢١ لا + ٤٤ لا + ٦٣ لا + ٥٤ لا + ٢٧ لا

[illegible]

جواب امثلہ نمبری ٢٤ صفحہ ٨٣

اول (١) ٢ ا (٢) ٣ لا + ١٨ لا + ٤٢ لا ٤٢ (٣) ٦

(٤) ب + ب ا + ا + ب ... + ب س − ج ... − ا ج د − ا ب ... س

− ا ب ج د − ج د ا س − ا ب س − ج د س (٥) ٢٤ ا ب ج

(٦) ٨ لا (٧) ٦ ا ب − ٣ ا ب

دوم (١) ٢ ا ج + ٢ ب ج + ٢ ا ب − ا − ب − ج و ٤ ا ب (٢) ٤ ب ج (ا + ب − ج)

(٣) ٢ (لا + ی + ی) (٤) ١٢ ا ج (ا + ٢ ب + ٣ ج)

(٤) ٤ ا ب (ا − ب) (٥) ٤ ا د − ٤ ب ج اور

جواب امثلہ نمبری ٢٥ صفحہ ٨٥

اول (۱) ا — ۳ ا ب + ۲ ا ب — ۴ ا ب + ب و ا + ۵ لا + ۱۰ لا + ۱۰ لا + ۵ لا + لا

۱۶ — ۹۶ لا + ۲۱۶ لا — ۲۱۶ لا + ۸۱ لا و ا — ۵ ا ب + ۱۰ ا ب — ۱۰ ا ب + ۵ ا ب — ب

(۲) ا — ۶ ا ب لا + ۱۵ ا ب لا — ۲۰ ا ب لا + ۱۵ ا ب لا — ۶ ا ب لا + ب لا

۱ + ۱۲ لا + ۶۰ لا + ۱۶۰ لا + ۲۴۰ لا + ۱۹۲ لا + ۶۴ لا

۱ — ۷ لا + ۲۱ لا — ۳۵ لا + ۳۵ لا — ۱۱ لا + ۷ لا — لا

۱۲۸ لا + ۱۳۴۴ لا ا + ۶۰۴۸ ا لا + ۱۵۱۲۰ ا لا + ۲۲۶۸۰ ا لا

+ ۲۰۴۱۲ ا لا + ۱۰۲۰۶ لا + ۲۱۸۷ لا

(۳) ا — ۴ ا لا + ۶ ا لا — ۴ ا لا + لا

۶۲۵ ا ج — ۳۰۰۰ ا ب ج + ۵۴۰۰ ا ب ج — ۴۳۲۰ ا ب ج + ۱۲۹۶ ا ب ج

ا + ۵ ا لا + ۱۰ ا لا + ۱۰ ا لا + ۵ ا لا + لا

ا — ۵ ا د + ۱۰ ا د — ۱۰ ا د + ۵ ا د — د

(۴) ا — ۸/۳ ا لا + ۸/۳ ا لا — ۳۲/۲۷ ا لا + ۱۶/۸۱ لا

د/۲۴۳ + ۵ د لا/۱۶۲ + ۵ د لا/۵۴ + ۵ د لا/۳۶ + ۵ د لا/۴۸ + لا/۳۲

+ ۱۶ ا — ۱۶ ا لا + ۶ ا لا — لا + لا/۱۶

ا + ۹ ا لا + ۳۶ ا لا + ۸۴ ا لا + ۱۲۶ ا لا + ۱۲۶ ا لا + ۸۴ ا لا

+ ۳۶ ا لا + ۹ ا لا + لا

(۲) — ۳۵ ا د ۷۰ ۶ ۳ ۱۳۶۱ ا

(۳) — ۲۳۸ و ا + ۱۲ ا ب + ۶ ب

جواب امثلہ نمبری ۲۶ صفحہ ۸۷

اول (۱) لا و ۴ ا ب ج و ۹ ا ب و ۲۵ لا

(۲) ۶ لا ی ع ۱۲۵ ا ب ق ع و ۳ ا ج د لا

(۳) $\frac{ا ب^۳}{۲ ج^۲}$ و $\frac{۵ ا ب ج}{۶ لا^۲ د}$ و $\frac{۱۳ ا ب^۳}{۱۶ ج^۲}$ و ۴ ا ب^۳

(۴) $\frac{۲۵۶ لا}{۳}$ و $\frac{۹ ا^۲ ن-۱}{۲ ج^۳}$ و لا^{۱/۲} د^{۱/۲} و ۳ ا^{۱/۲} ب^{۵/۱۲}

(۵) $\frac{۳ ا^{۱/۲}}{۴}$ و $\frac{۲ ا ب}{۵}$ و $\frac{ا^{۱/۵}}{۹}$ ب^{۱/۲} و ۲ ا^{۳/۲} و $\frac{۶ ا^{ن} د^{م}}{۷}$

(۶) $\frac{۴ ا^{۱/۲} ب ج^{۱/۲}}{۱۷ لا^{۳} د^{۵}}$ و $\frac{۳ لا^{۱/۲} د^{ن} ی^{۴}}{لا د}$ و $\frac{لا^{ن} لا د}{۴ ج^۲ ی^۳}$

(۲) (۱) ا ب ج^۳ د - ۴ ا لا^۲ د لا م د^۳ ب د لا^{۱} د^{۳} (۲) $\frac{۵ ا لا^{۱}}{۹ لا}$ و لا^{۲} ی^{م} و $\frac{۲ ا د}{۳ لا^{۴}}$ و $\frac{لا^{۱}}{د^{۲}}$

(۳) $\frac{۳ ا لا}{۲ د^۶ ج}$ و $\frac{۲ ا ب^۳}{ج^۵}$ و ۹ ا^{۱} لا^{۱} (۴) $\frac{۲ لا^{۱}}{۲۷}$ و $\frac{ب^{م+ن}}{۸}$ و ا لا^{ع+د}

جواب امثلہ نمبری ۲۷ ا صفحہ ۹۰

(۱) لا + ۲ و ا + ۱۳ و ۵ لا^۲ - ۳ د^۲ (۲) ۴ لا د - ۵ و لا^۲ - ۳ د^۲ و ۹ لا^۲ - ۲ ب

(۳) ۶ ع^۲ لا - ۹ و ع د و لا^۲ - ۲ لا + ۱ و ۳ لا^۲ + ۲ لا + ۵ (۴) لا^۲ + ۵ لا + ۱ و لا^۲ - ۲ لا د + ۲ د^۲

(۵) ۹ + ۳ لا - ۵ لا^۲ و ۲ لا^۲ + ۳ لا + ۱ (۶) ۵ لا^۲ ی - ۳ لا د + ۲ د^۲ و لا^۲ - ا لا - ۱

(۷) ۳ لا^۲ - ۳ لا + ۱ و ۲ ا - ۳ ب + ۴ ج (۸) ۴ لا^۲ - ۳ لا د + ۲ د^۲ و ۲ لا^۲ - لا - ۱

(۹) لا^۳ - ۲ لا^۲ + ۶ و لا^۳ - لا^۲ + لا - ۱ (۱۰) لا^۳ + ۳ لا د + ۳ د^۲ و ۳ ا - ۲ ب + ۵ ج - د

جواب امثلہ نمبری ۲۷ ب صفحہ ۹۳

اول (۱) ۲ لا - $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱}{۲}$ لا + $\frac{۱}{۲}$ ی (۲) $\frac{ا}{ب}$ - $\frac{ب}{ا}$ و ج - لا و $\frac{۱}{۳}$ لا + لا

(۳) ۲ لا^۲ + $\frac{۳}{۲}$ لا + ۵ و ۲ لا^۲ - $\frac{۱}{۲}$ د (۴) ا - ۲ ب^{ن} و $\frac{۱}{۲}$ ا^۲ - ب^{۱/۲}

(۵) لا^۲ + لا - ۱ و لا^۲ - لا + $\frac{۱}{۲}$ (۶) $\frac{۱}{۲}$ + لا + $\frac{لا}{۲}$ و لا + ۱ - $\frac{۱}{لا}$

(۷) ا - $\frac{۳}{۲}$ ا + ۱ و $\frac{ا}{۲ ب}$ - ۱ - $\frac{ب}{ا}$ (۸) $\frac{لا}{۲}$ + ۱ + $\frac{۲}{لا}$ و ۳ $\frac{لا}{۲}$ - $\frac{۵ لا}{۳}$ + ۲ + $\frac{لا}{۵}$

(۹) ا لا^{ن} - ۱ - ۴ ا ب^۲ - $\frac{۳ ج}{۱ + لا}$ و $\frac{ا}{لا}$ - $\frac{لا}{۳ ب}$ + $\frac{۲ لا}{ب}$

(۲) ۱ + $\frac{لا}{۲}$ - $\frac{لا^۲}{۸}$ + $\frac{لا^۳}{۱۶}$ - وغیرہا ا + $\frac{لا}{۳}$ - $\frac{لا^۲}{۹}$ + $\frac{لا^۳}{۸۱}$ + $\frac{لا^۴}{۹۱۶}$ + وغیرہ

١ + لا/ا + لا٢/ا٢ + لا٣/ا٣ + وغیرہ

جواب امثلہ نمبری ٢٨ کے حساب کی کتاب مین مندرج ہین

جواب نمبری ٢٩ صفحہ ٩٩

(١) ا + ۴ (٢) ا − لا (٣) ٢ لا + ١ (۴) ٣ ا − ٢ لا

(۵) ٣ لا − ۵ (٦) ا ب − ۴ (٧) ۵ ا٢ ح − ٣ لا ی٢ (٨) ٢ لا٢ − ٣ ی٢

(٩) لا + ١/لا (١٠) ح/٢ + ٢/ح٢ (١١) لا/ی − ی/لا (١٢) ی٢ − ی لا

(١٣) ا٢/ی٢ − ٢ ی٢ (١۴) ا ب ی٢/ح − ح ی/ب (١۵) ا٢ − ٢ ا + ١

(١٦) ٢ ا٢ + ٢ ا لا − ٣ لا٢ (١٧) ا٢ − ٢ ا لا٢ (١٨) ا + ب − ح

(١٩) لا − ۴ + ۴/لا (٢٠) ١/لا٢ − ١/ا لا + ١/ا٢ جواب امثلہ ٣٠ و ٣١ کے رسالہ حساب مین مندرج ہین

جواب امثلہ نمبری ٣٢ صفحہ ١٠۴

اول (١) ٣ ا و ۵ ا٢ و ۵ ا ب لا (٢) ٢ ا٢ لا و ٢ ا ب لا٢ و ٧ ا٢ لا٢ (٣) ب ح در
و ی٢ لا و لا

دوم (١) لا + ٢ ح و ٦ و (٢) ٢ ا٢ و ٧ لا (٣) ا + لا و لا
(۴) لا (٦ ا + لا) و لا (ا + لا) (۵) لا + ١ و لا − ا

(٦) ا٢ + ب٢ و ۵ (ا + لا) (٧) لا − ١ و لا (٨) ٣ (ا + لا) و ٣ ا − ٢ لا

(٩) لا + ۵ و ا + لا (١٠) لا − ٣ و ا − ٢ (١١) لا٢ − ب٢ و لا٢ − ی٢

(١٢) لا + ١ و لا − ی (١٣) لا − ا و ا + ب

امثلہ نمبری ٣٣ صفحہ ١١٣ و ١١۴

(١) لا + ٦ و لا − ا (٢) ٣ لا − ۴ و لا٢ − ی٢ (٣) لا − ١ (۴) لا + ٦

(۵) لا − ١ (٦) لا − ١ (٧) لا٢ + ٣ لا (٨) ١۴ − ٦ لا

(٩) لا + ١ (١٠) ٣ لا − ٢ (١١) ا − ب (١٢) لا٢ + ٧

(١٣) اَ−بً (١۴) ا+ب+ج (١٥) لا−د (١٦) لا+٥

(١٧) لا−د (١٨) لاً−۴لا+۴ (١٩) لا−ا (٢٠) (لا−د)ً

(٢١) ٥لاً−١ (٢٢) لاً−٢لا+۴ (٢٣) اً−٣بً (٢۴) لا(لاً−٢لا+١)

(٢٥) ٩اً−٩اً (٢٦) اً−بً (٢٧) لاً−دً (٢٨) لاً+لاً−٥لا+٣۴

(٢٩) لا+٣ (٣٠) اً+بً (٣١) ٢لاً+٢لاد−دً (٣٢) لا+ا

(٣٣) لاً−(ا+ب)لا+اب (٣۴) لاً−١ (٣٥) لاً−(ا−ب)لا+بً

(٣٦) لاً+لاً+لاً+لا+١ (٣٧) ١+لا+لاً (٣٨) ع−ق (٣٨) ١+لاً

(٣٩) لاً+١ (۴٠) (ی+١)(لا+١)

جواب امثلہ نمبری ۳۴ صفحہ ۱۱۵

(١) ا−ب (٢) لا−٢ب (٣) ا+ب (۴) ٣لا−د

جواب امثلہ نمبری ۳۵ صفحہ ۱۱۷

(١) ٣اً ب و ٢۴اً و ٢٧لاً (٢) ٣٥اب ج د ٥٧لاً دً و ٣٣لاً دً

(٣) ا(لاً−دً) و دً−لاً (۴) ١٢(اً−لاً) و اب (اً لاً−بً دً)

(٥) لاً+٢لاً د+ لا دً بً+ اب لا (٦) ١٢لاً−٨لاً−٢٧لا+١٨ و لاً+٣لاً−لا−٣

(٧) لاً−لاً دً و ٣٦لاً−٣لاً−٥٠اً لا+٢۴اً

(٨) لاً−لاً+لا−١ و ٢۴لاً+٣۴لاً−٥لا−١٨

(٩) لاً−۴لاً−١٥لاً+١٨لا و لاً+لاً+لا+١

(١٠) لاً+(ب−ا)لاً+(ا−اب)لاً+(اب−اً)لا−اً ب

(١١) ٦٠اً بً+١٩٠اً بً+١١٦اً بً−۴۶اً بً+١٨اً بً−٣٠اب

(١٢) لاً−دً

جواب امثلہ ۳۶ صفحہ ۱۱۹

(۱) اب ج (۲) لا۲ ـ ب۲ (۳) ۶ لا۳ + ۸ لا۲ + ۱۲ لا (۴) لا۲ ـ ۲ اب

(۵) ۴ لا۲ ـ لا (۶) ۳ لا۲ ـ ۳ لا ی (۷) لا۳ (لا۲ + ۱)۲ (۸) لا۳ ـ ۱

(۹) لا۲ ب ـ ب۳ (۱۰) (۴ لا۲ ـ ۹) (۹ لا۲ ـ ۴) (۱۱) ۲ (لا۲ ـ ۱)

(۱۲) لا (لا۲ ـ ۱) (لا۲ ـ ۴) (۱۳) ا لا (لا۲ ـ ا۲) (۱۴) ۶ (لا + ۱) (لا + ۲) (لا + ۳)

(۱۵) (ا ـ ب) (ا ـ ج) (ب ـ ج) (لا + ا) (لا + ب) (لا + ج) (۱۶) ۶ (ا ـ ب) (ا + ب) (ا۲ + ب۲)

(۱۷) (لا ـ ۱) (لا + ۱)۳ (لا۲ + ۱) (۱۸) (لا۲ + ی) (لا۲ ـ ی۲) (لا۲ + لا ی + ی۲)

(۱۹) (۱ + لا)۸ (۲۰) (ا + ج ـ ب) (ا + ب ـ ج) (ب + ج ـ ا)

جواب امثلہ نمبری ۳۷ صفحہ ۱۲۴

(۱) ... (۲) $\frac{۱}{۱ - لا}$ و $\frac{۲ ا۲ - ۳ اب + ۴ ب۲}{ا - ب}$ و $\frac{۳ ا۲}{ا - لا}$

(۳) $\frac{۳ لا۲}{لا۲ - ۱}$ و $\frac{ا لا ی + ۴ لا + ۵}{لا + ی}$ (۴) ... $\frac{۳ لا۲ + ۳ ا۲}{لا + ا}$ و $\frac{۳ ا لا}{لا۲ + ا۲}$

جواب امثلہ ۳۸ صفحہ ۱۲۵

(۱) ا ـ $\frac{لا}{ا}$ و ۳ + $\frac{ی}{لا}$ و ۵ لا $\frac{۳ ا ـ ج}{۵ لا}$ و لا۲ + لا ی + ی۲

(۲) لا + $\frac{لا}{۱ + لا}$ و ا ـ لا + $\frac{۴ لا}{ا + لا}$ و ا۲ ـ لا۲ و ا۲ + لا۲ + $\frac{لا}{ا۲ - لا۲}$

(۳) لا + ۲ ی ـ ... و لا + ۳ + $\frac{۱}{۱ - لا}$ و ۳ لا ـ $\frac{ا}{لا - ۲ ا}$ و ۲ ا ـ $\frac{۳ ا لا - ۲ لا۲}{لا + ۲ ا}$

جواب امثلہ نمبری ۳۹ صفحہ ۱۲۶

(۱) $\frac{۳ لا}{۵ ا}$ و $\frac{ا}{ب لا}$ و $\frac{ب لا}{۳}$ و $\frac{۳ ی}{لا}$ (۲) $\frac{۲۸ ی}{۱۳ لا}$ و $\frac{۳ لا۲ ـ لا + ۲}{۹}$ و $\frac{۲ لا ی + ۷ ی ـ ۶ لا ی}{۱۲}$

و $\frac{لا + لا}{۳ ج ـ د}$ و $\frac{۲ لا ـ ۳ ی}{۶ لا ی}$ و $\frac{۳ ا}{ا - لا}$ (۴) $\frac{۱}{ا۲ + اب + ب۲}$ و $\frac{لا + ب}{۲ لا}$ و $\frac{۲ لا ـ ۱}{لا ـ ۱}$

(۵) $\frac{ا۲}{ا + ۲}$ و $\frac{۳ ا لا ـ ۲}{۷ لا۲ ـ ۱۲ لا}$ و $\frac{۱۴ لا۲ ـ ۱۰ لا}{۶ لا۲ + ۹ لا ـ ۱۵}$ (۶) $\frac{لا۲ ـ ۸ لا + ۵}{لا ـ ۷}$ و $\frac{۲ لا۲ + ۳ لا ـ ۵}{۷ لا۲ ـ ۵ لا}$

(۷) $\frac{لا۲ ـ لا + ۱}{لا۲ ـ ۲ لا + ۲}$ و ... (۸) $\frac{ا۳ + ا۲ لا + ا لا۲ + لا۳}{ا۲ + ا لا + لا۲}$ و $\frac{لا ـ ا}{ا + لا}$ و $\frac{لا۲ ـ ا لا + ب}{لا۲ + ا لا ـ ب}$

(٩) $\frac{\text{ا}+\text{ب}}{\text{ا}-\text{ب}}$ و $\frac{\text{لا}+\text{۴ا}}{\text{لا}+\text{۳ا}}$ (١٠) $\frac{\text{لا}^{۴}+\text{ا}^{۳}\text{ب}+\text{ا}^{۲}\text{ب}^{۲}-\text{۳اب}^{۳}}{\text{لا}^{۴}-\text{ب}^{۴}}$ و $\frac{\text{۵لا}^{۲}+۱}{\text{۹لا}^{۲}-\text{۴لا}}$

(١١) $\frac{\text{۳لا}-\text{۲ب}-\text{ا}}{\text{لا}^{۲}-(\text{ا}+\text{ب})\text{لا}+\text{اب}}$ و $\frac{\text{الا}^{م-۱}-\text{ب لا}^{م}}{\text{ا}^{۲}\text{ب}-\text{ب}^{۲}\text{لا}}$ (١٢) $\frac{\text{۳لا}^{۲}+\text{۴لا}+۱}{\text{لا}^{۳}+\text{۶لا}+۷}$ و $\frac{\text{۳لا}^{۲}-\text{لا}^{۳}}{\text{۳لا}^{۲}-۵}$

(١٣) $\frac{\text{۵لا}^{۲}+\text{۵ا}^{۲}\text{لا}}{\text{ا}^{۳}\text{لا}+\text{الا}^{۲}+\text{لا}^{۳}}$ و $\frac{\text{لا}^{۲}+\text{۵الا}}{\text{لا}+\text{۳ا}}$ (١۴) $\frac{\text{اب}-\text{ا}-\text{ب}+۱}{\text{اب}+\text{ا}+\text{ب}+۱}$ و $\frac{(\text{لا}^{۲}-\text{لا}+۱)(\text{لا}^{۲}-۱)}{(\text{لا}-۱)(\text{لا}^{۲}-۱)}$

جواب امثلہ نمبری ۴۰ صفحہ ۱۲۸

(١) $\frac{\text{۷۰ا}}{۱۰۵}$ و $\frac{\text{۶۳ب}}{۱۰۵}$ و $\frac{\text{۶۰ج}}{۱۰۵}$ (٢) $\frac{\text{۱۰ا}}{۳۰}$ و $\frac{\text{۱۲ا}}{۳۰}$ و $\frac{\text{۲۱ا}}{۳۰}$ (٣) $\frac{\text{لا}^{۲}}{\text{لا ی}}$ و $\frac{\text{ی}^{۲}}{\text{لا ی}}$

(۴) $\frac{\text{ا ی}}{\text{ب ی}}$ و $\frac{\text{ب ج ی}}{\text{ب ی}}$ و $\frac{\text{ب د ی}}{\text{ب ی}}$ (٥) $\frac{\text{ج لا}}{\text{ا ب ج}}$ $\frac{\text{ب ی}}{\text{ا ب ج}}$ $\frac{\text{ا ی}}{\text{ا ب ج}}$

(٦) $\frac{\text{۶ لا}^{۲}}{\text{لا}^{۲}+\text{۶لا}+\text{۱۶}}$ و $\frac{\text{۳ا}^{۲}\text{لا}-\text{۳لا}^{۲}}{\text{لا}^{۲}+\text{۶لا}+\text{۱۶}}$ و $\frac{\text{۲ا}+\text{۲لا}}{\text{لا}^{۲}+\text{۶لا}+\text{۱۶}}$ (٧) $\frac{\text{الا}+\text{ب لا}}{\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲}}$ $\frac{\text{الا}-\text{ب لا}}{\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲}}$

(٨) $\frac{\text{۲ا ج}}{\text{ا ب ج}}$ و $\frac{\text{۳ا}^{۲}}{\text{ا ب ج}}$ و $\frac{\text{۴ب ج}}{\text{ا ب ج}}$ (٩) $\frac{\text{ا}+\text{لا}}{\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲}}$ و $\frac{۱}{\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲}}$ (١٠) $\frac{\text{ا}^{۲}\text{لا}-\text{لا}^{۳}}{\text{لا}^{۴}-\text{ا}^{۴}}$ و $\frac{\text{ا}^{۲}\text{لا}+\text{۳لا}^{۲}}{\text{لا}^{۴}-\text{ا}^{۴}}$

(١١) $\frac{\text{۱۲۰ ا ج د س}}{\text{۱۶۰ ا ب ج د س}}$ و $\frac{\text{۹۰ ا د س}}{\text{۱۶۰ ا ب ج د س}}$ و $\frac{\text{۸۰ ا ب س}}{\text{۱۶۰ ا ب ج د س}}$ و $\frac{\text{۷۵ ا ج س}}{\text{۱۶۰ ا ب ج د س}}$ و $\frac{\text{۷۲ ا ب ج د}}{\text{۱۶۰ ا ب ج د س}}$

(١٢) $\frac{\text{۲ا}^{۲}+\text{۲اب}+\text{ب}^{۲}}{(\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲})(\text{ا}^{۲}+\text{اب}+\text{ب}^{۲})}$ و $\frac{\text{۳ا}^{۲}+\text{۳اب}}{(\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲})(\text{ا}^{۲}+\text{اب}+\text{ب}^{۲})}$

(١٣) $\frac{\text{ا}-\text{لا}}{(\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲})\text{ا}^{۳}}$ و $\frac{\text{ا}+\text{لا}}{(\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲})\text{ا}^{۳}}$ و $\frac{\text{۲ا}}{(\text{ا}^{۲}-\text{لا}^{۲})\text{ا}^{۳}}$

(١۴) $\frac{\text{اج}+\text{ب ج}}{\text{ج}(\text{ا}^{۲}-\text{ج}^{۲})}$ و $\frac{۲}{\text{ب}(\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲})}$ و $\frac{\text{ا}^{۲}-\text{اب}}{\text{ب}(\text{ا}^{۲}-\text{ب}^{۲})}$

(١٥) $\frac{\text{ا}^{۲}\text{لا}-\text{لا}}{(\text{ا}^{۲}-۱)(\text{ا}-۱)}$ و $\frac{\text{ا ی}-\text{ی}}{(\text{ا}^{۲}-۱)(\text{ا}-۱)}$ و $\frac{\text{ا ی}+\text{ی}}{(\text{ا}^{۲}-۱)(\text{ا}-۱)}$

(١٦) $\frac{۱+\text{۲لا}+\text{۲لا}^{۲}+\text{لا}^{۳}}{۱-\text{لا}^{۴}}$ و $\frac{۱-\text{لا}+\text{لا}^{۲}-\text{لا}^{۳}}{۱-\text{لا}^{۴}}$ و $\frac{\text{۳لا}}{۱-\text{لا}^{۴}}$

جواب امثلہ نمبری ۴۱ صفحہ ۱۳۴

اول (١) $\frac{\text{۳۶ لا}^{۷}}{۶۹۳}$ (٢) $\frac{\text{۲۲۴ لا}+۹۰}{۴۵}$ (٣) $\frac{\text{لا}+۲۶}{۶}$

(۴) $\frac{\text{۱۶لا}^{۲}-\text{۷الا}}{۱۸}$ (٥) $\frac{\text{۵ا}^{۲}\text{ب}+\text{۴ا}^{۲}+\text{۳ب}^{۲}}{\text{۵ب}}$ (٦) $\frac{\text{۱۶۹ لا}+۷۷}{\text{۱۰۵ لا}}$

(٧) $\frac{\text{۱۰۵ا}^{۲}+\text{۱۴ا}^{۲}\text{ب}+\text{۵اب}^{۲}}{\text{۳۵ اب}}$ (٨) $\frac{\text{۴لا}^{۲}+۳}{\text{۳لا}}$ (٩) $\frac{\text{۲الا}}{\text{ا}^{۲}-\text{لا}}$

(۱۰) $\frac{ا^2 + ب^2}{اب - ب^2}$ (۱۱) $\frac{۲لا^2 - ۳لا + ۱}{لا^2 - لا}$ (۱۲) $\frac{لا}{لا^2 - ۵لا + ۶}$

(۱۳) $\frac{لا^2}{الا - ا^2}$ (۱۴) $\frac{۲}{لا^2 + لا + ۱}$ (۱۵) $\frac{ا}{ب + ج}$

(۱۶) $\frac{ج د - ا س}{ج د - ب س}$ (۱۷) $\frac{۸ لا^2 + ۱۸ لا}{۴ لا^2 - ۹ لا}$ (۱۸) $\frac{۳ا^2 - ۳اب + ۳ب^2}{۲(ا^2 - ب^2)}$

(۱۹) $\frac{۲ لا ی^2}{۱ - ی لا^2}$ (۲۰) $\frac{۳لا^2 + ۵لا + ۲}{لا^2 - ۱}$ (۲۱) ۱   (۲۲) $\frac{۲س}{لا^2}$

(۲۳) $\frac{۶ ا لا}{ا - لا}$ (۲۴) $\frac{۱}{۲}$ (۲۵) $\frac{۲ ج ا + ۲ ...}{ج - د}$ (۲۶) $\frac{۳ ا}{\sqrt{لا^2 - ا لا - ۲ا^2}}$

(۲۷) $\frac{۴ لا \sqrt{لا^2 - ب^2}}{ب}$ (۲۸) [illegible]   (۲۹) $\frac{۱ + ۴ لا}{\sqrt{لا^3 + ۳ لا}}$ (۳۰) ۰   ۲ لا^2

(۳۱) $\frac{۳لا^2 - ی^2}{لا^2 - لا ی}$ (۳۲) $\frac{ا^2 - ۲ اب - ب^2}{(ا + ب)^2 (ا - ب)}$ (۳۳) $\frac{۱}{(ا - ب)(ب - ج)}$

(۳۴) $۲ ا^{\frac{۱}{۲}} ب^{\frac{۱}{۲}}$ (۳۵) $\frac{-۴(ا^3 ب + ا^2 ب^2 + ا ب^3)}{(ا^2 - ب^2)^2}$

(۳۶) $\frac{۱}{لا^3 + ۳لا^2 + ۳لا}$ (۳۷) $\frac{لا}{(لا + ۱)(لا + ۲)(لا + ۳)}$ (۳۸) ا − ب

(۳۹) $\frac{۱۴}{لا + ۹}$ (۴۰) $\frac{۳ لا^2}{لا^2 - ۱}$ (۴۱) $\frac{۴ ا^2}{لا^2 - ا^2}$ (۴۲) $\frac{۳ لا^2 + ۱۳ لا + ۱۲}{لا + ۱}$

(۴۳) $\frac{۱}{۱ - ی^4}$ (۴۴) $\frac{۳ ا^2 - ۲ ج^2}{۲ ا ج}$ (۴۵) $\frac{۲ لا - ۳}{(لا^2 - ۱)(۲ لا + ۳)}$

(۴۶) $\frac{ب^2 + ا ب}{ب^2 - لا^2}$ (۴۷) $\frac{۲}{لا(۱ - ۴ لا^2)}$ (۴۸) $\frac{۳ ا^2 ب - ۲ ا ب^2}{(ا - ب)^2}$

(۴۹) $\frac{۸ لا^4 - لا^3 - ۲۴ لا^2 + ۵ لا - ۴}{(لا^2 - ۱)(لا + ۳)(لا - ۲)}$ (۵۰) $\frac{۲ لا^2 + ۲۱ لا + ۱۳}{(لا^2 - ۱)(۱ - ۴ لا^2)}$

(۵۱) $\frac{۳ ی^4 + ۴ ی^3 لا + ۶ ی^2 لا^2 - ۴ ی لا^3 + ۳ لا^4}{ی^4 - لا^4}$ (۵۲) $\frac{۲}{لا^2 - ی^2}$ (۵۳) $\frac{۱۸ (۲ ی + ۱۵)}{۱۶ ی^4 - ۸۱}$

(۵۴) $\frac{(۱ + ۲)لا^2 + ب ج لا^2 - ا ب ج لا + ا^2 ج + ا^2}{ب (لا^2 + ا^2)}$ (partly read)   (۵۵) ۰   (۵۶) $\frac{لا + ج}{(لا - ا)(ب - لا)}$

(۵۷) $\frac{لا + ۳}{لا - ۱}$ (۵۸) $\frac{۴ ا ب}{(ا - ب)^2}$ (۵۹) $\frac{۲ لا}{لا^2 - ۱}$ (۶۰) ۰

(۶۱) $\frac{۲ لا^6 + لا^4 + لا^2 + ۳}{لا^4 + لا^2 + ۱}$ (۶۲) $\frac{۱}{لا^4 - ۱}$ (۶۳) $\frac{لا^5 - ۳ لا^4 - ۴ لا^3 - ۵ لا^2 - ۲ لا - ۱}{لا (لا^2 + لا + ۱)(لا + ۱)}$

(۶۴) $\frac{۳ لا^4 - ۳ لا^3 - ۵ لا^2 - ۲}{(لا^2 + ۱)^2 (لا^2 + لا + ۱)^2}$ (۶۵) $\frac{۳ لا^2 - ۱}{(لا - ۱)^2 (لا^2 + ۱)}$ (۶۶) $\frac{۶}{(لا + ۵)(۱ - لا^2)}$

(۶۷) $\frac{س ل^۲ + ی^۲ + ۳ ی^۲ - ۳ ل ی + ۳ ی ی}{(ل - ی)^۲ - ی^۲}$ (۶۸) $\frac{ا^۲ ل}{۲(ل + ا)}$ (۶۹) $\frac{۱}{(۱ + ۲ل)(۱ + ل)}$

(۷۰) ۰ (۷۱) $\frac{۴}{ل - ۱}$ (۷۲) $\frac{ل^۲ - ۴ ل ی - ی^۲}{(ل^۲ - ی^۲)^۲}$ (۷۳) $\frac{۲ ا}{ل^۲ - ا^۲}$ (۷۴) $\frac{۱}{ل + ۲}$

(۷۵) $\frac{۳(ل^۲ + ۳)}{ل^۳ - ۲۷}$ (۷۶) $\frac{۳ ل^۲ + ۴ ل + ۲}{ل^۲ - ۱}$

(۷۷) $\frac{(ا + ل)^۲ - (ب - ج)^۲}{(ا + ج)(ا + ب)(ل - ب)(ل - ج)}$ (۷۸) ۲ (ا + ب + ج)

(۷۹) $\frac{ا^۲ - ۸ اب - ۴ ب^۲}{۲(ا^۲ - ۴ ب^۲)}$ (۸۰) $\frac{۳ - ۳ل - ل^۲ + ۲ل^۳ - ل^۴ + ل^۵ - ل^۶}{(۱ + ل^۲)(۱ + ل^۲)(۱ + ل)}$

(۸۱) $\frac{۴ ب^۲}{(ا - ۲ب)^۲ (ا - ب)}$ (۸۲) ا (۸۳) $\frac{ا [ل^۵ + ا ل^۴ + ا^۲ ل^۳ + ا^۳ ل^۲ + ا^۴ ل + ا^۵]}{ل - ا}$

(۸۴) $\frac{۸ ا^۲}{(ل + ا)(ل - ا)(ل^۲ + ا^۲)}$ (۸۵) $\frac{ل^۲ + ۴}{(ل - ۱)^۲ (ل - ۲)(ل + ۳)}$

(۸۶) $\frac{۲ ل^۳ + ل^۲ - ل + ۳}{ل^۴ + ل^۲ + ۱}$ (۸۷) ۰ (۸۸) ۱

جواب امثلہ نمبری ۴۲ صفحہ ۱۴۰

(۱) $\frac{ا ل^۲ + ۲ ل}{ی}$ (۲) $\frac{۶ ل^۲}{۱۴ ل ی}$ (۳) $\frac{ا}{ی}$ (۴) $\frac{۴ ا^۲ + ۴ اب}{ی}$

(۵) $\frac{۹ ل}{۲}$ (۶) $\frac{۳ ل - ۱}{ل - ۲}$ (۷) $\frac{اب - ب^۲}{اب + ا^۲}$ (۸) $\frac{ا^۲ + ب^۲}{ا}$

(۹) $\frac{(ل - ۴)(ل - ۷)}{ل^۲}$ (۱۰) $\frac{۲ ل}{ا^۲ - ا ل + ل^۲}$ (۱۱) $(ل^۲ + ی^۲)(ل^۲ - ل ی + ی^۲)$

(۱۲) $\frac{۴ اب}{ا^۲ - ب^۲}$ (۱۳) $\frac{ل + ۲}{ل}$ (۱۴) $\frac{ل ی}{ا^۲ - ل^۲}$ (۱۵) $\frac{ا^۲ - ب^۲}{ل}$ (۱۶) $\frac{۱}{(م - ن)^۲}$

جواب امثلہ نمبری ۴۳ صفحہ ۱۴۲

اول (۱) $\frac{۱۰}{۶۳}$ (۲) $\frac{۹ ل - ۳}{ل}$ (۳) $\frac{۵ اب (ا - ب)}{۱۴}$ (۴) $\frac{(ل + ی)^۲}{ی}$

(۵) $\frac{۲ ل}{ا^۲ - ا ل + ل^۲}$ (۶) $ا^۲ + ب^۲$ (۷) ل + ب (۸) $\frac{ل^۲ - ل ی + ی^۲}{ل^۲ + ل ی + ی^۲}$

(۹) $\frac{ل - ی}{ی}$ (۱۰) $\frac{ل + ا}{ل - ی}$ (۱۱) $\frac{ا^۲ (ا^۲ - ا ل + ل^۲)}{ل (ا - ل)^۲}$ (۱۲) ۱

دوم (۱) $\frac{ب}{ا}$ (۲) ب (۳) ۱ (۴) ۱ (۵) ۱ (۶) $\frac{ل^۲ + ی^۲}{۳ ل ی}$

(۷) $\frac{۱}{۱ - ۳ ل^۲}$ (۸) $\frac{۲(ل^۲ + ۱)}{ل}$ (۹) $\frac{ل^۲ + ی^۲}{ل ی}$ (۱۰) $\frac{۲ ل^۲ - ۳ ل ی - ۳ ی^۲}{۲ (ل^۲ + ی^۲)}$

(۱۱) ... (۱۲) ...

(۱۳) ... (۱۴) ... (۱۵) ... (۱۶) ...

(۱۷) ... (۱۸) ... (۱۹) ...

(۲۰) ...

امثلہ نمبر ۴۴ ا صفحہ ۱۴۷

(۱) ... (۲) (۱) ۰ (۲) ۰ (۳) ۰ (۴) ...

(۳) ... (۴) ... (۶) ۷۶۸۰۰۰ اور ۷۶۸۰۰۰۰۰۰

ب صفحہ ۱۴۸

(۱) ... ۶۴

(۲) ... اور باقی ...

(۳) (۱) ... (۲) ... (۳) ...

(۴) نہیں ۱۸ (۵) ... (۶) ۳۵۲

ح صفحہ ۱۴۹

(۱) ... (۲) ... اول ۵۵

(۳) ...

...

(۴) ... (۵) مخصوص علیہ اعظم = ... ضیق = ...

(۱) ۱۷۵/۴۳۹ (۲) ... (۶) ...

د صفحہ ۱۵۰

(١) ا (٢) ٢لا-٩ د (٣) $\frac{١-لا^٢}{١+لا+لا^٢}$ (٣) ٦٨٧٤٠، ٩٨٠٠٠ گزافٹ الخ

(٤) ٢لا^٣-٣لا^٢ی-٢لا ی^٢+٣ی^٣ (٥) (١) ا (٢) ا

جواب امثلہ مشق نمبری ۴۵ الف صفحہ ۱۵۸

(١) لا = ١٤ (٢) لا = ٢ (٣) لا = ٧ (٤) لا = ٧ب - ٢ا

(٥) لا = ١٠ (٦) لا = ٥ (٧) لا = ١٢ (٨) لا = ٥ (٩) لا = -١٢

(١٠) لا = ٢٠ (١١) لا = -١٢ (١٢) لا = ٦ (١٣) لا = ١ $\frac{١}{٥}$

(١٤) لا = $\frac{٢د + ج}{٣٠ا + ب}$ (١٥) لا = -١ $\frac{٣}{٤}$ (١٦) لا = -٣ $\frac{٤}{١١}$

(١٧) لا = ٥ (١٨) لا = ١٨ (١٩) لا = ٥٠٠ (٢٠) لا = ٣ $\frac{٧٧}{١٢٣}$

(٢١) لا = $\frac{١٥٩}{٢٣١٨}$ (٢٢) لا = $\frac{ب - ا}{ا - ب}$ (٢٣) لا = ٧ (٢٤) لا = $\frac{١-٧+٩ا}{٥(١-ا)}$

(٢٥) لا = $\frac{ا - ب}{ا - ب - ا}$ (٢٦) لا = $\frac{٢ا ب}{٣ - ب}$ (٢٧) لا = -٤ (٢٨) لا = ی

(٢٩) لا = ٥ (٣٠) لا = ٩ (٣١) = $\frac{ا}{ا - ب + ١}$ (٣٢) لا = $\frac{٠٥٧}{١٢٤}$

(٣٣) لا = ٥ (٣٤) لا = -٤ (٣٥) لا = ١ (٣٦) لا = ١ $\frac{١}{٢}$

(٣٧) لا = $\frac{ج د - ا ب}{ا + ب + ج + د}$ (٣٨) لا = $\frac{٤ا^٢ - ٣ا ب}{٥ا - ب}$ (٣٩) لا = $\frac{٥}{٤}$ (٤٠) لا = ٧

(٤١) لا = - $\frac{٣١٠}{١٨٧}$ (٤٢) لا = - $\frac{٢ا ب}{ا + ب}$ (٤٣) لا = ٢ $\frac{٣}{٣}$ (٤٤) لا = $\frac{ا ب ٣ا^٣}{ا - ٣ب}$

(٤٥) لا = ١ (٤٦) لا = ٥٣ (٤٧) لا = $\frac{٣ا -}{٢ا + ب}$ (٤٨) لا = ١ $\frac{٤}{٧}$

(٤٩) لا = $\frac{١٢ا ب}{٣ب + ا}$ (٥٠) لا = د + ج

جواب امثلہ نمبری ۴۵ ب صفحہ ۱۶۱

(١) لا = ٦ (٢) لا = ٢٤ (٣) لا = ٦٠ (٤) لا = ١ $\frac{١}{٥}$

(٥) لا = ٤ (٦) لا = ٦ (٧) لا = $\frac{١}{٢}$ (٨) لا = ٩

(٩) لا = ١ (١٠) لا = ١٩ (١١) لا = ١٢ (١٢) لا = ٧ (١٣) لا = ١٣

(١٤) لا = ٤ (١٥) لا = ٣ $\frac{٥}{٢١}$ (١٦) لا = ٦ $\frac{١}{٢}$ (١٧) لا = ١ (١٨) لا = ٤

(۱۹) لا = ۲ ۱/۲ (۲۰) لا = ۱۴ (۲۱) لا = ۲ ے (۲۲) لا = ا ب / ا ح - ۱ (۲۳) لا = ۳۵

(۲۴) لا = ۷ ۱/۱۵ (۲۵) لا = ۷/۳۰۰ — (۲۶) لا = ۱ ۱/۲ (۲۷) لا = ۳ (۲۸) لا = ۲

(۲۹) لا = ۶ (۳۰) لا = ۵ (۳۱) لا = ۲ (۳۲) لا = ۱۰ (۳۳) لا = (ا - ح)/(ا - ب)

(۳۴) لا = ۶ (۳۵) لا = ۷ (۳۶) لا = ۸ (۳۷) لا = ۲ ے (۳۸) لا = ۱ ۹/۸

(۳۹) لا = (ا^۲ح + ب^۲ح + ا^۲ب + اح^۲ + اب^۲) / ۲(اح + اب + بح) (۴۰) لا = ۱۷ (۴۱) لا = ۸

(۴۲) لا = ۲ (۴۳) لا = ۱۷ (۴۴) لا = ۳ (۴۵) لا = ۲اب/(ا + ب)

(۴۶) لا = ۲۱ ۲۴/۳۴ (۴۷) لا = ۳۶ (۴۸) لا = ۶ (۴۹) لا = ۳ (۵۰) لا = ۳

(۵۱) لا = ۶۵/۶۶

جواب امثلہ نمبری ۵ہ ح صفحہ ۱۶۵

(۱) لا = ۱ (۲) لا = ۱ (۳) لا = ۵ (۴) لا = ۴ ۱/۲ (۵) لا = — ۲/۵

(۶) لا = ۴ ۱/۲ (۷) لا = ۳ (۸) لا = ۷ (۹) لا = (اس - ح د)/(ح ر - ب اس)

(۱۰) لا = (ا^۲ - ب^۲)/(ب - ۲ا) (۱۱) لا = ۲ (۱۲) لا = ۷ (۱۳) لا = ن/(ن - ۱)

(۱۴) لا = ۴ ۱/۲ (۱۵) لا = ۴ (۱۶) لا = ۱۶ (۱۷) لا = (ا^۲ - ۲)/ا

(۱۸) لا = ۳ ۳/۱۶ (۱۹) لا = ۲/۷ (۲۰) لا = ۲ا (۲۱) لا = ۶ (۲۲) لا = ۱۲

(۲۳) لا = ۷ ۸/۱۱ (۲۴) لا = — ۳/۴ (۲۵) لا = ۱ (۲۶) لا = ۲ (۲۷) لا = ۳

(۲۸) لا = ۳ ۳/۸ (۲۹) لا = ۴ (۳۰) لا = ۴ (۳۱) لا = ۲/۵

(۳۲) لا = ا^۲(ب - ا)/ب(ب + ا) (۳۳) لا = ۱/۲ (۳۴) لا = — ۲/۳ ا

(۳۵) لا = ب/ا (ا - ب + ح) (۳۶) لا = — ۷/۸ (۳۷) لا = (ح^۲ - اب)/(ا + ب - ح)

(۳۸) لا = ۳ (۳۹) لا = ۴ا (۴۰) لا = ۲

امثلہ نمبری ۵۴ د صفحہ ۱۷۰

(۱) لا = ۱۳ (۲) لا = ۴ (۳) لا = ۴ (۴) لا = ۱۶ (۵) لا = ۲

(۶) لا = ۲۱ (۷) لا = ۲ (۸) لا = ۹ (۹) لا = ۴ (۱۰) لا = ۴

(۱۱) لا = ا/۴ (۱۲) لا = (ب − ا)²/۲ب (۱۳) لا = ۱/۳ (۱۴) لا = ۲ا/(ا+۲)

(۱۵) لا = ۹ (۱۶) لا = ۹/۲۰ (۱۷) لا = ۴ ا ب ج/(ا ب + ج) (۱۸) ۱/(ا − ۱)

(۱۹) لا = (ب² − ا²)/۲ب (۲۰) لا = ۴ا/۵ (۲۱) لا = ۲۵ (۲۲) لا = ۲۵

(۲۳) لا = ا/۳ (۲۴) لا = ۲۰ (۲۵) لا = ۹ (۲۶) لا = (ا ب/(ا − ب))²

(۲۷) لا = ۵ (۲۸) لا = ۲۱ (۲۹) لا = ۱/ا (ب − ن ج/(ن − ۱)) (۳۰) لا = ۴ن/(ن + ۱)²

(۳۱) لا = ۱۶/۲۵ (۳۲) لا = ۲۸۹/۸۶۴ (۳۳) لا = (ا/(ا + ۱))²

(۳۴) لا = ا(۲۵ ب² − ۱)/(۲۵ ب² + ۱) (۳۵) لا = ۹/۱۶ (۳۶) لا = ۷ا/۸

(۳۷) لا = ۶۴ (۳۸) لا = (ا² − ب²)/(۳ا) (۳۹) لا = (۸ا³ + ۱۵ا² ب + ۶ا ب² − ب³)/۲۷ب

(۴۰) لا = ۴ا(ا − ۱)

جواب امثلہ ۴۶ صفحہ ۱۸۲

(۱) ۳۶ (۲) ۱۰۰ (۳) ۷۰ (۴) ۲۸۰ (۵) ۱۰ (۶) ۳۱ اور ۱۷

(۷) ۳۰ اور ۱۰ (۸) ۲۷ روپیہ ۳۴ روپیہ ۳۲ روپیہ (۹) ۳۵ فیٹ (۱۰) ۳ روپیہ

(۱۱) ۶۰۰ روپیہ ۲۵۰ روپیہ (۱۲) ۲۰ اور ۳۰ (۱۳) ا کا حصہ = ۲۰۷ روپیہ اور ب کا حصہ = ۵۶۰ روپیہ (۱۴) ۳ ۲/۱۱ روپیہ (۱۵) ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸

(۱۶) ۳۵ برس ۲۲۵ برس (۱۷) ۳۰ دن (۱۸) ۲۰ دن (۱۹) ۱۲ روپیہ ۱۰ روپیہ ۶ روپیہ ۵ روپیہ (۲۰) ۲۷ میل (۲۱) ۵ ۵/۱۱ منٹ بعد ایک گھنٹے کے

(۲۲) ۳۵ اور ۷۵ بوتلیں (۲۳) ۱۴ میل فی گھنٹہ (۲۴) ۸ و ۱۲ و ۱۶

(۲۵) ۲۴۰ انڈے (۲۶) ۳ ۱/۴ گز (۲۷) ۶ گھنٹہ ۱۲ گھنٹہ ۹ گھنٹہ

(۲۸) ۷ ر و ۱۱ ر ۸ پائی (۲۹) ۲/۵ پینٹ (۳۰) ۱۹۳ اشرفیاں

(۳۱) عدد = ر ع ق/(ع و − ع ر + ق) (۳۲) ۱۸۰ جیو (۳۳) ۱۵۶ روز

(۳۴) ۱۴ بچے (۳۵) بڑے بیٹے کا حصہ ۳۲۵۰ روپیہ ۲۱۶۶ روپیہ ۱۰ر ۸ پائی ہر ایک چھوٹے بیٹے کو اور ہر ایک دختر کو ۱۰۸۳ روپیہ ۵ر ۴ پائی (۳۶) ۱۲ برس

(۳۷) ۵ روپیہ (۳۸) $۵\frac{۵}{۱۱}$ منٹ $۲۱\frac{۹}{۱۱}$ منٹ اور $۵۴\frac{۶}{۱۱}$ منٹ بعد ۷ بجے کے

(۳۹) $۲\frac{۱}{۵}$ میل (۴۰) ۳ گھنٹہ (۴۱) ۳۲ برس (۴۲) ۱۰۰ پونڈ

(۴۳) ۸ میل جلد چلنے والے کے مقام سے ۶ گھنٹہ (۴۴) ۱۵ ٹٹیاں

(۴۵) ۱۱ دن ۲۲ دن ۳۳ دن (۴۶) ۲۰ روپیہ ۷ آنہ ۶ پائی

(۴۷) حصے $\frac{ان}{(ن+۱)^۲} - ن$ اور $\frac{ان}{(ن+۱)^۲} + ن$ و $\frac{ا}{(ن+۱)^۲}$ و $\frac{ان^۲}{(ن+۱)^۲}$ و ۸۱ و ۲۱

(۴۸) کتے نے ۹۶۰ ذقند اور خرگوش نے ۱۲۰۰ ذقند (۴۹) ۱۸۰۰۰ آدمی

(۵۰) $\frac{۲ م ن (۲م + ن)}{۴ م^۲ + ۴ م ن - ن^۲}$ دن (۵۱) $\frac{م}{ا - ب}$ گھنٹہ (۵۲) $\frac{ع ب}{ا}(۱ + \frac{م + ن}{ن - ع})$ ، $\frac{ا}{م}$ کے ٹکڑے

جواب امثلہ نمبری ۷۴ صفحہ ۱۹۴

(۱) لا = ۱۶ دی = ۳۵ (۲) لا = ۳ دی = ۴ (۳) لا = ۸ دی = ۲

(۴) لا = ۳ دی = ۱ (۵) لا = ۱ دی = ۱- (۶) لا = ۴ دی = ۷

(۷) لا = ۳۴ دی = ۴۶ (۸) لا = ۷ دی = ۲ (۹) لا = ۳ دی = ۲

(۱۰) لا = ۷ دی = ۶ (۱۱) لا = ۲ دی = ۳ (۱۲) لا = $\frac{ب ج}{ا + ب}$ دی = $\frac{ا ج}{ا + ب}$

(۱۳) لا = $\frac{ن ج - ب ر}{ا ن - ب ع}$ دی = $\frac{ا ر - ع ج}{ا ن - ع ب}$ (۱۴) لا = $\frac{ر م + ب ن}{ا ر + ب ج}$ دی = $\frac{ا ن - ج م}{ا ر + ب ج}$

(۱۵) لا = $\frac{ا ج + ب ک}{ا^۲ + ب}$ دی = $\frac{ا ب - ج}{ا^۲ + ب}$ (۱۶) لا = $\frac{ا^۲ ب - ج}{ب^۲ + ا}$ دی = $\frac{ا ج + ب ج - ب^۳ ا^۲}{ب (ا + ب^۲)}$

(۱۷) لا = $\frac{ا ج + ب د}{ا^۲ + ب^۲}$ دی = $\frac{ب ج - ا د}{ا^۲ + ب}$ (۱۸) لا = ۲ دی = ۱-

(۱۹) لا = ۳ دی = ۵ (۲۰) لا = ۹ دی = ۱۲ (۲۱) لا = ۳۶ دی = ۱۸

(۲۲) لا = ۴۴ دی = ۳۱۶ (۲۳) لا = ۶ دی = ۱۲ (۲۴) لا = $۲\frac{۲}{۲۳}$ دی = $۵\frac{۱}{۲۳}$

(۲۵) لا = ۱ دی = ۲ (۲۶) لا = ۱۸ دی = ۱۴ (۲۷) لا = ۴ دی = ۹

(۲۸) ن = $\frac{ا ج (ب م + د ن)}{ا د + ب ج}$ دی = $\frac{ب د (ج ن - ا م)}{ا د + ب ج}$

(۲۹) لا = ۲۸ و ی = ۴۹ (۳۰) لا = $\frac{1}{5}$ دی = $\frac{1}{2}$ (۳۱) لا = ۳ دی = ۳

(۳۲) لا = ۴ و ی = ۳ (۳۳) لا = $\frac{۹۲}{۱۲۳}$ و ی = $\frac{۸۹}{۲۴۶}$

(۳۴) لا = ۱$\frac{1}{4}$ و ی = ۱$\frac{۱۳}{۲۱}$ (۳۵) لا = ۹۹ و ی = ۱۵ (۳۹) لا = $\frac{۸}{۱۲۰۵}$ و ی = $\frac{۲۰۳}{۶۸۴}$

(۴۰) لا = ۷ دی = ۱ (۴۱) لا = ۰۹۹ و ی = ۹۰ (۴۲) لا = ۴ و ی = ۵

(۴۳) لا = ۱$\frac{1}{۱۲}$ و ی = ۴

(۴۴) لا = $\frac{(اب + اج - بج) اب ج}{اب^2 + اج^2 - ب^2 ج^2}$ و ی = $\frac{(اج - اب - بج) اب ج}{ا^2 ب^2 + ا^2 ج^2 - ب^2 ج^2}$

(۴۵) لا = ۲۱ د ی = ۲۰ (۴۶) لا = و ی = ۲ (۴۷) لا = ۷ د ی = ۹

(۴۸) لا = ۵ و ی = ۴ (۴۹) لا = ۱۰ و ی = ۵ (۵۰) لا = ۷ د ی = ۴

جواب امثلہ نمبری ۴۸ صفحہ ۲۰۰

(۱) ۱۱ و ۹ (۲) $\frac{۴}{۲۱}$ (۳) زید کا روپیہ = ۳۵ د بکر کا روپیہ = ۴۵

(۴) ۵۶ روپیہ ۳۴ روپیہ (۵) ۱۸ اور ۱۲ (۶) ۵۳ (۷) ۶ منٹ اور ۴ منٹ

(۸) ۱۱ بیل ۲۴ بھیڑیں (۹) ۳ بیل ۲۱ بچھڑے (۱۰) ۱۱ گھنٹہ ۴۸ منٹ ۴۴ سکنڈ

۱۲ گھنٹہ ۲ منٹ ۴۴ ۴۳ (۱۱) ۵ اور ۶ (۱۲) ۴۳ بھیڑیں ۷ ۸ روپیہ ۸

(۱۳) ۱۰ اور ۳۰ (۱۴) ۶ اور ۴ (۱۵) ۲۴ (۱۶) موہن ۸۵ روپیہ سوہن ۵۴ روپیہ

(۱۷) موہن ۴۲ روپیہ بکر ۳۶ روپیہ (۱۸) ۶۰ میل (۱۹) ۱۰ گیلن ۴ گیلن

(۲۰) ۱۸۷ (۲۱) ۸ اور ۱۲ گیلن (۲۲) ۳۰ اور ۲۰ (۲۳) ۴ پیسے

(۲۴) ۲۵ بوتلیں اول میں سے اور ۷۵ بوتلیں دوسری میں سے (۲۵) ۲ سیب ۶۰ ناشپاتیاں

(۲۶) ۲۴ (۲۷) ۲۷۰۰ روپیہ ۹ آدمی (۲۸) ۲۱ گنی ۲۱ کرون

جواب امثلہ نمبری ۴۹ صفحہ ۲۰۴

(۱) لا = ۲۴ و ی = ۶ و ی = ۲۳ (۲) لا = ۳۵ و ی = ۳۰ و ی = ۴۵

(۳) لا = ۲ د ی = ۳ و ی = ۴ (۴) لا = ۷ و ی = ۱۰ و ی = ۹

(۵) لا = ۲۴ و ی = ۶۰ و ی = ۱۲۰ (۶) لا = ۱/۲ و ی = ۱/۳ و ی = ۱/۴ (۷) ۵۰، ۶۵ و ۷۵

امثلہ نمبری ۵۰ صفحہ ۲۰۷

(۱) لا = ±۱ (۲) لا = ±۱ (۳) لا = ۰ اور ۶/۷ (۴) لا = ۰ اور ۲/۷ (۵) لا = ±۲

(۶) لا = ۱۰ اور ۹ (۷) لا = ±۱/۲ (۸) لا = ±۱ (۹) لا = ±۸ (۱۰) لا = ±۱/۲

(۱۱) لا = ۰ اور ۴ (۱۲) لا = ±۲√-۱ (۱۳) لا = ±۶ (۱۴) لا = ±۹

(۱۵) لا = ۰ اور ۱/۳ (۱۶) لا = ±۵/۸ (۱۷) لا = ±√۳ (۱۸) لا = ±√(۲اب - ب۲)

(۱۹) لا = ±√۳/۲ (۲۰) لا = ±√۳/۲ (۲۱) لا = ±۲ا (۲۲) لا = ±√((ا-۲)/(ا+۴))

جواب امثلہ نمبری ۵۱ صفحہ ۲۱۳

(۱) لا = ۴ و -۱۰ (۲) لا = ۵ و -۳ (۳) لا = ۱ و -۵

(۴) لا = ۴ و -۱۴ (۵) لا = ۱۲ و -۴ (۶) لا = ۶ و -۱۸

(۷) لا = ۸ و -۲ (۸) لا = ۶ یا -۲ (۹) لا = ۲۰ یا -۲۶

(۱۰) لا = ۹ یا -۱۵ (۱۱) لا = ۳ یا -۱ (۱۲) لا = ۱۷ یا -۱۸

(۱۳) لا = ۱/۵ یا -۱ (۱۴) لا = -۶ ± ۲√-۱ (۱۵) لا = ۸ یا -۳

(۱۶) لا = ۱۲ یا -۱ (۱۷) لا = ۴ یا -۲۱ (۱۸) لا = ۴ یا -۳۵

(۱۹) لا = ۸ یا -۱ (۲۰) لا = ۴ یا -۷ (۲۱) لا = ۵ یا -۴ ۱/۲

(۲۲) لا = ۳ یا -۴ ۲/۳ (۲۳) لا = ۱۲ یا -۱ (۲۴) لا = ۱۰ یا -۱

(۲۵) لا = ۱ ± √-۱ (۲۶) لا = ۴ا ± √(۳ب۲ + ۱۶ا۲) (۲۷) لا = ۴ یا -۲ ۱/۳

(۲۸) لا = ۱۰ ± √(۱۰۰ + ا) (۲۹) لا = ۱ یا -۳ ۱/۲ (۳۰) لا = ۵/۲

(۳۱) لا = ۱ ۱/۲ یا -۵/۶ (۳۲) لا = ۱۴ یا -۱ (۳۳) لا = (-۲ ± √۱۲۹)/۵

(۳۴) لا = ۳/۲ یا ۲/۳ (۳۵) لا = ۱۲ یا -۱۰ ۱/۲ (۳۶) لا = -ا۵/۲ ± √(۲۵ا۲ + ۴ج)/۲

(۳۷) لا = ۱۲ یا -۲ (۳۸) لا = ۴ ۱/۲ یا ۱/۲ (۳۹) لا = ۲ یا ۱

(۴۰) لا = $\frac{۳}{۲}$ یا $-\frac{۱}{۲}$ (۴۱) لا = $\frac{۵}{۲}$ یا -۳ (۴۲) لا = ۱۲ یا -۳

(۴۳) لا = $\frac{-ب + \sqrt{ب^۲ - ۴ ا ج}}{۲ ا}$ یا $\frac{-ب - \sqrt{ب^۲ - ۴ ا ج}}{۲ ا}$ (۴۴) لا = ۹ یا ۷

(۴۵) لا = ۲ یا ۱ (۴۶) لا = $\frac{۳ + \sqrt{۴۷}}{۱۴}$ یا $\frac{-۳ - \sqrt{۴۷}}{۱۴}$

(۴۷) لا = $\frac{۱۹ + \sqrt{۹۲۷۹}}{۲۰}$ یا $\frac{۱۹ - \sqrt{۹۲۷۹}}{۲۰}$ (۴۸) لا = $\frac{ب}{ا}$ یا $-\frac{د}{ج}$

(۴۹) لا = ۷ یا -۵ (۵۰) لا = ۵ ا یا ۱۲ ا (۵۱) لا = $\pm \frac{\sqrt{ا ب ج} - ا ب}{ج - ب}$

(۵۲) لا = ۱۱ یا ۸ (۵۳) لا = ب یا $-$ا (۵۴) لا = ۲ ا یا $\frac{ا}{۲}$

(۵۵) لا = ۱ $\pm \sqrt{ا - ب + ۱}$ (۵۶) لا = ۹ یا -۳ (۵۷) لا = ۲ یا -۱

(۵۸) لا = $\frac{ج + \sqrt{۴ ا ج + ج}}{۲(ا + ب)}$ یا $\frac{ج - \sqrt{۴ ا ج + ج}}{۲(ا + ب)}$

(۵۹) لا = ۴ یا $-\frac{۲۹}{۹}$ (۶۰) لا = $\frac{۳}{۴}$ یا $\frac{۳}{۱۰}$

جواب امثلہ نمبری ۱۵ ب صفحہ ۲۱۷

(۱) لا = ۶ یا $-۱۰\frac{۱}{۲}$ (۲) لا = $\frac{۱}{۴}$ (۳) لا = $\frac{۱}{۲}$ یا $-\frac{۱۲}{۱۱}$

(۴) لا = ۷ یا $\frac{۵}{۹}$ (۵) لا = $۲\frac{۱}{۲}$ یا $-\frac{۱}{۲}$ (۶) لا = $۱\frac{۱}{۳}$ یا $-۱\frac{۱}{۲}$

(۷) لا = ۷ یا $-\frac{۷}{۹}$ (۸) لا = ۲۵ یا ۱ (۹) لا = ۶ یا $\frac{۱}{۲}$

(۱۰) لا = ۵ یا $۶\frac{۲}{۱۰}$ (۱۱) لا = ۵ یا $\frac{۱۱}{۱۲}$ (۱۲) لا = ۳ یا $-\frac{۱}{۲}$

(۱۳) لا = ۱۴ یا -۱۰ (۱۴) لا = $\frac{-۶۵ \pm \sqrt{۱۰۹۴۵}}{۸}$ (۱۵) لا = ۳ یا $-\frac{۷}{۳}$

(۱۶) لا = ۳۶ یا ۱۲ (۱۷) لا = $۱\frac{۵}{۱۸}$ یا $-\frac{۵}{۳}$ (۱۸) لا = ۷ یا ۶

(۱۹) لا = ۷ یا ۳ ۸ (۲۰) لا = ۷ یا $-\frac{۱}{۷}$ (۲۱) لا = ۱ $\pm \sqrt{۱ - ۹}$

(۲۲) لا = $\frac{۳۹}{۴}$ یا $\frac{۱}{۲}$ (۲۳) لا = ۴ یا $-\frac{۲۹}{۹}$ (۲۴) لا = $۱\frac{۳}{۴}$ یا ۱

(۲۵) لا = ۳ یا $\frac{۱}{۵}$ (۲۶) لا = $\frac{۳ \pm \sqrt{۴۵}}{۲}$ (۲۷) لا = ۳ یا -۵

(۲۸) لا = ۱۰ یا $-۱\frac{۳}{۷}$ (۲۹) لا = ۱۴ $\pm \sqrt{۲۱۶}$ (۳۰) لا = $\frac{ب}{ا + ب}$ یا $-\frac{ا}{ا + ب}$

(۳۱) لا = ۳ یا $-\frac{۴}{۵}$ (۳۲) لا = ۴ یا $-۲\frac{۵۶}{۹۷}$ (۳۳) لا = ۲۹ یا -۱۰

(۳۴) لا = ۱۱ یا −۵۴ (۳۵) لا = ۶ یا −۹ ۴/۷ (۳۶) لا = −۵/۲ ± √۲۹/۲

(۳۷) لا = ۹ یا −۳ ۱/۲ (۳۸) لا = (−۵ ± √۱۹)/۲ (۳۹) لا = ۱ یا −۴۰/۴۷

(۴۰) لا = (−۱۱ ± √۱۳)/۶ ا

امثلہ نمبری ۵۱ صفحہ ۲۱۹

(۱) لا = ۴ ۱/۴ یا ۱/۴ (۲) لا = ۳ یا ۵/۷ (۳) لا = ۱ یا −۳

(۴) لا = ۲۵ یا ۳ (۵) لا = ۴ یا ۲۱ (۶) لا = ۴ یا −۱

(۷) لا = ۹ یا −۱۸/۵ (۸) لا = ۱ یا ۱/۱۲

(۹) لا = (−(ا − ب) ± √((ا + ب)^۲ − ۴ج))/۲ (۱۰) لا = ا یا −۳/۴ ا

(۱۱) لا = ۴ یا −۲۵ (۱۲) لا = (ب − ا ± √(ا^۲ + ۲ اب − ب))/۲

(۱۳) لا = ا یا ۱/ا (۱۴) لا = ۴ ا یا ۳ ا

(۱۵) لا = (ب ± √(ب^۲ − ۴ اج))/۲ (۱۶) لا = ا/۴ (۱ ± √۵)

امثلہ نمبری ۵۲ صفحہ ۲۲۱

(۱) لا = ± ۳ یا ± √(۱۱/۲) (۲) لا = ± ۳ یا ± √−۱۵

(۳) لا = ± ۴ یا ± √−۳ (۴) لا = ± ۱۱ یا ± √(−۳۶۵/۳)

(۵) لا = √۳۸ یا ± ۵ (۶) √۳ − √۸۱ یا ۳

(۷) لا = ± √(± √۳) یا ± √(± √−۶) (۸) لا = ((م ± √(م^۲ + ۴ع))/۲)^(۱/ن)

(۹) لا = ۹ یا ۸۱ (۱۰) لا = ۴ یا ۱

(۱۱) لا = (ا ± √(ا^۲ + ب))^(۱/ن) (۱۲) لا = ۱۶۳/۴۵ یا ۰

جواب امثلہ نمبری ۵۳ صفحہ ۲۲۴

(۱) ۱۲ اور ۲۰ (۲) ۲۴ اور ۶ (۳) ۱۷ اور ۱۱ (۴) ۹ اور ۱۳

(۵) ۱۰ اور ۱۲ (۶) ۱۳۰ مربع گز (۷) م(۳ ± √۵)/۲ اور (م(۱ ± √۵))/۲

(۸) ۹ (۹) ۴۰۰ اور ۳۰ (۱۰) ۱۲ اور ۸ (۱۱) ۴۰ روپیہ

(۱۲) ۱۸ ار (۱۳) ۵ (۱۴) ۱۱۷ میل اور ۱۳۳ میل (۱۵) ۳ روپیہ ۳۳ روپیہ

(۱۶) ۱۶ میل (۱۷) ۱۵ بھیڑین (۱۸) ۱۲ درجن یا ـ ۱۵ درجن (۱۹) ۳۶۹ آدمی

(۲۰) ۶ میل اور ۹ میل (۲۱) ۱۳۰ زید اور ۸۰ بکر (۲۲) ۱۰ ± √۵

جواب امثلہ نمبری ۵۴ ا صفحہ ۲۲۸

(۱) لہ = ۲ یا ـ ۱/۲۴ و ی = ۳ یا ۳/۵ (۲) لہ = ۵ یا ـ ۹ ۱/۴ وی = ۳ یا ـ ۶ ۱/۴

(۳) لہ = ۱/۲ یا ۱/۲۴ و ی = ۲۴/۳ یا ۱/۲

(۴) لہ = ج/۲ا ± ۱/۲ا √(ج۲ ـ ۴ ا ب رس) وی = ج/۲ب ∓ ۱/۲ب √(ج۲ ـ ۴ ا ب رس)

(۵) لہ = ۴ یا ـ ۴۶/۱۷ و ی = ۲ یا ۳۸۶/۱۷

(۶) لہ = ۵ یا ۳/۴ وی = ۳ یا ـ ۵/۴ (۷) لہ = ۱ یا ـ ۲ ۳/۴ وی = ۱ یا ۳ ۵/۷

(۸) لہ = (۵ ± √۱۵)/۲ و ی = (۵ ∓ √۱۵)/۲ (۹) لہ = ۲ و ی = ۲

(۱۰) لہ = ۴ یا ۴۶/۴ و ی = ۵ یا ۳۰/۷ (۱۱) لہ = ۴ و ۳ و ۳ ± √۲۱ یا ی = ۲ و ۴ و ۳ ± √۲۱

(۱۲) لہ = ۵ یا ۱/۱۰ و ی = ۳ یا ـ ۳/۱۰

جواب امثلہ نمبری ۵۴ ب صفحہ ۲۳۲

(۱) لہ = ± ۶ یا ± ۱/√۲ (۲) لہ = ± ۸ و ی = ± ۲

ی = ± ۵ یا ∓ ۱/√۲

(۳) لہ = ± ا/√(ا+ب) (۴) لہ = ± ۶ و ی = ± ۴

ی = ± ب/√(ا+ب)

(۵) لہ = ± ۶ یا ± ۱۰۲ (۶) لہ = ± ۱ یا ± ۳/۲ √۲

ی = ± ۵ یا ∓ ۵۹ یا = ± ۲ یا ± ۵/۲ √۲

جواب امثلہ نمبری ۵۴ ج صفحہ ۲۳۳

(۱) لا = ۵ یا −۳ (۲) لا = ۳ یا ۵
ی = ۳ یا −۵ ی = ۵ یا ۳

(۳) لا = ت ± √(ت² − ۴ب) / ۲ (۴) لا = ۴ یا −۳

ی = ت ± √(ت² − ۴ب) / ۲ ی = ۴ یا −۴

(۵) لا = ۱۶ یا ۴ و ی = ۴ یا ۱۶ (۶) لا = ۳ یا ۲ و ی = ۲ یا ۳

(۷) لا = ۹ یا ۱ و ی = ۱ یا ۹ (۸) لا = ۴ یا −۳ و ۱ ± √(−۱۵)
ی = ۳ یا −۴ یا −۱ ± √(−۱۵)

جواب امثلہ نمبری ۵۴ صفحہ ۲۳۲

(۱) لا = ۳ یا ۳ ۱۹/۲۵ (۲) لا = ۶ ۳ و −۴ ½ یا −۹ (۳) لا = ± ۵ یا ± ۱۶ √(۱/۲)
ی = ۲ یا ۱۹/۲۵ ی = ۶ و −۹ یا −۴ ½ ی = ± ۳ یا ± ۹ √(۱/۲)

(۴) لا = ۲ یا ۴ و ی = ۳ یا ۱/۲ (۵) لا = ± ۶ ی = ± ۳ (۶) لا = ۳ و ۲ ± ۲/۳ [√۱۰ − ۲]

(۷) لا = ± ۸ ی = ± ۲ (۸) لا = ۵ یا ۱ ۱/۲ ی = ۲ یا ۱/۲ ی = ۲ و ۳ یا ± ۲/۳ [√۱۰ − ۲]

(۹) لا = ± ۴ ی = ± ۳

(۱۰) لا = ± ۲ یا ± ۱ (۱۱) لا = ۵ و ی = ۴ (۱۲) لا = ± ۲ ی = ± ۳
ی = ± ۱ یا ± ۲

جواب امثلہ نمبری ۵۵ صفحہ ۲۳۳

(۱) ۱۳ و ۴ (۲) ۲۳ (۳) ۱۶ و ۸ (۴) ۲۷ (۵) ۷۸

(۶) ۱۰ اور ۱۵ (۷) ۲ اور ۴ (۸) ۶ اور ۱ (۹) موہن ۲ ½ میل سوہن ۳ میل فی گھنٹہ

(۱۰) بیل کی قیمت = ۱۵۰ روپیہ قیمت ہر بھیڑ کی = ۳۰ روپیہ

جواب امثلہ نمبری ۵۶ صفحہ ۲۴۱

اول (۱) ۱۰ : ۳ (۲) نسبت مساوات (۳) ا + ۲ ب : ا + ب

(۴) کسر کی تبدیل نہیں ہوئی (۴) گھٹ گئی

(۵) ۳ : ۲ و (ا + لا) : لاح و ۷۵ : ۸

(۶) سہ نسبت کبریٰ غیر مساوی (۷) (۱) ۳۰ : ۲۷ (۲) ۱۰۰۱ : ۱۰۰۰

(۸) حصہ ۲ گیلن ا سے اور ۱۴ گیلن ب سے

جواب امثلہ نمبری ۵۷ صفحہ ۲۵۱

(۱) $\frac{۶۵}{۱۶}$ ۱۵۰۵ (۲) ۴۵ و نہیں تا ن و نہیں و نہیں (۵) د = ۲۴ و س = ۵۴

(۱) (۱) لا = ۷ ، ی = ۴ (۲) لا = ۱۶ یا ۴۰ ، ی = ۲۵ یا ۵ (۳) لا = ± ۱۵ ، ی = ± ۶

(۴) لا = ± ا $\sqrt{\frac{م + ن}{ن + م}}$ و ی = ± ا $\sqrt{\frac{م - ن}{(م + ن)}}$

(۱۲) $\frac{ب م - ا ن}{م + ن}$ (۱۳) ۲۴ و ۳۲ (۱۴) ۸۰ و ۲۰

(۱۵) ۱۸ اور ۲۷ (۱۶) ۱۱ روپیہ ۹ آنہ ۶ پائی اور ۲ روپیہ ۲ آنہ ۶ پائی اور ۱ ایک روپیہ ۴

جواب امثلہ نمبری ۵۸ صفحہ ۲۶۱

(۱) ی = ۴ (۲) ی = ۴ (۳) ب = ۲ $\frac{۱}{۲}$ (۴) ا = ۱ (۸) $\frac{ب ج}{ا}$

(۱۰) مقدار معین = $\frac{م - ا}{ن - ب}$ (۱۱) ی = لا + ۲ لا۲ (۱۳) م = ۱

(۱۴) ۴ $\frac{۱۱۹}{۲۸۸}$ مربع فٹ (۱۵) حجم = ۹۶۰ مکعب انچ (۱۶) ۱۴۳

جواب امثلہ ۵۹ ا صفحہ ۲۶۳

(۲) (۱) لا = ۸ (۲) لا = $\frac{ا (۲ ± \sqrt{۷۷})}{۹}$ (۳) لا = ۳ یا ۲ ، ی = ۲ یا ۳

(۴) لا = ± $\frac{\sqrt{ج} (ا + ب)}{۲ \sqrt{ا ب}}$ و ی = ± $\frac{\sqrt{ج} (ا - ب)}{۲ \sqrt{ا ب}}$

(۳) زید پاس ۳ روپیہ بکر پاس ۵ روپیہ عمر پاس ۱ روپیہ (۶) ی = ۲ لا + $\frac{لا}{۲}$

جواب امثلہ نمبری ۵۹ ب صفحہ ۲۶۴

(۲) (۱) لا = $\frac{۱}{۲}$ یا $-۴ \frac{۱}{۲}$ (۲) لا = ۱

(۳) لا = ± ۴ یا ± $\frac{۱۷}{۱۹}$ و ی = ± ۱ یا ± $\sqrt{\frac{۱۳۰۳۲}{۶۱۱}}$

(۴) لا = ۔ ا ± $\sqrt{۴ - ۳ ا}$ یا ۰

(۳) ۴ میل فی گھنٹہ اور ۱ میل ایک گھنٹہ (۵) ۶ اور ۸

(۶) ۳ لا ی = $\frac{ا ب}{ا + ب}$ (ا لا۲ + ب ی۲) (ص) ۵

جواب امثلہ نمبری ۵۹ ج صفحہ ۲۶۶

(۱) ۶ لا² — ۱۹ — ۲۰ = ۰ لا² — ۲ لا = ۰ لا² + ۴ لا + ۳ = ۰

(۱) لا = ۹ یا ۴ (۲) لا = ± ۴ (۳) لا = ۴ وی = ۲ (۲) لا = $\frac{(ا + ب) ب}{۲ (ا - ب)}$

(۳) سہ ۴۰ آدمی (عمہ) ۱۳/۱ بعد گھنٹہ (۴) ۳۰ چلنے والون

(۵) وہ تناسب تھتن م اور ن مربع فیٹ سطحون مین ہین (۶) صہ ۲

جواب امثلہ نمبری ۵۹ صفحہ ۲۶۷

(۱) ۸۹۷۳ : ۸۹۵۸ (۲) ۴۰

(۳) (۱) لا = ۴ (۲) لا = ± ۲ د ۲ = ± ۳ (۳) لا = ۴ ۶ وی = ۲۷ وی = ۱۴

(۶) زید پاس ۵۰ روپیہ بکر پاس ۱۶ روپیہ ۱۰ ۸ پائی

جواب امثلہ نمبری ۶۰ صفحہ ۲۷۱

(۱) ۱۳ و ۱۹ و ۴۵ (۲) ۱۷ و ۳۳ و ۸۰ (۳) ۲ و — ۷ و ۱۷ — ۳ ن

(۴) ۴ $\frac{۱}{۳}$ د ۶ و $\frac{۲ن + ۵}{۳}$ (۵) ۱ $\frac{۱}{۴}$ د ۳ $\frac{۱}{۸}$ و $\frac{ن + ۲}{۱۶}$

(۶) ۳ $\frac{۲}{۳}$ د ۹ $\frac{۱}{۳}$ د $\frac{۵ن - ۴}{۳}$ (۷) ۱۷ د ۳۸ و ۲ن — ۷

(۸) — ۱ $\frac{۱}{۶}$ د — ۵ $\frac{۱}{۶}$ د $\frac{۱ - ۲ن}{۶}$ (۹) $\frac{ن - ۵}{ن}$ و ۰ و $\frac{ن + ۵}{۲ن}$

(۱۰) ا² — ۸ ا لا + لا² و ا² — ۱۸ ا لا + لا² و ا² — ۲ (ن — ۳) ا لا + لا²

جواب امثلہ نمبری ۶۱ صفحہ ۲۷۳

(۱) ۱۵۵ و ۳۴۵ (۲) ۲۴۰ و ۴۲۰ (۳) ۳۰۰ و ۱۲۷۵ (۴) ۱۰۰۰ و ن²

(۵) ۳۶۳ و ۲۷۰۰ (۶) $\frac{۵ن² - ن}{۲}$ و ۲۵۴۵

(۷) ۲۴ $\frac{۱}{۲}$ و ۱۳۵ (۸) ۲۷۵ و $\frac{ن(۲ن + ۶۳)}{۴}$ (۹) ۱۶ $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{ن(ن + ۳)}{۸}$

(۱۰) ۳۳۶ $\frac{۲}{۳}$ و ۱۰۲۶ $\frac{۲}{۳}$ (۱۱) — ۱۵ و — ۱۳۰ (۱۲) — ۱۰۵ و — ۱۰۸

(۱۳) ۱۶ و ن² — ۶ن (۱۴) ۸۰۰ و ۸۸۴ (۱۵) ۰ و — ۲ $\frac{۱}{۲}$

(۱۶) — ۲۷۵ و $\frac{ن (۱۵ — ۷ن)}{۲}$ (۱۷) ۰ و — ۳۱۲ $\frac{۱}{۲}$ (۱۸) — ۸۴ و $\frac{ن (۵ن — ۱۶)}{۳۰}$

(۱۹) −۴۱ ۱/۶ و $\frac{۴ن + ۵ − ن^۲}{(۲۰)}$ ع^۲ − ع + ۲ ع لا / ۲ و لا (۳ لا − ۱) / ۲

(۲۱) $\frac{(ن − ۴)^۲}{ن}$ و $\frac{ن − ۱}{۲}$ (۲۲) ن [ا^۲ + لا^۲ − (ن − ۳) ا لا]

(۲۳) $\frac{۲ن^۲ + ن − ۳}{۲}$ (۲۴) [ن ا − $\frac{(ن + ۱)}{۲}$ ب] $\frac{ن}{ا + ب}$

(۲۵) [(ن + ۱) ا + (ن − ۳) ب] ن/۲

جواب امثلہ نمبری ۶۱ ب صفحہ ۲۷۶

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۲۰ (۴) ۸ یا ۱۹ (۵) ۶۰ (۶) ۱۳ یا ۷

جواب امثلہ نمبری ۶۲ صفحہ ۲۷۷

(۱) ۳ و −۱ و ۲ ۲/۳ و ۳ ۵/۴۸ و $\frac{ن − ۱}{ن}$ و ا^۲ + لا^۲

(۲) ۳ ۴۳ و ۳ ۲۹ و ۳ ۴۳ و ۳ ۳۹ و ۱۰ و ۱۷ و ۲۴ و ۳۱ و ۳۸ و ۴۵ و ۵۲ و −۳ و −۲ و −۶ و −۱۰ و −۱۴

(۳) ۳ ۱/۲ و ۲ و ۸ ۱/۲ و ۴/۵ و ۳/۵ و ۳/۵ و ۱/۵ و ۰ و −۱/۵ و −۲/۵ و −۳/۵ و −۴/۵

جواب امثلہ نمبری ۶۳ صفحہ ۲۸۱

(۱) ۵۶ اگنا (۴) ۴ و ۵ و ۶ (۵) ۲۲۰۹ روپیہ (۶) ۳ ۴۳ ۱۰ روپیہ ۱۱ ۰

(۷) ۴۰۲۷ روپیہ ۱۰۳ روپیہ (۸) ۳ و ۵ و ۷ (۹) ا و ۳ و ۵ و ۷

(۱۰) −۳ و −۱ و ۱ و ۳ (۱۱) ۵ و ۷ و ۹ و ۱۱ یا ۳ و ۵ و ۷ و ۹ و ۱۱ و ۱۳

(۱۲) ۸ گھنٹہ مین (۱۳) ۲ و ۵ و ۸ و ۱۱ و ۱۴ (۱۴) اگر م اور ن وین رقمین م و ن ہون تو ع وین رقم $\frac{ع}{۲}$. $\frac{(۲م − ع − ۱) ن − (۲ن − ع − ۱) م}{م − ن}$

(۱۵) −۵ اور ۵ (۱۹) ۸ و ن (۲۰) ۶۳ برس

جواب امثلہ نمبری ۶۴ صفحہ ۲۸۶

(۱) $\frac{۱}{۳۲}$ و $\frac{۱}{۲^{ن − ۱}}$ (۲) $\frac{۱۰۲۴}{۱۵۶۲۵}$ و $\frac{۲^{ن + ۱}}{۵^{ن − ۱}}$

(۳) −۲^{۱۲} و ± $\frac{۲^{ن − ۱}}{۳^{ن − ۱}}$ جب ن کی جفت ہو اور جب ن طاق ہو منفی

(۴) ۸/۲۷ و ± $\frac{۲^{ن − ۱}}{۳^{ن − ۱}}$ + جب ن جفت ہو اور − جب ن طاق ہو

جواب امثلہ نمبری ۶۵ صفحہ ۲۸۸

(۱) ۱۶۳۸۳ (۲) ۵۴۶۱ (۳) ۱۶۴ $\frac{۲۴}{۲۵}$ (۴) ۱۵ $\frac{۶۴۸۷}{۶۵۵۳۶}$

(۵) ۶۳ــ (۶) ۵ $\frac{۳۹۴}{۷۲۹}$ (۷) ۱۱۳ $\frac{۱۶۹}{۵۱۲}$ (۸) ۱ $\frac{۱۰۹۳}{۲۱۸۷}$

(۹) ۱ $\frac{۷}{۲۸}$ (۱۰) $\frac{۱۳۳}{۴۸۶}$ (۱۱) ــ ۳۹ $\frac{۳۷}{۸۰}$ (۱۲) ــ $\frac{۲۰۳}{۴۰}$(۲ــ۳)

(۱۳) ــ $\frac{۹۹۹۹ (۲\sqrt{۳})}{(۵\sqrt{۲}+۲\sqrt{۵})}$ (۱۴) $\frac{س^ن - (۴-)^ن}{س^ن \times ۱۴}$ (۱۵) $\frac{۱ - \frac{ن^ن}{۳^ن}}{۳ - ن}$

(۱۶) $\frac{۱ - \frac{۱}{س^ن}}{۱ - \frac{س}{۲}}$ (۱۷) $\frac{س^ن - (۲-)^ن}{(۱ - س^ن) \times ۵}$ (۱۸) ــ $\frac{۷}{۴}$ ، $\frac{س^ن - (۱-)^ن}{۲ - س^ن}$

(۱۹) $\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$ ، $\frac{۱ - \sqrt{۲}^{ن}}{۱ - \sqrt{۲}}$ (۲۰) $\frac{۱}{۲\sqrt{۶}\,لا}$ ، $\frac{\frac{ن}{۲}(لا ۳)}{\frac{۱}{۲}(لا ۳)}$ ــ $\frac{\frac{ن}{۲}(لا ۲)}{\left[\frac{۱}{۲}(لا ۲) - \frac{۱}{۲}(لا ۳)\right]}$

جواب امثلہ نمبری ۶۶ صفحہ ۲۹۰

(۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) ۴ (۳) ۴ $\frac{۱}{۴}$ (۴) ۲ $\frac{۱}{۲۸}$ (۵) $\frac{۱}{۹}$ (۶) ۱۰ $\frac{۱}{۸}$

(۷) $\frac{۴}{۱۵}$ (۸) $\frac{۳}{۲}\sqrt[۳]{۲}$ (۹) $\frac{۳(لا+۱)}{(لا-۱)(لا-لا^{۴})}$ (۱۰) $\frac{س\frac{۳}{۲}}{۲\sqrt{۲}\,لا\,[لا\sqrt{۲} - س\sqrt{۲}]}$

جواب امثلہ نمبری ۶۷ صفحہ ۲۹۳

(۱) ± ۶ و ± $\frac{۸}{۹}$ و ± لا و ± (ا + ب) (۲) ۱۶ اور ۶۴ و $\frac{۷}{۲۸}$ و $\frac{۸}{۹}$ و ۳ــ

اور + ۱ و $\frac{\sqrt{۵}}{لا}$ اور $\frac{\sqrt{۳}}{۲لا}$ (۳) ± ۲ و ۸ و ± ۳۲ و ± ۵ و ۲۵ و ± ۱۰

جواب امثلہ نمبری ۶۸ صفحہ ۲۹۵

(۱) ۲ و ۱۰ و ۵۰ (۲) ۱۲۰ روپیہ ۶۰ روپیہ ۳۰ روپیہ

(۳) ۳ و ۶ و ۱۲ (۴) ۱ و ۵ و ۲۵ (۵) ۱ و ۴۹

(۶) ۱ و ۳ و ۹ (۹) $\frac{ا}{ا - ب}$ (۱۱) ۱ + $\frac{۱}{۲}$ + $\frac{۱}{۲۸}$ + وغیرہ

جواب امثلہ نمبری ۶۹ صفحہ ۲۹۸

(۱) $\frac{۷}{۹}$ و $\frac{۷}{۸}$ و ا و ا $\frac{۱}{۶}$ و ا $\frac{۱}{۵}$ و ا $\frac{۱}{۳}$ و ۲ و ۳ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱۵}{۱}$

$\frac{۵}{۱۳}$ و $\frac{۵}{۱۴}$ و $\frac{۵}{۱۷}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۵}{۱۳}$ و $\frac{۵}{۱۲}$ و $\frac{۵}{۱۴}$ و $\frac{۵}{۱۱}$

جواب امثلہ نمبری ۷۰ صفحہ ۲۹۹

(۱) ۲ $\frac{۲}{۵}$ و ۳ و $\frac{۶}{۵}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۶}{۱۱}$ و $\frac{۳}{۷}$ و $\frac{۶}{۱۷}$ و $\frac{۳}{۱۰}$

(۲) $\frac{۶}{۵}$ و $\frac{۳}{۲}$ و ۲ و ۳ و ۶ و ∞ و −۶ و ۲۴

جواب امثلہ نمبری ۱ کے صفحہ ۳۰۰

(۱) $-\frac{۱}{۴}$ و $-\frac{۱}{۲}$ و ∞ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۶}$ وغیرہما یا $\frac{۵}{۱۱}$ و $\frac{۵}{۴}$ و $\frac{۵}{۱۷}$ و $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۵}{۳}$ و $-\frac{۵}{۴}$ وغیرہما

(۲) $\frac{اب}{۲ا-ب}$ و $\frac{اب}{۳ا-۲ب}$ و $\frac{اب}{۴ا-۳ب}$ وغیرہ (۳) ۱۰۴ اور ۲۳۴

جواب امثلہ نمبری ۲ کے صفحہ ۳۰۳

(۱) ۲۱۰ و ۵۰۴۰ (۲) ۳۶۲۸۸۰ (۳) ۶ (۴) ۴

جواب امثلہ نمبری ۳ کے صفحہ ۳۰۵

(۱) ۷۵۵۰ و ۱۰۰۸۰ و ۳۳۶۰ و ۵۰۴۰ (۲) ۶۰ و ۱۴۴۰۰ و ۱۴۴ و $\frac{ن(ن-۱)\cdots(ن-ر+۱)}{۱\times۲\cdots ر}$

جواب امثلہ نمبری ۴ کے صفحہ ۳۰۶

(۱) ۳۳۰ و ۴۶۳ و ۵۵ (۲) ۱۵۵۰۴ (۳) ۲۵۲ و ۱۲۶ و ۲۱ (۴) ۱۲ (۵) ۷

(۶) ۳۰۰ ۲۳۰ و ۲۴ ۱۸۴ (۷) ۵۲ (۸) ۱۱۶۲۸۰

(۹) ۲۰۰۰ ۴۳۰۹ (۱۰) $\frac{۱}{۶}$ م (م−۱)(م−۲)

جواب امثلہ نمبری ۵ کے صفحہ ۳۰۸

(۱) ۶۳ (۲) ۹

جواب امثلہ نمبری ۶ کے صفحہ ۳۰۹

(۱) ۳۰ (۲) ۳۱ یا ۳۲

جواب امثلہ نمبری ۷ کے صفحہ ۳۱۵

(۱) ۱ + ۴لا + ۶لا^{۲} + ۴لا^{۳} + لا^{۴}

ا^{۷} + ۷ا^{۶}لا + ۲۱ا^{۵}لا^{۲} + ۳۵ا^{۴}لا^{۳} + ۳۵ا^{۳}لا^{۴} + ۲۱ا^{۲}لا^{۵} + ۷الا^{۶} + لا^{۷}

ا^{۹} − ۹ا^{۸}لا + ۳۶ا^{۷}لا^{۲} − ۸۴ا^{۶}لا^{۳} + ۱۲۶ا^{۵}لا^{۴} − ۱۲۶ا^{۴}لا^{۵} + ۸۴ا^{۳}لا^{۶} − ۳۶ا^{۲}لا^{۷} + ۹الا^{۸} − لا^{۹}

۱ − ۸ لا + ۲۸ لا^{۲} − ۵۶ لا^{۳} + ۷۰ لا^{۴} − ۵۶ لا^{۵} + ۲۸ لا^{۶} − ۸ لا^{۷} + لا^{۸}

(۲) ۱ + ۲۰ لا + ۱۶۰ لا^{۲} + ۶۴۰ لا^{۳} + ۱۲۸۰ لا^{۴} + ۱۰۲۴ لا^{۵}

و^{۶} − ۱۸ و^{۵} لا + ۱۳۵ و^{۴} لا^{۲} − ۵۴۰ و^{۳} لا^{۳} + ۱۲۱۵ و^{۲} لا^{۴} − ۱۴۵۸ و لا^{۵} + ۷۲۹ لا^{۶}

۱ + ۲ لا + $\frac{۳ لا^{۲}}{۲}$ + $\frac{لا^{۳}}{۲}$ + $\frac{لا^{۴}}{۱۶}$

۱ − $\frac{۵ لا}{۴}$ + $\frac{۵ لا^{۲}}{۸}$ − $\frac{۵ لا^{۳}}{۳۲}$ + $\frac{۵ لا^{۴}}{۲۵۶}$ − $\frac{لا^{۵}}{۱۰۲۴}$

(۳) ۱۶ لا^{۴} − ۹۶ لا^{۳} ی + ۲۱۶ لا^{۲} ی^{۲} − ۲۱۶ لا ی^{۳} + ۸۱ ی^{۴}

ح^{۹} − ۹ ح^{۶} ی + ۲۷ ح^{۳} ی^{۲} − ۲۷ ی^{۳}

۲۴۳ ا^{۵} ح^{۵} − ۸۱۰ ا^{۴} ح^{۴} ب د + ۱۰۸۰ ا^{۳} ح^{۳} ب^{۲} د^{۲} − ۷۲۰ ا^{۲} ح^{۲} ب^{۳} د^{۳} + ۲۴۰ ا ح ب^{۴} د^{۴} − ۳۲ ب^{۵} د^{۵}

۷۲۹ − ۷۲۹ لا ی + $\frac{۱۲۱۵}{۴}$ لا^{۲} ی^{۲} − $\frac{۱۳۵}{۲}$ لا^{۳} ی^{۳} + $\frac{۱۳۵}{۱۶}$ لا^{۴} ی^{۴} − $\frac{۹}{۱۶}$ لا^{۵} ی^{۵} + $\frac{۱}{۶۴}$ لا^{۶} ی^{۶}

(۴) م^{۴} + ۴ م^{۳} ن لا + ۶ م^{۲} ن^{۲} لا^{۲} + ۴ م ن^{۳} لا^{۳} + ن^{۴} لا^{۴}

لا^{۲۰} − ۵ لا^{۱۸} ی + ۱۰ لا^{۱۶} ی^{۲} − ۱۰ لا^{۱۴} ی^{۳} + ۵ لا^{۱۲} ی^{۴} − لا^{۱۰} ی^{۵}

۱ + ۶√۲ لا + ۳۰ لا^{۲} + ۴۰√۲ لا^{۳} + ۶۰ لا^{۴} + ۲۴√۲ لا^{۵} + ۸ لا^{۶}

ا$^{\frac{۷}{۲}}$ − ۷ ا^{۳} ب$^{\frac{۱}{۲}}$ + ۲۱ ا$^{\frac{۵}{۲}}$ ب − ۳۵ ا^{۲} ب$^{\frac{۳}{۲}}$ + ۳۵ ا$^{\frac{۳}{۲}}$ ب^{۲} − ۲۱ ا ب$^{\frac{۵}{۲}}$ + ۷ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ ب^{۳} − ب$^{\frac{۷}{۲}}$

(۵) ا^{۲} + ۴ ا$^{\frac{۳}{۲}}$ ب$^{\frac{۱}{۲}}$ + ۶ ا ب + ۴ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ ب$^{\frac{۳}{۲}}$ + ب^{۲}

۱۵۶۲۵ − ۳۱۲۵ لا + $\frac{۳۱۲۵}{۱۲}$ لا^{۲} − $\frac{۶۲۵}{۵۴}$ لا^{۳} + $\frac{۱۲۵}{۴۳۲}$ لا^{۴} − $\frac{۵}{۱۲۹۶}$ لا^{۵} + $\frac{لا^{۶}}{۴۶۶۵۶}$

$\frac{لا^{۶}}{۶۴}$ + $\frac{۳}{۸}$ لا^{۵} ی + $\frac{۱۵}{۴}$ لا^{۴} ی^{۲} + ۲۰ لا^{۳} ی^{۳} + ۶۰ لا^{۲} ی^{۴} + ۹۶ لا ی^{۵} + ۶۴ ی^{۶}

$\frac{۱}{و^{۷}}$ − ۷ $\frac{لا}{و^{۵}}$ + ۲۱ $\frac{لا^{۲}}{و^{۳}}$ − ۳۵ $\frac{لا^{۳}}{و}$ + ۳۵ و لا^{۴} − ۲۱ و^{۳} لا^{۵} + ۷ و^{۵} لا^{۶} − و^{۷} لا^{۷}

(۶) ۱۰۲۴ ا^{۵} − ۵۱۲۰ ا$^{\frac{۹}{۲}}$ ب$^{\frac{۱}{۲}}$ + ۱۱۵۲۰ ا^{۴} ب − ۱۵۳۶۰ ا$^{\frac{۷}{۲}}$ ب$^{\frac{۳}{۲}}$ + ۱۳۴۴۰ ا^{۳} ب^{۲} − ۸۰۶۴ ا$^{\frac{۵}{۲}}$ ب$^{\frac{۵}{۲}}$

+ ۳۳۶۰ ا^{۲} ب^{۳} − ۹۶۰ ا$^{\frac{۳}{۲}}$ ب$^{\frac{۷}{۲}}$ + ۱۸۰ ا ب^{۴} − ۲۰ ا$^{\frac{۱}{۲}}$ ب$^{\frac{۹}{۲}}$ + ب^{۵}

لا^{۵} − ۵√۳ لا^{۴} ی + ۳۰ لا^{۳} ی^{۲} − ۳۰√۳ لا^{۲} ی^{۳} + ۴۵ لا ی^{۴} − ۹√۳ ی^{۵}

ا^{۸} + ۸ ا^{۷} لا + ۲۸ ا^{۶} لا^{۲} + ۵۶ ا^{۵} لا^{۳} + ۷۰ ا^{۴} لا^{۴} + ۵۶ ا^{۳} لا^{۵} + ۲۸ ا^{۲} لا^{۶} + ۸ ا لا^{۷} + لا^{۸}

۶۲۵ لا^۸ ی^۴ − ۳۰۰۰ لا^۷ ی^۵ + ۴۴۰۰ لا^۶ ی^۶ − ۱۲۸۰ لا^۵ ی^۷ + ۲۵۶ لا^۴ ی^۸

جواب امثلہ نمبری ۷۸ صفحہ ۳۱۶

(۱) ۱۰ لا^۲ ب^۲ د^۳ − ۱۹۱ لا^۳ ب^۳ د^۲ ۳۷ لا^۲ ب^۲ (۲) ۴۹۵ لا^۱۶ ب^۸ ۲۰۷ لا^۱۳ ی^۶ و ۴۹ لا^۲ ب^۲ ی^۴

(۳) − $\frac{۳۵}{۴}$ ی^۲ ی^۶ و ۶۴۰۶۴ لا^۴ لا (۴) $\frac{۷۹۲ \ لا^۵ ی^۷}{ب^۷ د^۵}$ و − ۱۲ لا^۳ ی^۱۳

جواب امثلہ نمبری ۷۹ صفحہ ۳۲۰

(۱) پانچویں (۲) پانچویں

جواب امثلہ نمبری ۱۷۹ صفحہ ۱۲۰

(۱) ۱ + لا − $\frac{۱}{۲}$ لا^۲ + $\frac{۱}{۲}$ لا^۳ − $\frac{۵}{۸}$ لا^۴ + وغیرہ (۲) ۱ − ۲ لا − لا^۲ − $\frac{۴}{۳}$ لا^۳ − $\frac{۷}{۳}$ لا^۴ − وغیرہما

(۳) ۱ − ۳ لا + ۳ لا^۲ − ۴ لا^۳ + ۵ لا^۴ − وغیرہما (۴) ۱ + ۶ لا + ۲۴ لا^۲ + ۸۰ لا^۳ + ۲۴۰ لا^۴ + وغیرہما

(۵) ۱ − $\frac{لا}{۳}$ − $\frac{لا^۲}{۹}$ − $\frac{لا^۳}{۸۱}$ − وغیرہما (۶) ۱ + ۳ لا + ۹ لا^۲ + ۲۷ لا^۳ + ۸۱ لا^۴ + وغیرہما

(۷) ا^۴ − ۴ ا^۵ لا + ۱۰ ا^۶ لا^۲ − ۲۰ ا^۷ لا^۳ + ۳۵ ا^۸ لا^۴ − وغیرہ

(۸) ۱ − لا + $\frac{۳}{۲}$ لا^۲ − $\frac{۱}{۲}$ لا^۳ + $\frac{۵}{۲۴}$ لا^۴ (۹) ۱ − $\frac{۲}{۳}$ لا + $\frac{۱۴}{۹}$ لا^۲ − $\frac{۲۲}{۸۱}$ لا^۳ − $\frac{۷}{۲۴۳}$ لا^۴ − وغیرہ

(۱۰) ا^۲ − ۲ ا^۴ لا^۲ + ۳ ا^۶ لا^۴ − ۴ ا^۸ لا^۶ + وغیرہ

(۱۱) ا^۲ − $\frac{۱}{۵}$ ا لا − $\frac{۲}{۲۵}$ لا^۲ − $\frac{۶}{۱۲۵}$ لا^۳ − $\frac{۲۱}{۶۲۵}$ لا^۴ − وغیرہ

(۱۲) ۱ − ۶ لا + ۲۱ لا^۲ − ۵۶ لا^۳ + ۱۲۶ لا^۴ − وغیرہما

(۱۳) ا + $\frac{۱}{۵}$ ا لا + $\frac{۳}{۲۵}$ ا لا^۲ + $\frac{۱۱}{۱۲۵}$ لا^۳ + $\frac{۴۴}{۶۲۵}$ لا^۴ + وغیرہما

(۱۴) ا^۲ − $\frac{۵}{۲}$ ا ب لا + $\frac{۱۵}{۸}$ ب^۲ لا^۲ − $\frac{۵}{۱۶}$ ب^۳ لا^۳ − وغیرہما

(۱۵) ب − ب لا + $\frac{۱}{۲}$ ب لا^۲ + $\frac{۱}{۶}$ ب لا^۳ + وغیرہما

(۱۶) ا^۲ + ۶ ا^۳ لا + ۲۱ ا^۴ لا^۲ + ۵۶ ا^۵ لا^۳ + وغیرہما

(۱۷) ا^۳ − $\frac{۶}{۵}$ ا ب لا − $\frac{۹}{۲۵}$ ب^۲ لا^۲ − $\frac{۱۲}{۱۲۵}$ ب^۳ لا^۳ − $\frac{۲۱۶}{۱۲۵}$ ا لا^۴ − وغیرہما

(۱۸) $\frac{۱}{لا^۲}$ + $\frac{۲ \times ۳}{۹}$ لا ی − $\frac{۱}{۳}$ لا^۲ ی^۲ + $\frac{۲ \times ۴}{۸۱}$ لا^۳ ی^۳ + $\frac{۲ \times ۱۶}{۲۱ \times ۲۷}$ لا^۴ ی^۴ − وغیرہ

(۱۹) لا^۲ ی^۲ − $\frac{۵}{۴}$ لا^۲ ی^۲ + $\frac{۵}{۳۲}$ لا^۳ ی^۳ + $\frac{۱۵}{۱۲۸}$ لا^۴ ی^۴ + وغیرہما

(۲۰) ۱ + $\frac{۱}{ن}$ لا + $\frac{لا^۲}{۱ \times ۲}$. $\frac{(ن − ۱)}{ن}$ + $\frac{لا^۳}{۳ \times ۲ \times ۱}$. $\frac{(ن − ۱)(۲ن − ۱)}{ن^۲}$ + وغیرہما

جواب امثلہ نمبری ۸۰ ب صفحہ ۳۲۴

اول (۱) (۔۱) $\frac{(۱+ر)ر^{ر-۱}}{۲}$ لا (ر-۱) (۲) $\frac{۳×۷×۱۱\cdots(۴ر-۵)}{۱×۲×۳\cdots(ر-۱)}$ $\left(\frac{لا}{۴}\right)^{ر-۱}$ (۹) $\frac{۱-۳ر}{۲}$

(۳) ۔ $\frac{۱×۲×۵\cdots(۳ر-۷)}{۱×۲\cdots(ر-۱)}$ $\left(\frac{لا}{۳}\right)^{ر-۱}$ ا $\frac{۴-۳ر}{۳}$

(۴) م۲ $\frac{۱×۳×۵\cdots(۲م-۱)}{۱×۲×۳\cdots م}$

جواب امثلہ نمبری ۸۱ صفحہ ۳۲۹

(۱) ۴۴ ۳۵ ۱۰ و ۲۱ ۸۲۳ و ۱۱۱ و ۱۱۴ و ۶۰۹ و ۸ ک ۵

(۲) ۴۹۵ و ۵ اور ۴ و ۶ وکہ ۵ اور ۴ ۳۴ ۱۰۳

(۳) ۲۱۵ و ۲۶۱۰ و ۴۱۰ و ۶۵۰ و ۳۴۴ و ۱۱۱۷ و ۳۵۶۸ و ۳ و ۷ و ۴۰۹۷ و ۵۷ و ۵۴۰۴۰۲۷۰

و ۹۶۸ و ۹۵۷۴ و ۲۱۶ ۱۲۳۴ او ۱۰ ۳۲ ۳۰۳ ۳۲

(۴) ۱۴۵۶ و ۸ و ۷ ک وک ک و ۴ و و ۳۳۲ ۱۰ و ۳ ۴۰ ۳

(۵) ۴۰ ۲۵ وک و ۶۲ و ۳ ۴ ۶۵

جواب امثلہ نمبری ۸۲ صفحہ ۳۳۱ و ۳۳۲

(۱) ۲۱ ۵۲۲ و ۱۱۱ و ۱۱۱۰ ۱۱۱۰ ۱۱۱ و ۳۵ و ۶۱ اور ۳ ۸ و ۴۴ ۳ ۳۳ ۳ ۳۲ ۳ ۳ و ۳ ک ۲ و ک

(۲) ۷۸۷ ۱۰ و ۱۸ ۴ و ۳ ۴ و ۲ و ۳۵ ۳ ۳۰ ۴ ۱۶

(۳) ۴۹۲۹ و ۴۴ ۳ و ۶۵ ۴ ۱ اور و ۷ ۲

(۴) ۹۶۸ و ۷۵ ۴ (۵) ۱۵ (۶) ۷ (۷) ۵ (۸) ۲۲۰۳۲ و ۱۹۴ و ۹

جواب امثلہ نمبری ۸۳ صفحہ ۳۳۶

(۱) ۱۴ ی ۱۱ و ۸۴ ی ۷ و ۳۲ ۳ ی ۱۰ ۱ و ۴ ۱ ی ۳۱ و ۱۴ ۳۵ ی ۴ ۲۰ ۴

و ۲۱ ۹ ی ۷ ۶۶۴ و ۳ ۴ ۳ ۳ ۳ ۲ ز ی و ۵ و ۰ ی و ۱۴ ی ۳۲ ز

(۲) و ۱۰ ی ۵ ۱۰ ۲ و ۳ ی ۷ ۳ ۸ ۰ ۴ ی ۱۴۶ و ۶ ۱۳ ۳۵ ی ۳ ۱۷

و ۴ ز ۲۱ و ز ی ۵ ا و ا ی ۲۴ و ۳ ۱ و ۷ ی ف ۹ ۵ ۲ ۱ و

و ۴ ز ی ۲۱ و ز ی ۲۵ و ا ی ۴۳ و ۳ ۱ و ۷ ی ف ۹ ۵ ۲ ۱ و

۳ ۸ ۷ ۲ ۴ ۶ ۱۰ ۶ ی ۴ ۸ ۱ ۲ ۲ و ۲ ۷ ۱ ۲ ۱ ۴ ی ۵ ۴ ۱ ۳

۱۸۳۰ و ۳۱۲٫۵ و ۳٫۲۳ : ۷۶۵۸۴۱۲۳ ۴٫۷ ۴۵۷ و ۳۶۵ ۴۲۴٫۴ ۵٫۷۰

(۳) ۱۱۱٫۲۱۰ × ۲۲۱۱۱ و ۳۰٫۲۳۲۳ ۳۲۱۱٫ و ۱۲۲۱۱٫۰۰۲ ۱۲۰۰۰٫ ۱۲۰

۲۲۱۱۲ ۳۰٫۱۰ ۳۲۳ (۴) ۶۴۰ ۵۷۲ و ۲۶ $\frac{۵۸۳}{۶۴۸۰}$ (۵) ۱۲ فٹ ۸ انچ

(۶) ۱۴ روپیہ ۱۲

جواب امثلہ نمبری ۸۴ صفحہ ۳۴۵

(۱) ۱۳۱۵۱۸۷۷٫ و ۹۰۰٫۹۰۳۰۹٫ و ۲۶۲۴۲۵۹٫ و ۱۸۱۳۹۱۷٫ ۲۰

۳۰۰٫۱۰٫۳۰۱ و ۴۰۰٫۹۷۹۳۱ و ۳۸۳۶۳۱۳۴۱ و ۱۳۱۸۱۹۷٫۰ ۲

و ۳۸۳۶۳۱۳۴ ۲

(ب) ۲۶۷۲۵۵۲ و ۲۵٫۳۰۶۵۵٫ آ و ۲۵٫۳۰۶۵۵٫ ۳ و ۰۰۸۸۵۹۷٫ ۴

و ۰۰۸۱۶۰٫۸ ۳

(ج) ۰۵۸۴۹۴۸٫ آ و ۰۴۹۷۹۳٫ آ و ۶۶۷۶۳۳۴٫ آ

و ۳۶۸۵۱۲٫ و ۷۷۸۹۴۲ و ۲

(د) ۰۸۶۰٫۴۴۴۵٫ آ و ۰۶۰٫۷۴۶۴٫ ۳ و ۰۸۸۱۸۴۷٫ آ و

۳۸۰٫۳۰۳۴۲٫ و ۶۹۱٫۰۶۹۵٫ آ و ۵۹ ۱۷۸٫۱

(۲) ۳۲۶۹۵۷٫۰ و ۰۷۶۵۰۳٫۰۸٫ آ و ۵۷۱۰۵۹۶٫

(۴) ۳۱٫۰۵ (۵) (۶) ۲۸ ۱۶ روپیہ ۱۴ آنہ ۴ پائی

(۷) (۸) ۴ روپیہ سیکڑہ

(۹) ۲٫۱۴ برس کے قریب ۵٫۲۲ برس کے قریب

(۱۰) ۲۴ روپیہ ۴ آنہ (۱۱) ۱۳۲۰ روپیہ ۱۵ آنہ

(۱۲) (ا) لا = لوک ا / لوک د (ب) لا = لوک ج / (م لوک ا + ن لوک ب) (ج)

لا = (لوک (ی ــ ج) ــ لوک ا) / لوک ب (د) لا = لوک ا / لوک ب

(۱۳) ۳٫۱۵۳ (س) لا = ۲٫۶۲ و ۳۱٫۲ = ۱۰

جواب امثلہ نمبری ۸۵ صفحہ ۳۵۲

(۱) ۲۸٫۵۱۹۲۵۰٫۵ و ۰٫۹۵۱۹۲۵۰٫۶ ( )

(۲) ۱٫۰۶۶۲۳۵٫۰۵ و ۶٫۰۶۶۲۳۵٫۶ و ۶٫۰۶۶۲۳۵٫۲

جواب امثلہ نمبری ۸۶ صفحہ ۳۵۳

(۱) ۹۶۱٫۷۵۳ (۲) ۳٫۶۵ ۸۶۷

تمام شد ۱۵ اگست سنہ ۱۹۱۷

فہرست مضامین جبر مقابلہ

مضمون	صفحہ
سوالات	۱۷۳
ہمزاد مساواتین	۱۸۸
مساوات درجہ دوم خالص	۲۰۵
مساوات درجہ دوم مخلوط	۲۰۸
مساوات درجہ دوم کے سوالات	۲۲۱
ہمزاد مساوات درجہ دوم دو مجہول	۲۲۷
سوالات ہمزاد مساوات درجہ دوم دو مجہول	۲۳۳
نسبت	۲۳۵
تناسب	۲۴۳
تبادل	۲۵۳
سوالات اور مثالیں دفعات ۹۹ سے ۱۳۳	۲۶۴
سلسلہ حسابیہ یا جمع و تفریق	۲۶۸
سلسلہ ہندسیہ یا ضرب تقسیم	۲۸۴
سلسلہ موسیقیہ	۲۹۷
ترتیب	۳۰۱
اجتماع	۳۰۵
ضابطہ جملہ ثنائی	۳۰۹
قسطاس کتابت اعداد	۳۲۶
لوکارثم	۳۳۶
ضمیمہ	۳۵۳
سوالات متفرق	۳۵۹
جواب	۳۶۸